

5. Дьяченко Н. Н. Решение задачи о скольжении штампа с трением по границе шероховатого полупространства с линейным законом деформирования шероховатости / Н. Н. Дьяченко, Е. В. Шашкова // Вісник Запорізького національного університету. Фіз.-мат. науки. - 2006. – №1. – С. 25-33.
6. Дьяченко Н. Н. Решение задачи о вдавлении смещенной силой параболического штампа в упругое шероховатое полупространство / Н. Н. Дьяченко // Вісник Запорізького національного університету. Фіз.-мат. науки. - 2006. – №1. – С. 16-25.
7. Лурье Л. И. Пространственные задачи теории упругости / Л. И. Лурье. – М.: Наука, 1955.–492 с.
8. Михлин С. Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения / С. Г. Михлин. - М.: Наука, 1962. – 254 с.
9. Шашкова Е. В. Решение задачи контакта кольцевого штампа с шероховатым полупространством при нелинейном законе деформирования шероховатости / Е. В. Шашкова, Н. Н. Дьяченко // Вісник Дніпропетровського університету. Серія: механіка. – Вип. 8, Т.1. – 2004. – №6. – С. 187-194.

УДК 539.3

## МАТРИЧНИЙ ФОРМАЛІЗМ МЕТОДУ ФУНКЦІЙ ПОДАТЛИВОСТІ ДЛЯ БАГАТОШАРОВИХ ОСНОВ СКЛАДНОЇ СТРУКТУРИ

Зіновєєв І. В., старший викладач

*Запорізький національний університет*

Запропоновано метод визначення функцій податливості для багатошарових основ складної структури. За допомогою теорії матриць отримані аналітичні формули для визначення напружено-деформованого стану багатошарової основи складної структури.

*Ключові слова:* багатошарова основа складної структури, функції податливості, ізотропність, зосереджені сили, шар, напруження, деформації, рекурентні формули, матриці, матричний формалізм.

Зіновєєв І.В. МАТРИЧНИЙ ФОРМАЛІЗМ МЕТОДА ФУНКЦІЙ ПОДАТЛИВОСТІ ДЛЯ МНОГОСЛОЙНИХ ОСНОВНИЙ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ / Запорожский национальный университет, Украина

Предложен метод определения функций податливости для многослойных оснований сложной структуры. При помощи теории матриц получены аналитические формулы для определения напряженно-деформированного состояния многослойного основания сложной структуры.

*Ключевые слова:* многослойное основание сложной структуры, функции податливости, изотропность, сосредоточенная сила, слой, напряжение, деформации, рекуррентные формулы, матрицы, матричный формализм.

Zinoveyev I.V. MATRIX FORMALISM OF A METHOD OF FUNCTIONS OF A PLIABILITY FOR THE MULTILAYER BASES OF COMPLICATED STRUCTURE/ Zaporizhzhya national university, Ukraine

The method of definition of functions of a compliance for the multilayer bases of complicated structure is offered. By means of the theory of matrix analytical formulas for definition intense - deformed state of the multilayer bases of complicated structure are obtained.

*Key words:* The multilayer bases of complicated structure, function of a compliance, isotropy, point force, layer, stress, recurrence formulae, matrix, a matrix formalism.

**Історія питання та постановка задачі.** Під багатошаровою основою розуміється пакет із скінченного числа невагомих однорідних шарів, що лежить на півпросторі (жорсткому або пружному). Кожен шар – це частина простору, обмежена двома паралельними площинами. Сусідні шари в основі зчеплені. На внутрішній шар основи діє розподілене вздовж контура об'ємне навантаження, яке змодельоване системою зосереджених сил.

Ефективним методом точного (у квадратурах) розв'язку основних межових задач для багатошарових основ є метод функцій податливості [1-3]. Коротко зміст його полягає в такому: у просторі трансформант напружено – деформівний стан кожного шару визначається через допоміжні функції шару.

Допоміжні функції сусідніх шарів не є незалежними, а пов'язані між собою лінійними співвідношеннями. Коефіцієнти цих співвідношень є функції податливості багатошарової основи. Вони є функціями параметрів інтегрального перетворення і для кожного шару залежать від пружних характеристик самого шару та шарів, які лежать нижче. Якщо функції податливості відомі (а вони не залежать від навантаження основи), то для визначення трансформант переміщень і напружень у будь-

якому шарі основи достатньо знати допоміжні функції верхнього шару, які можна визначити з межових умов задачі.

