

УДК 539.3

ПРИКЛАД ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМИ FORL ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ДИНАМІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ПРУЖНОГО ТІЛА

Бувайло Д.П., Толок В.О.

ВСТУП

Система FORL [3-7] являє собою новий зручний інструмент для розв'язку конкретних спеціалізованих задач механіки, що побудований за новою ідеологією - працює не в класі задач, а в класі схем їх розв'язків. Метою створення формульної мови й інструментальної системи FORL є бажання дати можливість користувачу-математику в рамках єдиного варіаційного формалізму досліджувати і вирішувати завдання математичної фізики в різній варіаційній постановці і з різним функціональним базисом. Мова FORL максимально наближена до предметної області математика-досліджувача. Система FORL дозволяє передати основну рутинну роботу з програмування процесу комп'ютеру, і в такий спосіб дати можливість користувачу займатися безпосередньо своєю проблемою.

Інструментальна система FORL опирається на абстрактний варіаційний опис математичної задачі і стандартні чисельні методи, не будучи прив'язаною до якогось класу завдань. Розвиток інструментальної системи FORL являє собою не кількісне нарощування множини припустимих для розв'язку задач, але якісне розширення можливостей системи.

Програмування на мові FORL не потребує від користувача істотних навиків у “традиційному” програмуванні, але – уміння користуватися варіаційним численням. Програмування на мові FORL полягає в описі загальної математичної постановки крайової задачі – функціонального базису, варіаційного принципу, граничних [і початкових умов] – і в описі чисельної реалізації розв'язку крайової задачі шляхом комбінування вбудованих в інструментальну систему стандартних чисельних методів.

Дана мова є спадкоємцем мови FORTU-1, розробленої д.т.н. проф. Толоком В.О.[6], і мови FORTU-2, реалізованої к.ф.–м.н. Гоменюком С.І. [7].

Нижче розглядається приклад дослідження за допомогою системи FORL задачі про коливання товстої плити під дією періодичного навантаження, розподіленого по поверхні плити. Плита зв'язана з жорсткою підставою. У центрі плита ослаблена наскрізним круглим отвором.

РОЗВ'ЯЗОК

Розв'язок задачі за допомогою системи FORL містить у собі такі етапи:

- Створення геометричної моделі досліджуваного об'єкта і дискретизація його на скінченні елементи. Для дослідження напружено-деформованого стану плити були створені дві геометричні моделі з різним функціональним (скінченно-елементним) базисом. Перша модель була складена з 5456 лінійних тетраедрів. Друга модель була складена з 682 квадратичних тетраедрів. Обидві моделі мали по 1338 вузлових точок.
- Вибір математичної моделі – конкретного варіаційного принципу – для формального опису поставленого завдання.
- Перекладання формального математичного опису на вхідну мову інструментальної системи. Опис схеми вирішення завдання (завдання функціоналу, гіпотез, граничних і початкових умов, констант і т.д.) у програмі на мові FORL (див. нижче).
- Виконання програми користувача FORL-інтерпретатором – підсистемою, відповідальною за синтаксичний аналіз і інтепретацію інструкцій на мові FORL. На цьому етапі проводяться всі описані у вхідній схемі обчислення – будуються системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що відповідають різним описам у програмі функціоналам, викликаються різні чисельні процедури. Якщо схема вирішення завдання була задана коректно, то інтерпретатор генерує лістинг, що містить як отримане чисельне вирішення завдання (наприклад, зміщення, якщо задача розв'язувалась у

переміщеннях), так і значення усіх функцій, описаних користувачем і залежать від шуканих величин (наприклад, деформації, напруги і т.п.).

- Аналіз отриманих чисельних результатів за допомогою вбудованої в систему FORL підсистеми візуального аналізу. Підсистема візуального аналізу містить ряд процедур, що дозволяють користувачу в зручній і наочній формі побачити розподіл функції по тілу, зміну геометрії тіла, диференціальні властивості розподілу, значення функції в будь-якій точці тіла і т.п.

