ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗАТВЕРДЖЕНО
Приймальною комісією
Протокол № 4
«25» 03 2019 р.
Заступник голови
Приймальної комісії
Ю.О. Каганов

ПРОГРАМА
ФАХОВОГО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ З МАТЕМАТИКИ

на основі здобутого освітнього (освітньо-кваліфікаційного) рівня освіти
та
для осіб, які не менше одного року здобувають освітній ступінь бакалавра

Освітній ступінь: бакалавр
Спеціальність: 111 Математика
Освітні програми: Математика, Комп’ютерна математика

Запоріжжя – 2019 рік

І. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

1. Мета фахового вступного випробування з математики – з'ясувати рівень теоретичних знань та практичних навичок вступників, які вступають на основі освітнього (освітньо-кваліфікаційного) рівня з метою формування рейтингового списку та конкурсного відбору вступників на навчання за освітнім ступенем "бакалавр" спеціальності 111 – Математика в межах ліцензованого обсягу спеціальності.

2. Форма фахового вступного випробування.

Випробування проходить у кілька етапів:

- на початку засідання голова фахової комісії розпечатує пакет з варіантами білетів, що виносяться на вступне фахове випробування;
- абітурієнти дають письмову відповідь на питання екзаменаційного білету у письмовій формі. Тривалість письмового етапу – 60 хвилин;
- співбесіда з абітурієнтами з питань екзаменаційного білету;
- обговорення членами фахової комісії відповідей та оголошення оцінки студентам.

3.Білети: структура білету.

Білет фахового вступного випробування містить два теоретичних питання та одне практичне завдання.

4. Вимоги до відповіді вступника.

Вступник повинен при відповіді навести основні поняття та формули, сформулювати закони та теореми, за необхідності – їх вивести, розв’язати задачу.

ІІ. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Для особи, яка претендує на зарахування за ступенем бакалавра:

Високий рівень (175-200 балів) вступник отримує, виявивши такі знання та вміння: в повній мірі засвоїв увесь програмний матеріал, показує знання не лише основної, але й додаткової літератури, наводить власні міркування, робить узагальнюючі висновки, використовує знання з суміжних галузевих дисциплін, вдало наводить приклади.

Достатній рівень (150-174 балів) вступник отримує, виявивши такі знання та вміння: має також високий рівень знань і навичок. При цьому відповідь досить повна, логічна, з елементами самостійності, але містить деякі неточності або пропуски в неосновних питаннях. Можливе слабке знання додаткової літератури, недостатня чіткість у визначенні понять.

Задовільний рівень (124-149 балів) вступник отримує, виявивши такі знання та вміння: в загальній формі розбирається у матеріалі, але відповідь неповна, неглибока, містить неточності, робить помилки при формулюванні понять, відчуває труднощі, застосовуючи знання при наведенні прикладів.

Низькій рівень (100-123 балів) вступник отримує, виявивши такі знання та вміння: в загальній формі розбирається у матеріалі, допускає суттєві помилки при висвітленні понять, на додаткові питання відповідає не по суті.

До участі у конкурсі не допускається (0-99 балів), якщо вступник виявив такі знання та вміння: не знає значної частини програмного матеріалу, допускає суттєві помилки при висвітленні понять, на додаткові питання відповідає не по суті.

III. СТРУКТУРА ПРОГРАМИ

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

Елементи векторної алгебри. Поняття вектора. Лінійні операції над векторами та їх властивості. Лінійна залежність. Розкладання вектора по базису. Координати вектора. Проекція вектора на вісь та її властивості.

Афіна, декартова, полярна системи координат. Афіна і декартова системи координат. Поділ відрізка у заданому відношенні. Полярна система координат.

Скалярний добуток двох векторів. Векторний та мішаний добутки. Подвійний векторний добуток. Скалярний добуток двох векторів та його властивості. Векторний добуток та його властивості. Мішаний добуток та його властивості. Подвійний векторний добуток.

Рівняння лінії. Пряма на площині. Рівняння лінії на площині. Види рівнянь прямої на площині. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. Відстань точки від прямої.

Площина та пряма на просторі. Види рівнянь площини. Кут між двома площинами. Відстань точки від площини. Види рівнянь прямої у просторі. Перехід від загальних рівнянь прямої к канонічним. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності. Умови належності прямої до площини. Умови належності двох прямих до площини. Кут між прямою та площиною. Відстань між двома прямими. Відстань точки від прямої.

Парабола, еліпс, гіпербола. Канонічне рівняння параболи. Канонічні рівняння еліпса та гіперболи. Ексцентриситет та директриси еліпса та гіперболи. Фокальна властивість параболи, еліпса та гіперболи. Рівняння параболи., еліпса та гіперболи у полярній системі координат.

Циліндричні поверхні Циліндричні поверхні другого порядку. Поверхні обертання. Означення циліндричної поверхні. Рівняння циліндричної поверхні. Циліндричні поверхні другого порядку. Поверхні обертання.

Канонічні рівняння поверхонь другого порядку. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку.