У статті розв'язується питання щодо побудови розрахункових формул для визначення функцій податливості багат шарових основ складної структури.

Раніше для обчислювання та дослідження функцій податливості використовувалися лише рекурентні співвідношення. У [1] зазначено, що у зв'язку з великою практичною цінністю функцій податливості, було б корисно знайти інші способи їх побудови. У статті [4] запропоновано метод визначення функцій податливості для багат шарових основ простої структури, який використовує алгебру матриць. У цій статті метод, запропонований у [4], поширюється на багат шарові основи складної структури [5].

**Матричний формалізм.** Нумерацію шарів будемо проводити зверху вниз, починаючи з одиниці. Півпросторові надамо номер  $n+1$ . У кожному шарі введемо локальну прямокутну декартову систему координат  $O_k X_k Z_k$  із початком на верхній межі шару так, що б осі  $Z_k$  всіх систем координат збігалися і були спрямовані всередину шару. Усі осі  $X_k$  паралельні  $X_1$  відповідно.

Вважаємо, що всі шари в основі зчеплені, тобто в кожній точці спільної межі двох сусідніх шарів з номерами  $k$  і  $k+1$  виконуються співвідношення

$$U_x(x, h_k) = U_{x_{k+1}}(x, 0), \quad U_z(x, h_k) = U_{z_{k+1}}(x, 0), \quad \sigma_{zz}(x, h_k) = \sigma_{zz_{k+1}}(x, 0), \quad \sigma_{xz}(x, h_k) = \sigma_{xz_{k+1}}(x, 0). \quad (1)$$

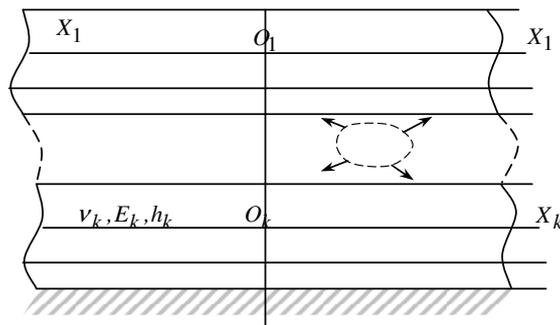


Рис. 1. Плоска деформація багат шарової основи

Розглянемо шар із номером  $k$ . Усі величини, що відносяться до цього шару, будемо позначати нижнім індексом  $k$ . Рівняння рівноваги в переміщеннях піддамо одновимірному інтегральному перетворенню Фур'є по змінній  $x$ :

$$\bar{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{i\xi x} dx, \quad \xi \in (-\infty, +\infty), \quad f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(\xi) e^{-i\xi x} d\xi. \quad (2)$$

Одержимо систему двох звичайних лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами щодо трансформант переміщень. Загальний розв'язок цієї системи (а, отже, і трансформанти переміщень і напружень нижньої межі шару) можна виразити через четвірку допоміжних функцій  $\alpha_k(\xi)$ ,  $\beta_k(\xi)$ ,  $\gamma_k(\xi)$ ,  $\delta_k(\xi)$ , які пов'язані з трансформантами напружень і переміщень шару на його верхній межі [1]

$$\alpha_k(\xi) = \bar{\sigma}_{zk}^{-1}|_{z=0}, \quad \beta_k(\xi) = \tilde{G}_k p \bar{u}_{zk}^{-1}|_{z=0}, \quad \gamma_k(\xi) = -i\xi \tilde{G}_k \bar{u}_{xk}^{-1}|_{z=0}, \quad \delta_k(\xi) = -\frac{i\xi}{p} \bar{\sigma}_{xzk}^{-1}|_{z=0}. \quad (3)$$

Рекурентні співвідношення між трансформантами шуканих величин для сусідніх шарів мають такий вигляд

$$\alpha_{k+1} = \frac{\alpha_k}{v_{1k}} [v_{1k} c_k - p_k s_k] + \beta_k [s_k - p_k c_k] - \gamma_k [p_k s_k] - \frac{\delta_k}{v_{1k}} [v_{2k} s_k + p_k c_k] + \alpha_k^0(\xi),$$

$$\Delta_k \beta_{k+1} = \frac{\alpha_k}{v_{3k}} [v_{4k} s_k - p_k c_k] + \frac{\beta_k}{v_{1k}} [v_{1k} c_k - p_k s_k] + \frac{\gamma_k}{v_{1k}} [v_{2k} s_k - p_k c_k] - \frac{\delta_k}{v_{3k}} [p_k s_k] + \Delta_k \beta_k^0(\xi),$$