Слід зазначити, що FORL-система спроектована так, що якщо на якомусь етапі її роботи були отримані результати, що не задовольняють користувача, то він може в інтерактивному режимі вносити необхідні зміни, для одержання потрібного результату.

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ЗАДАЧІ

Основні розв'язувальні рівняння у задачах теорії пружності можуть бути виведені й отримані безпосередньо з варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського

$$\delta \int_t (T - \Pi + A) dt = 0,$$

де T - кінематична енергія, Π - потенційна енергія, A - робота зовнішніх і внутрішніх сил [1,2].

$$\Pi = \int_v (\varepsilon_{xx} \delta \sigma_{xx} + \varepsilon_{yy} \delta \sigma_{yy} + \varepsilon_{zz} \delta \sigma_{zz} + \varepsilon_{xy} \delta \sigma_{xy} + \varepsilon_{xz} \delta \sigma_{xz} + \varepsilon_{yz} \delta \sigma_{yz}) dv$$

$$T = \int_v \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \delta \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial t} \delta \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial t} \delta \frac{\partial u_z}{\partial t} \right) dv$$

$$A = \int_v (F_x \delta u_x + F_y \delta u_y + F_z \delta u_z) dv$$

$$\bar{F} = \bar{F}(\bar{x}) \cdot \cos(\omega t),$$

де u_i - переміщення, σ_{ij} - компоненти тензора напруг, ε_{ij} - компоненти тензора деформацій, F_i - компоненти навантаження, ρ - щільність, t - час.

ПРОГРАМА НА ВХІДНІЙ МОБІ FORL

// Завантаження з файла інформації про геометричну модель об'єкта

OBJECT Obj("object.dat") BEGIN

ARGUMENT x,y,z; // координатні осі

RESULT u,v,w; // базисні величини, що варіюються

// Умови жорсткого защемлення на нижній підставі

u(z==0.0) = 0.0; v(z==0.0) = 0.0; w(z==0.0) = 0.0;

CONSTANT E = 1.0, // Безрозмірний модуль пружності

n = 0.3, // Коефіцієнт Пуассона

Rho = 1.0, // Безрозмірний розмір щільності

C0 = SQRT(E*((1-n)/((1+n)*(1-2*n)))/Rho),

lambda = E*n / ((1.0+n)*(1.0-2.0*n)), mu = E*0.5 / (1.0+n),

D = lambda+2*mu, H = lambda, X = mu;

// величини, що варіюються – формули від базисних

VARIATION Exx = DIFF(u,x), Eyy = DIFF(v,y), Ezz = DIFF(w,z);

```

VARIATION Exy = DIFF(u,y) + DIFF(v,x);
VARIATION Exz = DIFF(u,z) + DIFF(w,x);
VARIATION Eyz = DIFF(v,z) + DIFF(w,y);
VARIATION Sxx = D*Exx + H*Eyy + H*Ezz;
VARIATION Syy = H*Exx + D*Eyy + H*Ezz;
VARIATION Szz = H*Exx + H*Eyy + D*Ezz;
VARIATION Sxy = X*Exy, Sxz = X*Exz, Syz = X*Eyz;
// Функція, що описує навантаження, прикладене до об'єкта.
FUNCTION Right = IF(ABS(z-10)<0.01, -0.1, 0.0);
FUNCTION SXX=0.0, SYY=0.0, SZZ=0.0, SXY=0.0, SXZ=0.0, SYZ=0.0;
FUNCTION Px=0.0,Py=0.0,Pz=0.0;
FUNCTION Dx=0.0,Dy=0.0,Dz=0.0;
//Опис функціонала, необхідного для побудови матриці жорсткості
FUNCTIONAL Uc =
    0.5*(VMInteg(Sxx,Exx) + VMInteg(Syy,Eyy) + VMInteg(Szz,Ezz)
    + VMInteg(Sxy,Exy) + VMInteg(Sxz,Exz) + VMInteg(Syz,Eyz));
//Опис функціонала, необхідного для побудови матриці інерції
FUNCTIONAL Um = 0.5*(VMInteg(u,u) + VMInteg(v,v) + VMInteg(w,w));
// Опис функціонала для побудови вектора варіації віртуального навантаження
FUNCTIONAL Ur = VRWInteg(w,Right);
// Визначення досліджуваної частоти
CONSTANT T = 10.0 * 2.0 / C0, W = 2.0 * 3.1415926 / T, W2 = W * W * 0.3;
// Створення матриць інерції і жорсткості
MATRIX C(Uc), M(Um), V = C + W2 * M;
VECTOR R(Ur), P, Tmp;
Tmp = R;
// Розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь і визначення
// розподілу інтенсивностей амплітуд в об'ємі тіла
SOLUTION(V, Tmp, R, P);
R >> u,v,w; // Розподіл результатів по базисних функціях
// Обчислення функцій, що описують ПДВ одним з вбудованих методів
SXX = MIDDLE(Sxx); SYY = MIDDLE(Syy); SZZ = MIDDLE(Szz);
SXY = MIDDLE(Sxy); SXZ = MIDDLE(Sxz); SYZ = MIDDLE(Syz);
// Визначення деформацій для наступного візуального аналізу
TRANSFORM u,v,w;