Загальне рівняння лінії другого порядку. Означення лінії другого порядку, її рівняння. Зведення рівняння лінії другого порядку до найпростішого (канонічного) вигляду у декартовій системі координат.

Загальне рівняння поверхні другого порядку. Означення поверхні другого порядку. Зведення рівняння поверхні другого порядку до найпростішого (канонічного) вигляду у декартовій системі координат.

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Елементи теорії множин. Поняття множини. Принцип математичної індукції. Зчисленні множини та їх властивості. Потужність континуум. Властивості множин потужності континуум. Порівняння потужностей.

Теорія дійсних чисел. Множини натуральних чисел, цілих чисел, раціональних чисел. Властивості раціональних чисел. Числові множини, обмежені зверху, знизу. Теорема про існування точних граней. Наближення дійсних чисел раціональними. Операції над дійсними числами. Означення множини дійсних чисел.

Теорія границь. Поняття функції та способи завдання її. Послідовності та їх види. Границя послідовності та її властивості. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності, зв’язок між ними. Верхня та нижня границі. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Критерій Коші збіжності послідовності. Границя функції за Гейне та за

Коші. Односторонні границі і границі на нескінченності. Критерій Коші існування границі функції. Арифметичні операції над функціями, які мають границю. Перша істотна границя. Друга істотна границя.

Неперервні функції. Неперервність за Гейне та за Коші. Арифметичні операції над неперервними функціями. Неперервність складної функції. Монотонні функції. Критерій існування оберненої функції. Класифікація точок розриву функції. Локальні властивості неперервних функцій. Глобальні властивості неперервних функцій. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.

Диференціальне числення. Означення похідної. Диференційованість функцій. Диференціал. Геометричний зміст похідної та диференціалу. Дотична, нормаль. Диференціювання складної функції. Арифметичні операції з диференційованими функціями. Табличні похідні та диференціали. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца.

Основні теореми про диференційовані функції. Монотонність функції в точці. Локальний екстремум. Теореми Ролля, Лагранжа. Застосування формули скінчених приростів. Теореми Коші, Дарбу. Правила Лопіталя. Формула Тейлора. Оцінки залишкового члена формули Маклорена.

Дослідження функцій та побудова графіків. Стаціонарні точки. Необхідні та достатні умови екстремуму. Опуклість графіку функції. Точки перегину. Асимптоти графіку функції. Глобальний та крайовий екстремуми.

Первісна функція та невизначений інтеграл. Означення та властивості первісної функції. Таблиця невизначених інтегралів. Методи інтегрування: заміна змінної та інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій.

Визначений інтеграл Рімана. Означення інтеграла. Необхідна умова інтегрованості. Верхні та нижні суми Дарбу, їх властивості. Критерій інтегрованості функцій. Класи інтегрованих функцій. Основні властивості визначеного інтеграла. Інтеграл Рімана зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Теореми про середнє значення. Методи обчислення визначеного інтеграла.

Застосування визначеного інтеграла в геометрії. Спрямлені криві. Обчислення довжини дуги. Квадровані фігури на площині. Критерій квадрованості. Площа плоскої фігури. Об’єм тіла обертання. Площа поверхні тіл обертання.

Застосування визначеного інтегралу в фізиці. Загальна схема застосування визначеного інтегралу. Статичні моменти та центр тяжіння плоских кривих, криволінійної трапеції. Теореми Гульдена. Механічна робота.

Невласні інтеграли. Невласні інтеграли першого роду. Критерій Коші їх збіжності. Невласні інтеграли другого роду. Критерій Коші їх збіжності. Достатні ознаки збіжності невласних інтегралів та методи їх обчислення. Головне значення невласних інтегралів у розумінні Коші.

Числові ряди. Поняття числового ряду. Необхідна умова збіжності. Критерій Коші. Ознаки збіжності знакопостійних рядів. Ознаки збіжності знакозмінних рядів. Абсолютно збіжні ряди та їх властивості. Умовно збіжні ряди. Теорема Рімана.

Функціональні ряди. Функціональні послідовності і ряди. Область їх збіжності. Рівномірна збіжність функціональних рядів. Критерій Коші. Достатні ознаки рівномірної збіжності. Інтегрування рівномірно збіжних рядів. Диференціювання функціональних рядів.

Степеневі ряди. Теорема Абеля про збіжність степеневого ряду. Радіус збіжності. Формула Коші-Адамара. Властивості степеневого ряду. Розвинення функцій в степеневі ряди. Застосування степеневих рядів. Формула Стірлінга. Аналітичне означення тригонометричних функцій. Формула Ейлера.

Інтеграл і міра Лебега. Ряди Фур'є. Структура лінійних множин. Міра Лебега. Інтеграл Лебега. Ортогональні системи. Середнє квадратичне відхилення. Збіжність в середньому. Ряд Фур'є, умови розкладу функцій в ряд Фур'є. Рівномірна збіжність тригонометричного ряду Фур'є.