$$\Delta_k \gamma_{k+1} = \frac{\alpha_k}{v_{3k}} [p_k s_k] + \frac{\beta_k}{v_{1k}} [v_{2k} s_k + p_k c_k] + \frac{\gamma_k}{v_{1k}} [v_{1k} c_k + p_k s_k] + \frac{\delta_k}{v_{3k}} [v_{4k} s_k + p_k c_k] + \Delta_k \gamma_k^0(\xi),$$

$$\delta_{k+1} = -\frac{\alpha_k}{v_{1k}} [v_{2k}s_k - p_k c_k] + \beta_k [p_k s_k] + \gamma_k [s_k + p_k c_k] + \frac{\delta_k}{v_{1k}} [v_{1k}c_k + p_k s_k] + \delta_k^0(\xi),$$

де,  $c_k = ch(p_k)$ ,  $s_k = sh(p_k)$ ,  $v_{1k} = 2(1 - v_k)$ ,  $v_{2k} = 1 - 2v_k$ ,  $v_{3k} = v_{1k}^2$ ,  $v_{4k} = 3 - 4v_k$ ,  $p_k = ph_k$ ,  $\Delta_k = E_k(1 - v_{k+1}^2) / E_{k+1}(1 - v_k^2)$ .

У цих формулах функції  $\alpha_k^o(\xi)$ ,  $\beta_k^o(\xi)$ ,  $\gamma_k^o(\xi)$ ,  $\delta_k^o(\xi)$  виражаються через трансформанти додаткових станів шарів, які містять навантаження. Введемо до розгляду вектори і матриці

$$T_{11k} = \frac{1}{v_{1k}} \begin{pmatrix} v_{1k}c_k - p_k s_k & -v_{2k}s_k - p_k c_k \\ p_k c_k - v_{2k}s_k & v_{1k}c_k + p_k s_k \end{pmatrix}, T_{12k} = \begin{pmatrix} s_k - p_k c_k & -p_k s_k \\ p_k s_k & s_k + p_k c_k \end{pmatrix},$$

$$T_{21k} = \frac{1}{v_{1k}^2 \Delta_k} \begin{pmatrix} v_{3k}s_k - p_k c_k & -p_k s_k \\ p_k s_k & v_{3k}s_k + p_k c_k \end{pmatrix}, T_{22k} = \frac{1}{v_{1k} \Delta_k} \begin{pmatrix} v_{1k}c_k - p_k s_k & v_{2k}s_k - p_k c_k \\ v_{2k}s_k + p_k c_k & v_{1k}c_k + p_k s_k \end{pmatrix}.$$

$$\bar{\sigma}_k = \begin{pmatrix} \alpha_k \\ \delta_k \end{pmatrix}, \bar{U}_k = \begin{pmatrix} \beta_k \\ \gamma_k \end{pmatrix}, \bar{\sigma}_k^o = \begin{pmatrix} \alpha_k^o \\ \delta_k^o \end{pmatrix}, \bar{U}_k^o = \begin{pmatrix} \beta_k^o \\ \gamma_k^o \end{pmatrix}, k = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Тоді в цих позначеннях наведені вище формули набудуть такого вигляду

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{k+1} = T_k^{11} \bar{\sigma}_k + T_k^{12} \bar{U}_k + \bar{\sigma}_k^o, \\ \bar{U}_{k+1} = T_k^{21} \bar{\sigma}_k + T_k^{22} \bar{U}_k + \bar{U}_k^o. \end{cases} \quad (5)$$

Функції  $\alpha_k(\xi)$ ,  $\beta_k(\xi)$ ,  $\gamma_k(\xi)$ ,  $\delta_k(\xi)$  пов'язані між собою співвідношеннями

$$\bar{U}_k = \tilde{A}_k \bar{\sigma}_k + l_k, \text{ де } l_k = \begin{pmatrix} L_k(\xi) \\ M_k(\xi) \end{pmatrix}, k = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Тут  $l_k = \begin{pmatrix} L_k(\xi) \\ M_k(\xi) \end{pmatrix}$  - функції податливості основи складної структури [5].