```

//Запис усіх результатів у спеціальному форматі

SAVELIST();

// Закінчення обробки об'єкта Obj

END

РЕЗУЛЬТАТИ

Рисунки 1-9 були створені за результатами розрахунку за допомогою підсистеми візуалізації, реалізованої як частина системи FORL. Апарат візуального аналізу наочно відображає процеси поширення хвильових явищ на поверхні і – за допомогою розрізів – усередині досліджуваного тіла. За допомогою градацій сірого кольору показаний розподіл досліджуваної функції по розмірі. На рисунках подані для порівняння результати розрахунків по обох моделях. Показано розподіл амплітуд і максимальних нормальних напруг.

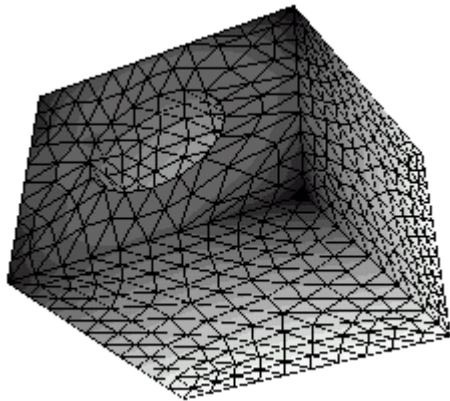


Рис. 1. Амплітуда U_z
(лінійна апроксимація)

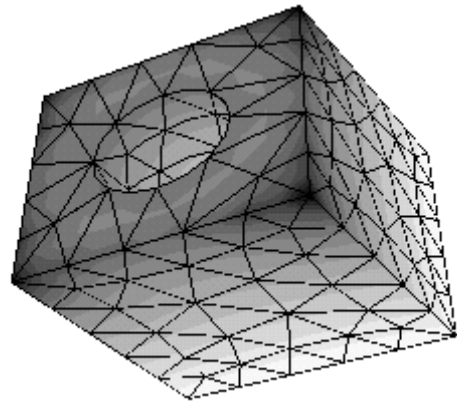


Рис. 2. Амплітуда U_z (квадратична
апроксимація)

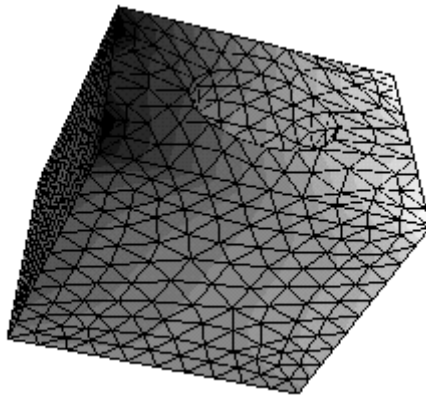


Рис. 3. Амплітуда U_y
(лінійна апроксимація)

