

УДК 539.3+539.5

ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ІМОВІРНОСТЕЙ НАПРУГ І ЇХНІХ ШВИДКОСТЕЙ ПРИ КОЛИВАННІ ТРИШАРОВИХ ПЛАСТИН

Дударьова О.В.

1. Напруги в зовнішніх шарах.

У роботі використовуються формули для напруг у зовнішніх шарах симетричної будівлі тришарової круглої пластинки, через прогин і радіальні переміщення точок зовнішніх шарів [1], які виражені так:

$$\sigma_{r(1,2)} = \pm E_{np} \left\{ \left(\frac{du}{dr} + \mu_{np} \frac{u}{r} \right) \pm \left[z \pm \left(h + \frac{\delta}{2} \right) \right] \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \mu_{np} \frac{dw}{dr} \right) \right\}; \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta(1,2)} = \pm E_{np} \left\{ \left(\mu_{np} \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) \pm \left[z \pm \left(h + \frac{\delta}{2} \right) \right] \left(\mu_{np} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \right\}.$$

У (1) приведений модуль пружності і приведений коефіцієнт Пуассона визначаються по формулах [3].

$$E_{np} = \frac{1 - \nu^2}{h} \sum_{j=1}^3 \frac{E_j h_j}{1 - \nu_j^2}; \quad \mu_{np} = \gamma_1 \nu_1 + \gamma_2 \nu_2 + \gamma_3 \nu_3.$$

Тут $\nu_1, \nu_2, \nu_3, E_1, E_2, E_3$ - коефіцієнти Пуассона і модулі пружності матеріалів шарів пластинки; h_j - товщини шарів.

$$\gamma_k = \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2} \left[\sum_{j=1}^3 \frac{E_j h_j}{1 - \nu_j^2} \right]^{-1}.$$

Якщо не враховувати вплив поперечного зрушення в середньому шарі, то з [1] одержимо таку залежність між переміщеннями

$$u = - \left(h + \frac{\delta}{2} \right) \frac{dw}{dr} \quad (2)$$

Надалі припускається, що $h_1 = h_3 = \delta$; $h_2 = 2h$, тобто розглядається пластинка симетричної будівлі.

Приймаючи до уваги (2), можна (1) записати так:

$$\sigma_{r(1,2)} = \pm E_{np} z \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \mu_{np} \frac{dw}{dr} \right); \quad (3)$$

$$\sigma_{\theta(1,2)} = \pm E_{np} z \left(\mu_{np} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right).$$

Якщо вираз для нормальних переміщень при коливанні пластинки прийняти у вигляді:

$$w(r, t) = f(t)w(r),$$

то рівності (3) запишуться так:

$$\begin{aligned}\sigma_{r(1,2)} &= \pm E_{np} z \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \mu_{np} \frac{dw}{dr} \right) f(t); \\ \sigma_{\theta(1,2)} &= \pm E_{np} z \left(\mu_{np} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) f(t).\end{aligned}\tag{4}$$

Для вільно обертої пластинки з [2] випливає:

$$\frac{dw}{dr} = -4 \frac{r}{R^2} + 4b \frac{r^3}{R^4}; \quad \frac{d^2 w}{dr^2} = -\frac{4}{R^2} + 12b \frac{r^2}{R^4},$$

і тоді (4) можна привести до такого вигляду:

$$\begin{aligned}\sigma_{r(1,2)} &= \pm E_{np} z \left(-\frac{4}{R^2} (1 + \mu_{np}) + 4b \frac{r^2}{R^2} (3 + \mu_{np}) \right) f(t); \\ \sigma_{\theta(1,2)} &= \pm E_{np} z \left(-\frac{4}{R^2} (1 + \mu_{np}) + 4b \frac{r^2}{R^2} (1 + 3\mu_{np}) \right) f(t).\end{aligned}\tag{5}$$

Для затисненого контура тришарової пластинки маємо:

$$\begin{aligned}\sigma_{r(1,2)} &= \pm E_{np} z \frac{4}{R^2} \left(\frac{r^2}{R^2} (3 + \mu_{np}) - (1 + \mu_{np}) \right) f(t); \\ \sigma_{\theta(1,2)} &= \pm E_{np} z \frac{4}{R^2} \left(\frac{r^2}{R^2} (1 + 3\mu_{np}) - (1 + \mu_{np}) \right) f(t).\end{aligned}\tag{6}$$

2. Щільності розподілу напруг.