Користуючись формулами (5) та (6) для  $k+1$ -го і  $k$ -го шарів, можна отримати рекурентні співвідношення для функцій  $l_k$  і  $A_k$ .

$$A_k = (T_k^{22} - A_{k+1} T_k^{12})^{-1} \cdot (A_{k+1} T_k^{11} - T_k^{21}), \quad \bar{l}_k = (T_k^{22} - A_{k+1} T_k^{12})^{-1} (\bar{l}_{k+1} + A_{k+1} \bar{\sigma}_k^o - \bar{U}_k^o), \quad (7)$$

або в інших позначеннях

$$A_k = \tilde{A}_{1,k}^{-1} \cdot \tilde{A}_{2,k}, \quad \bar{l}_k = \tilde{A}_{1,k}^{-1} \cdot \bar{l}_k^o. \quad (8)$$

Користуючись властивістю  $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$  для оборотних матриць, за допомогою (7) та (8) отримаємо

$$\begin{aligned} A_k &= \left( T_k^{22} - (\tilde{A}_{1,k+1}^{-1} \cdot \tilde{A}_{2,k+1}) T_k^{12} \right)^{-1} \cdot \left( (\tilde{A}_{1,k+1}^{-1} \cdot \tilde{A}_{2,k+1}) T_k^{11} - T_k^{21} \right) = \\ &= \left( T_k^{22} - (\tilde{A}_{1,k+1}^{-1} \cdot \tilde{A}_{2,k+1}) T_k^{12} \right)^{-1} \cdot \left( \tilde{A}_{1,k+1}^{-1} \cdot \tilde{A}_{1,k+1} \right) \cdot \left( (\tilde{A}_{1,k+1}^{-1} \cdot \tilde{A}_{2,k+1}) T_k^{11} - T_k^{21} \right) = \\ &= \left( \tilde{A}_{1,k+1} T_k^{22} - (\tilde{A}_{1,k+1} \tilde{A}_{1,k+1}^{-1}) T_k^{12} \right)^{-1} \cdot \left( (\tilde{A}_{1,k+1} \tilde{A}_{1,k+1}^{-1}) \tilde{A}_{2,k+1} T_k^{11} - \tilde{A}_{1,k+1} T_k^{21} \right) = \\ &= \left( \tilde{A}_{1,k+1} T_k^{22} - \tilde{A}_{2,k+1} T_k^{12} \right)^{-1} \cdot \left( \tilde{A}_{2,k+1} T_k^{11} - \tilde{A}_{1,k+1} T_k^{21} \right) = \tilde{A}_{1,k}^{-1} \tilde{A}_{2,k} \end{aligned}$$

Таким чином, можемо записати рекурентні формули для отримання величин  $\tilde{A}_{1k}$ ,  $\tilde{A}_{2k}$

$$\tilde{A}_{1,k} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{1,k+1} T_k^{22} - \tilde{A}_{2,k+1} T_k^{12} \\ \tilde{A}_{2,k} \end{pmatrix}, \quad \tilde{A}_{2,k} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{2,k+1} T_k^{11} - \tilde{A}_{1,k+1} T_k^{21} \\ \tilde{A}_{1,k} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

або в матричному записі

$$\begin{pmatrix} \tilde{A}_{2,k} \\ \tilde{A}_{1,k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_k^{11} & -T_k^{21} \\ -T_k^{12} & T_k^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A}_{2,k+1} \\ \tilde{A}_{1,k+1} \end{pmatrix}, \quad \Rightarrow \quad \tilde{A}_k = \tilde{T}_k \cdot \tilde{A}_{k+1}, \quad \tilde{A}_k = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{2,k} \\ \tilde{A}_{1,k} \end{pmatrix}, \quad \tilde{T}_k = \begin{pmatrix} T_k^{11} & -T_k^{21} \\ -T_k^{12} & T_k^{22} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Послідовно застосовуючи ці формули, отримаємо формули, які дозволяють виразити  $\tilde{A}_k$  через функції півпростору, тобто

$$\tilde{A}_k = \tilde{T}_k \cdot \tilde{A}_{k+1} = \tilde{T}_k \cdot \tilde{T}_{k+1} \cdot \tilde{A}_{k+2} = \dots = (\tilde{T}_k \cdot \tilde{T}_{k+1} \cdot \dots \cdot \tilde{T}_n \cdot \tilde{T}_{n+1}) \tilde{A}_{n+1} = \tilde{T}_k \tilde{A}_{n+1}. \quad (11)$$

Тут  $\tilde{T}_k = \tilde{T}_k \cdot \tilde{T}_{k+1} \cdot \dots \cdot \tilde{T}_n \cdot \tilde{T}_{n+1}$ ,  $\tilde{T}_k = \begin{pmatrix} \tilde{t}_k^{11} & \tilde{t}_k^{12} \\ \tilde{t}_k^{21} & \tilde{t}_k^{22} \end{pmatrix}$ . Зауважимо, що матриця  $\tilde{T}_k$  може бути обчислена до

розв'язання основної задачі, тому що її елементи залежать тільки від геометричних та фізичних характеристик шарів.