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

Матриці та визначники. Поняття матриці. Види матриць. Лінійні операції над матрицями. Транспонування матриць. Властивості лінійних операцій над матрицями. Добуток матриць. Обернена матриця та методи її знаходження. Властивості добутку матриць. Ранг матриці. Лінійна залежність строк матриці. Базис системи строк. Ранг системи строк. Теорема про рівність рангів системи строк та системи стовпчиків матриці. Обчислення рангу матриці. Визначники та їх властивості. Підстановки.

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Означення СЛАР. Класифікація СЛАР. Матрична форма запису. Теорема Кронекера-Капеллі. Методи розв'язку СЛАР. Метод Гауса. Матричний метод. Метод Крамера. Фундаментальна система розв'язків однорідної СЛАР. Зв'язок між розв'язками неоднорідної СЛАР і відповідної однорідної СЛАР.

Лінійні векторні простори. Означення ЛВП. Підпростори. Аксіоми ЛВП. Приклади. Базис і розмірність ЛВП. Координати вектора. Лінійна залежність векторів лінійного простору. Матриця переходу від одного базису до іншого. Перетин та сума підпросторів. Пряма сума підпросторів.

Лінійні оператори. Означення лінійного оператора. Матриця оператора. Означення лінійного оператора. Приклади лінійних операторів. Матриця лінійного оператора. Зміна матриці лінійного оператора при переході до іншого базису. Образ, ранг, ядро, дефект оператора. Інваріантні підпростори. Власні вектори та власні числа лінійного оператора. Характеристичний поліном матриці. Алгебраїчна та геометрична кратності власних значень. Умови приведення матриці до діагонального вигляду. Алгоритм приведення матриці до діагонального вигляду. Жорданова форма оператора. Жорданова форма матриці. Умови приведення матриці до жорданової форми. Спосіб визначення жорданової форми матриці. Знаходження жорданового базису.

Евклідові простори. Означення і приклада ЕП. Довжина вектора. Кут між векторами. Означення ЕП. Приклади ЕП. Матриця Грама. Нерівність Коші-Буняковського. Ортонормований базис. Теорема Грама-Шмідта. Скалярний добуток векторів. Ортогональне доповнення підпростору. Розклад простору в пряму суму підпростору та його ортогонального доповнення. Проекція та ортогональна складова вектора.

Оператори в Евклідових просторах. Спряжені оператори. Самоспряжені оператори. Додатні оператори. Ортогональні оператори. Полярний розклад оператора. Унітарний простір. Означення та приклади унітарних просторів. Довжина вектора в унітарному просторі. Ортогональні вектори. Спряжені оператори. Нормальні оператори.

Лінійні та білінійні функціонали. Лінійні функціонали. Означення та приклади лінійних функціоналів. Спряжений простір. Другий спряжений простір. Канонічний ізоморфізм між лінійним простором та другим спряженим простором. Білінійні функціонали. Означення та приклади білінійних функціоналів. Матриця білінійного функціонала. Зміна матриці білінійного функціонала при переході до іншого базису. Ранг, ліве та праве ядро. Квадратичні функції.

Квадратичні форми. Основні поняття. Означення квадратичної форми (КФ). Матриця квадратичної форми. Зміна матриці квадратичної форми при лінійній заміні змінних. Канонічний вигляд КФ. Канонічний та нормальний вигляд КФ. Метод Лагранжа приведення КФ до канонічного вигляду. Метод Якобі. Приведення КФ до канонічного вигляду за допомогою ортогональних перетворень. Закон інерції квадратичних форм. Додатноозначені квадратичні форми. Додатноозначені та невід'ємноозначені квадратичні форми. Критерій Сільвестра. Зведення пори квадратичних форм до канонічного вигляду одним перетворенням.

IV. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Базылев В.Т., Дуничев К.И., Иваницкая В.П. Геометрия. Ч.1. – М: Просвещение, 1974. – 351 с.
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Наука, 1987. – 496 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М: Наука, 1984. – 294 с.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М: Наука, 1968.
5. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. – М: Наука, 1968. – 176 с.
6. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М: Наука, 1974. – 384 с.
7. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М: Наука, 1979. – 512 с.
8. Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия. – М: Наука, 1986. – 416 с.
9. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. – М.: Наука, 1979. – 720 с.
10. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Продолжение курса. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – 358 с.
11. Зорич В.А. Математический анализ. – М.: Наука. – Ч. 1. – 1981. – 543 с., Ч. 2. – 1984. – 640 с.
12. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – Т. 1. – 1966. – 608 с., Т. 2. – 1966. – 800 с., Т. 3. – 1969. – 656 с.
13. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1990. – 624 с.
14. Виноградова И.А. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий; Под общ. ред. В.А. Садовничего. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 415 с.
15. Виноградова И.А. и др. Математический анализ в задачах и упражнениях / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. – М.: Изд-во МГУ, 1991. – 351 с.
16. Сборник задач по математическому анализу: Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. – М.: Наука, 1984. – 592 с.
17. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1968.
18. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
19. Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.
20. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. – М.: Наука, 1986.
21. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1979.
22. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. – Санкт-Петербург, 2001.
23. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Наука, 1987.
24. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 1974.

Голова фахової
атестаційної комісії С.М. Гребенюк