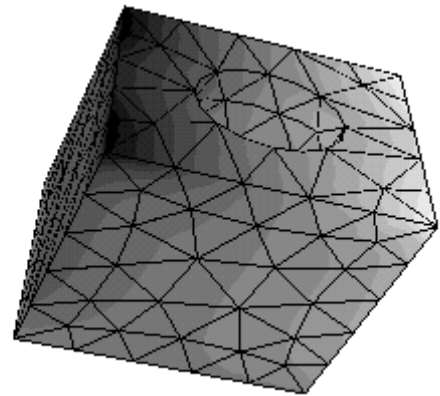
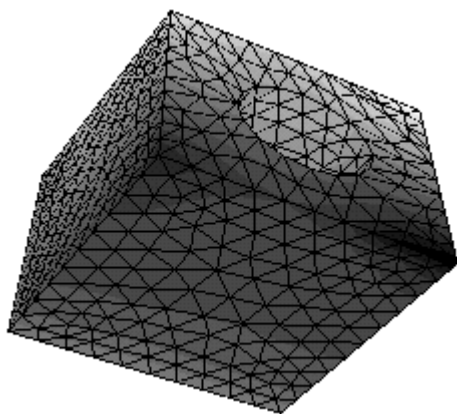
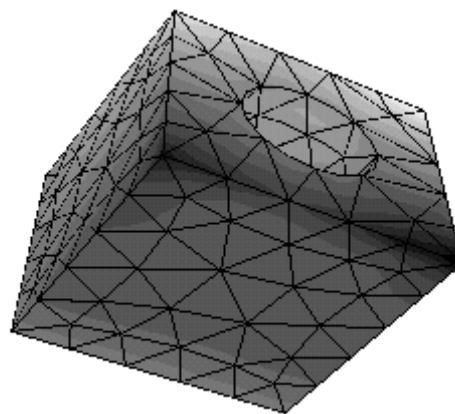


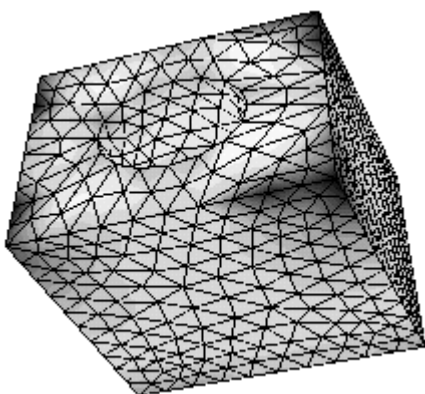
Рис. 4. Амплітуда U_y
(квадратична апроксимація)

Рис. 5. Амплітуда U_x

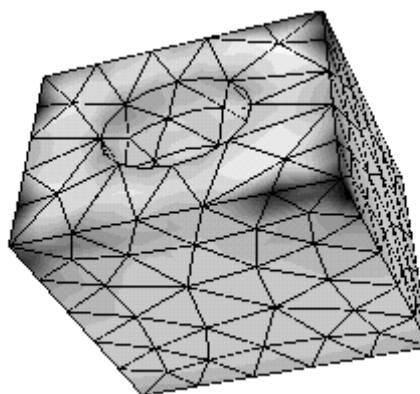
(лінійна апроксимація)

Рис. 6. Амплітуда U_x

(квадратична апроксимація)

Рис. 7. Макс. норм. напруги S_{zz}

(лінійна апроксимація)

Рис. 8. Макс. норм. напруги S_{zz}

(квадратична апроксимація)

Приведемо для порівняння максимальні значення зображених на рисунках функцій для двох моделей при значеннях фізичних параметрів, приведених у програмі.