Для абсолютно жорсткого півпростору, на якому лежить багат шаровий пакет, усі елементи матриці  $A_{n+1}$  нульові, а тому

$$A_k = \left( A_{n+1} \tilde{t}_k^{12} + \tilde{t}_k^{22} \right)^{-1} \cdot \left( A_{n+1} \tilde{t}_k^{11} + \tilde{t}_k^{21} \right). \quad (12)$$

За аналогічною схемою отримаємо рекурентні формули і для функцій  $\bar{l}_k^o$ :

$$\bar{l}_k^o = \tilde{A}_{1,k+1} \bar{l}_{k+1} + \tilde{A}_{2,k+1} \bar{\sigma}_k^o - \bar{U}_k^o, \quad (13)$$

$$\bar{l}_k = \tilde{A}_{1,k}^{-1} \left( \tilde{A}_{1,k+1} \bar{l}_{k+1} + \tilde{A}_{2,k+1} \bar{V}_k^o \right), \quad \bar{V}_k^o = \left( \bar{\sigma}_k^o - \tilde{A}_{2,k+1}^{-1} \bar{U}_k^o \right), \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} L_k \\ M_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{k+1} \\ M_{k+1} \end{pmatrix} + A_{k+1} \begin{pmatrix} \alpha_k^o \\ \delta_k^o \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \beta_k^o \\ \gamma_k^o \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Для випадку абсолютно жорсткої півплощини  $\bar{l}_{n+1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  після очевидних перетворень отримаємо

$$\bar{l}_k = \tilde{A}_{1,k}^{-1} \left( \tilde{A}_{1,k+1} \bar{l}_{k+1} + \tilde{A}_{2,k+1} \bar{V}_k^o \right) = \tilde{A}_{1,k}^{-1} \left( \tilde{A}_{1,k+1} \left( \tilde{A}_{1,k+1}^{-1} \left( \tilde{A}_{1,k+2} \bar{l}_{k+2} + \tilde{A}_{2,k+2} \bar{V}_{k+1}^o \right) \right) + \tilde{A}_{2,k+1} \bar{V}_k^o \right) = \dots \quad (16)$$

$$= \tilde{A}_{1,k}^{-1} \tilde{A}_{1,n+1} \bar{l}_{n+1} + \tilde{A}_{1,k}^{-1} \left( \tilde{A}_{2,n+1} \bar{V}_n^o + \tilde{A}_{2,n} \bar{V}_{n-1}^o + \dots + \tilde{A}_{2,k+1} \bar{V}_k^o \right) = \tilde{A}_{1,k}^{-1} \cdot \sum_{i=k}^n \tilde{A}_{2,i+1} \bar{V}_i^o.$$

$$\bar{\sigma}_{k+1} = T_k^{11} \bar{\sigma}_k + T_k^{12} (A_k \bar{\sigma}_k + \bar{l}_k) + \bar{\sigma}_k^o = \left( T_k^{11} + T_k^{12} A_k \right) \bar{\sigma}_k + \left( T_k^{12} \bar{l}_k + \bar{\sigma}_k^o \right).$$

Введемо позначення

$$D_{1,k} = T_k^{11} + T_k^{12} A_k, \quad D_{2,k} = T_k^{12} \bar{l}_k + \bar{\sigma}_k^o, \quad \tilde{D}_{1,k} = T_k^{21} + T_k^{22} A_k, \quad \tilde{D}_{2,k} = T_k^{22} \bar{l}_k + \bar{U}_k^o. \quad (17)$$

Тоді

$$\bar{\sigma}_{k+1} = D_{1,k} \bar{\sigma}_k + D_{2,k} = D_{1,k} (D_{1,k-1} \bar{\sigma}_{k-1} + D_{2,k-1}) + D_{2,k} = \dots = \prod_{i=1}^k D_{1,i} \cdot \bar{\sigma}_1 + \sum_{i=1}^k D_{2,i} \cdot \prod_{i=1}^k D_{1,i},$$

$$\bar{U}_{k+1} = \tilde{D}_{1,k} \bar{\sigma}_k + \tilde{D}_{2,k} = D_{1,k} (D_{1,k-1} \bar{\sigma}_{k-1} + D_{2,k-1}) + D_{2,k} = \dots = \prod_{i=1}^k D_{1,i} \cdot \bar{\sigma}_1 + \sum_{i=1}^k D_{2,i} \cdot \prod_{i=1}^k D_{1,i}. \quad (18)$$

Таким чином, побудовані формули, які дозволяють, виходячи з граничних умов на верхній межі основи, отримати функції податливості для кожного з шарів основи.