Рівняння коливань тришарової пластинки отримане в [4].

Формули розподілу щільності імовірностей амплітуди і швидкостей мають вигляд:

$$p_1(f(t)) = C_1 \exp \left[-\frac{2}{S_0} \varepsilon B f^2(t) \right], \quad p_2(f(t)) = C_2 \exp \left[-\frac{D_c}{S_0 D_m} \dot{f}^2(t) \right]. \tag{7}$$

Установлюючи залежність між $f(t)$, $\dot{f}(t)$ і напругами для тришарової круглої пластинки по формулах (7), визначаються їхні щільності імовірності.

Так, із (6), для $\sigma_{r(1,2)}$ і $\sigma_{\theta(1,2)}$ маємо:

$$\begin{aligned}f(t) &= \sigma_{r(1,2)} \Psi_r(r, z); & f(t) &= \sigma_{\theta(1,2)} \Psi_\theta(r, z); \\ \dot{f}(t) &= \dot{\sigma}_{r(1,2)} \Psi_r(r, z); & \dot{f}(t) &= \dot{\sigma}_{\theta(1,2)} \Psi_\theta(r, z).\end{aligned}\tag{8}$$

Тут

$$\Psi_r(r, z) = \left\{ -E_{np} z \frac{4}{R^2} \left(\frac{r^2}{R^2} (3 + \mu_{np}) - (1 + \mu_{np}) \right) \right\}^{-1};$$

$$\Psi_{\theta}(r, z) = \left\{ -E_{np} z \frac{4}{R^2} \left(\frac{r^2}{R^2} (1 + 3\mu_{np}) - (1 + \mu_{np}) \right) \right\}^{-1}.$$

Підставляючи (8) у (7), одержимо:

$$p_1(\sigma_{r(1,2)}) = C_1 \exp \left\{ -\frac{2\varepsilon}{S_0} B \sigma_{r(1,2)}^2 \Psi_r^2(z, r) \right\};$$

$$p_1(\sigma_{\theta(1,2)}) = C_1 \exp \left\{ -\frac{2\varepsilon}{S_0} B \sigma_{\theta(1,2)}^2 \Psi_{\theta}^2(z, r) \right\};$$

(9)

$$p_2(\dot{\sigma}_{r(1,2)}) = C_2 \exp \left\{ -\frac{D_c}{S_0 D_m} B \dot{\sigma}_{r(1,2)}^2 \Psi_r^2(z, r) \right\};$$

$$p_2(\dot{\sigma}_{\theta(1,2)}) = C_2 \exp \left\{ -\frac{D_c}{S_0 D_m} B \dot{\sigma}_{\theta(1,2)}^2 \Psi_{\theta}^2(z, r) \right\}.$$

Аналіз (9) показує, що щільності розподілу $p_1(\sigma_r)$ і $p_1(\sigma_{\theta})$, $p_2(\dot{\sigma}_r)$ і $p_2(\dot{\sigma}_{\theta})$ рівні в точці $r = 0$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Брюккер Л.Э., Наумова М.П. Симметричный изгиб круглых трехслойных пластин с легким заполнением. Расчеты элементов авиационных конструкций.- М.: Машиностроение, 1965.- Вып.4.- С.86-90.
2. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек.- М.: Наука, 1972.- 432с.
3. Григолюк Э.И., Чулков П.П. Теория упругих трехслойных конструкций в нелинейной постановке. Расчеты элементов авиационных конструкций.- М.: Машиностроение, 1965.- Вып.4.- С.99-103.
4. Дударьова О.В. Коливання ортотропних прямокутних і круглих пластин в стохастичному полі// Вісник ЗДУ .- 1998.-№1.- С. 30-34.