Функція	Лінійна модель	Квадратична модель
Амплітуда U_x	0.1874	0.2200
Амплітуда U_y	0.1784	0.2260
Амплітуда U_z	0.7549	0.9599
Макс. норм. напруги S_{zz}	0.1433	0.2047

Кількісні розбіжності складають від 14% до 29%. Є задовільний якісний збіг результатів для двох моделей.

Рис. 9 дає представлення про можливість дослідження об'ємного розподілу за допомогою перетинів. Площина розрізу підкреслена за допомогою ізоліній, що виділяють переходи колірної градації.

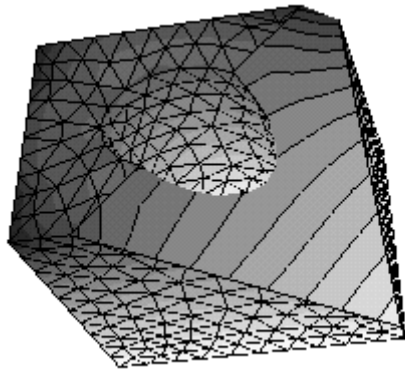


Рис. 9. Амплітуда U_z

(лінійна апроксимація, перетин)

Безсумнівною перевагою інструментальної системи FORL є легкість внесення змін у програму на вхідній мові системи, можливість швидкого переходу від одного функціонального базису (лінійного) до іншого (квадратичного), від однієї форми зовнішнього навантаження до іншої. По суті, описана вище програма реалізує цілий клас задач, що відрізняються параметрами, що варіюються. Видозмінюючи опис крайового завдання, користувач має можливість у діалоговому режимі досліджувати динамічні характеристики об'єкта, що конструється.

Система FORL – новий потужний інструмент, придатний для вирішення сучасних завдань конструювання і комп'ютерного моделювання. Існуючі програмні комплекси для розрахунку задач механіки твердого тіла, що деформується – COSMOS, ANSYS, і ін. – націлені на масове вирішення типових завдань із цілком визначеною математичною моделлю. Перехід до іншої математичної моделі є для них часто неможливим. Але конструювання саме по собі не є стандартизованим тривіальним процесом. Система FORL саме спрямована на те, щоб дати інженеру можливість уточнювати і видозмінювати математичну модель у процесі конструювання. Вона може послужити доповненням до наявних програмних комплексів на пошуковому етапі конструювання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Розин Л.А. Вариационная постановка задач для упругих систем.– Л.: Из-во Ленинградского гос. ун-та.– 1978. –265 с.
2. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности.– М.: Мир.– 1987. – 444 с.
3. Gomenyuk S.I., Mukhin V.V., Tolok A.V. The instrumental system of solution and analysis of mathematical physics problems through method of finite elements (MFE).– XXII International school and conference on computer aided design – CAD-95.– Ukraine, Crimea, Yalta-Gurzuff, May 4-14,1995. С. 88-93
4. Buvaylo D.P.,Gomenyuk S.I.,Tolok A.V.,Tolok V.A. Instrumental System for the analyses of the problems of Theoretical and Applied Mechanics. Zbornik Rezimea Jumen Vrnjačka Banja'97 Abstracts Of The Yuctam Vrnjačka Banja'97 XXII Yugoslay Congress Of Theoretical and Applied Mechanics June 2.–June 7, 1997. С. 39-41
5. Tolok A.V.,Gomenyuk S.I. The instrumental system of Mechanics Problems Analysis of the deformed Solid Body. Internationales Kolloquium Über Anwendungen Der Informatik Und Mathematik In Architektur Und Bauwesen.– Bauhause Universität Weimar . 1997.
6. Толлок В.А. Алгоритмическая система решения краевых задач теории упругости и пластичности, Автореферат на соискание уч. степени доктора техн. наук.– Ташкент. – 1972.– 265 с.
7. Гоменюк С.И., Толлок А.В., Толлок В.А. Инструментальная система анализа задач математической физики методами конечных элементов. В сб. Труды конференции "САПР-96".– М.: 1996. С. 48-53