У підсумку зауважимо, що та ж сама схема може бути застосована й до інших типів багатошарових основ складної структури, таких як багатошарові основи з отвором в одному із шарів, або багатошарові основи з криволінійними тріщинами в одному з шарів.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Приварников А.К. Граничные задачи теории упругости для многослойных оснований простой и сложной структуры: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. - М., 1982. - 350 с.
2. Приварников А.К., Ламзюк В.Д. Упругие многослойные основания. - Ч.1. - Днепропетровск, 1985.- 162с. Деп. в ВИНТИ 23.12.85г., № 8789-В.
3. Приварников А.К., Годес Ю.Я. О решении первой граничной задачи для упругого многослойного основания// Устойчивость и прочность элементов конструкций.- Днепропетровск, 1986. - С.6-28.
4. Величко І.Г. Матричний формалізм методу функцій податливості // Вісник Запорізького державного університету. Фізико-математичні науки. Біологічні науки. - Запоріжжя. - 2000. – С.50-59.
5. Зиновеев И.В. Напряженно-деформированное состояние многослойного основания под действием поверхностных и объемных нагрузок // Вопросы механики деформирования и разрушения твердых тел. -Днепропетровск:ДДУ, 1999. – С.66-73.

УДК 519.852.6:004.421.2:514.747

## АЛГОРИТМ ЗУСТРІЧНОГО ОДНОРЯДНОГО ШТАМПУВАННЯ ФІГУРНИХ ДЕТАЛЕЙ У ПРЯМОКУТНОМУ ЛИСТІ

Зінченко А. І., аспірант, Приварников А. К., д. ф.-м. н., професор

*Запорізький національний університет*

У роботі запропоновано спосіб оптимального укладання фігурних деталей у прямокутному листі для випадку зустрічного однорядного штампування цих деталей. Описано спосіб визначення кроку штампування й ефективний спосіб відшукування оптимального варіанта укладання  
*Ключові слова: розкрій прямокутного листа, фігурні деталі, крок штампування, оптимальний варіант штампування*

Зинченко А. И., Приварников А. К. СПОСОБ ОПТИМАЛЬНОЙ УКЛАДКИ ФИГУРНЫХ ДЕТАЛЕЙ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ЛИСТЕ / Запорожский национальный университет, Украина

В работе предложен способ оптимальной укладки фигурных деталей в прямоугольном листе для случая встречной однорядной штамповки этих деталей. Описан способ определения шага штамповки и эффективный способ отыскания оптимального варианта укладки

*Ключевые слова: раскрой прямоугольного листа, фигурные детали, шаг штамповки, оптимальный вариант штамповки.*

Zinchenko A.I., Privarnikov A.K. METHOD OF OPTIMUM PLACEMENT OF FIGURED DETAILS IN RIGHT-ANGLED SHEET / Zaporozhia national university, Ukraine

The paper offers the method of optimum placement of figured details in right-angled sheet for the case of counter uniserial punching of these details. The method of determination of the pitch of punching and an effective method of finding optimum variant of placement are described in the given work.

*Key words: right-angled sheet cutting; figured details; the pitch of punching; optimum variant of punching.*

**Постановка проблеми.** Заданий прямокутний лист повинен бути розрізаний на смуги, паралельні однієї з його сторін. У кожній смузі розміщується один ряд однакових фігур. Будь-яка фігура в смузі, крім першої, зсунута відносно попередньої фігури (у напрямку смуги) на фіксовану відстань та повернута відносно неї на  $180^0$  проти ходу годинникової стрілки. Кількість фігур у смузі, ширина смуги, кількість однакових смуг в листі й кількість фігур, що заповнюють лист зазначеним способом, залежить від орієнтації першої фігури відносно сторін прямокутного листа, що визначається кутом повороту  $\varphi$  (проти ходу годинникової стрілки) фігури від заданого вихідного положення. Потрібно знайти таке значення кута  $\varphi$ , якому відповідає максимальна кількість фігур у листі.

Сформульована проблема має практичне значення для багатьох заводів: автомобільних, тракторних, комбайнових, а також для взуттєвих фабрик, на яких масово виготовляють однотипні деталі методом штампування.