

11. Данкерт Дж., Габберт У. Вычислительная система «COSAR» для исследования трехмерной проблемы прочности методом конечных элементов // Сопrotивление материалов и теория сооружений. – 1978. – Вып. 33. – С. 3-9.
12. Красковский Д.Г., Виноградов А.В. AutoCAD 2000 для всех (русская и английская версии). – 2-е изд.– М.: КомпьютерПресс, 1999. – 272 с.: ил.
13. Кречко Ю.А., Полищук В.В. Автокад. Курс практической работы. - М.: Диалог-МИФИ, – 1994. – 256 с.
14. Костромин К. А. SolidEdge Intergraph – система твердотельного моделирования // Автоматизация проектирования. – №3. – 1997. – С. 17-22.
15. Михалкин К., Хазаров С. КОМПАС-3D V6. Практическое руководство. - М.:ООО «БИНОМ-Пресс», 2004. — 288 с.
16. Yates D.N., Sable W.W., Vinson T.J. The DAISY code. // Numerical and Computer Methods in Structural Mechanics. – New-York. – 1973. – P. 175-210.
17. Yourdon E. Modern Structured Analysis // Englewood Cliffs. – New Jersey: Yourdon Press. – 1989.
18. Ollivier-Gooch Carl F, Boivin Charles. Guaranteed-quality simplicial mesh generation with cell size and grading control. Engineering with Computers, 17(3):269–286, 2001.
19. Reitzinger S. and Schöberl J. Algebraic Multigrid for Edge Elements // Numerical Linear Algebra with Applications 9(3), pp 223-238 (2002)
20. Unsolved Problems in Geometry by Hallard Croft, Kenneth Falconer, and Richard Guy (Springer-Verlag, 1991).
21. Evsseev A.V., Markov M.A., Panchenko V.Ya., Yakunin V.P. «Acrylic photo-curable resins with low viscositi for laser stereolithography». Proc. of 8th Euro-pean Stereolithography User Group Meeting, 7 – 8 October 1996, Darmstadt, Germany.
22. Толок В.А., Киричевский В.В., Гоменюк С.И., Гребенюк С.Н., Бувайло Д.П. Метод конечных элементов: теория, алгоритмы, реализация. – К.: Наук. думка, 2003. – 316 с.
23. Киричевский Р.В. Численное моделирование температурных полей диссипативного разогрева конструкций из эластомеров с трещинами. – К.: Наукова думка, 1998. – 120 с.
24. Sing Li Tak. Meshing and Substructuring of 3D Stress Analysis Models. A Thesis Presented For the Degree of Doctor of Philosophy. BSc(Eng) Msc. September. – 1994. – 216 p.
25. Киричевский В.В., Толок В.А. Метод конечных элементов и суперэлементов в приложении к трехмерным задачам механики. – К.: Наук. думка, 2001. – 364 с.
26. Рвачев В.Л., Слесаренко А.П. Алгебра логики и интегральные преобразования в краевых задачах. – К.: Наукова думка, 1976. – 287 с.
27. Рвачев В.Л. Теория R – функций и некоторые ее приложения. - К.: Наукова думка, 1982. - 106 с.

УДК 539.67:669.293

СВОЙСТВА ФУНКЦИОНАЛОВ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ АДЕКВАТНОСТЬ МОДЕЛЕЙ ИСПОЛЬЗУЕМОГО ПРИ АНАЛИЗЕ СЛОЖНЫХ СПЕКТРОВ

Гончаренко Ю.В., старший преподаватель

Гуманитарный университет

"Запорожский институт государственного и муниципального управления"

Исследованы свойства функционалов, характеризующих среднеквадратичное отклонение экспериментальных точек от модельной кривой для сложных спектров механической релаксации.

Показаны их нелинейность, невыпуклость и наличие овражной структуры, что не позволяет использовать стандартные методы минимизации для определения параметров моделей спектров.
Ключевые слова: функционал, среднеквадратичное отклонение, нелинейность, невыпуклость, овражная структура.

Гончаренко Ю.В. ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІОНАЛІВ, ЩО ВИЗНАЧАЮТЬ АДЕКВАТНІСТЬ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ СПЕКТРІВ / Гуманітарний університет „Запорізький інститут державного та муніципального управління”, Україна

Досліджені властивості функціоналів, які характеризують середньоквадратичне відхилення експериментальних точок від модельної кривої для складних спектрів механічної релаксації. Показані їх нелінійність, неопуклість і наявність яружної структури, що не дозволяє використовувати стандартні методи мінімізації для визначення параметрів моделей спектрів.

Ключові слова: функціонал, середньоквадратичне відхилення, нелінійність, неопуклість, яружна структура.

Gontcharenko Yu.V. THE PROPERTIES OF THE FUNCTIONALS, WHICH DEFINE ADEQUACY OF THE MODELS OF THE COMPLEX SPECTRA / University of the humanities „Zaporizhja institute of state and municipal government”, Ukraine

The properties of the functionals, which characterize the standart deviation of the experimental points from the model curve for the complex spectra of the mechanical relaxation, are studied. The nonlinearity and the nonconvexity of these spectra are shown. Since the considered spectra have the ravined structure, it is impossible to use the standart minimization methods for the determination of the parameters of the spectra models.

Key words: functional, standart deviation, nonlinearity, nonconvexity, ravined structure.

ВВЕДЕНИЕ

Метод внутреннего трения широко используется в физическом материаловедении и физике твердого тела для изучения релаксационных процессов. В общем случае релаксационный спектр внутреннего трения в области релаксации Снукса может быть описан [1] такой математической моделью:

$$\begin{cases} Q^{-1}(T) = \sum_{i=1}^n Q_{0i}^{-1} \cosh^{-1} \left[\frac{E_i}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{0i}} \right) \right], \\ E_i = RT_{0i} \ln \left(\frac{kT_{0i}}{hf} \right), \end{cases} \quad (1)$$

где $Q^{-1}(T)$ – величина внутреннего трения при температуре T , Q_{0i}^{-1} , E_i и T_{0i} – соответственно, высота, энергия активации и температура i -го релаксационного пика, n – количество элементарных пиков, R – универсальная газовая постоянная, k – постоянная Больцмана, h – постоянная Планка, f – частота колебаний образца при измерениях. Для определения параметров модели Q_{0i}^{-1} , T_{0i} необходимо [2] решить задачу минимизации функционала:

$$S = \sum_{j=1}^m \left[Q_j^{-1} - Q^{-1}(T_j) \right]^2, \quad (2)$$

где Q_j^{-1} – экспериментальное значение внутреннего трения при температуре T_j , $Q^{-1}(T_j)$ – значение, которое рассчитано на основе модели (1) для той же температуры, m – количество экспериментальных точек. Для минимизации функционала (2) необходимо использовать численные методы нелинейной многокритериальной оптимизации [3].

Выбор конкретного метода минимизации и успешность нахождения минимума такого функционала во многом зависят от его свойств. В частности, для плохо обусловленных задач наиболее распространенные методы (покоординатного спуска, наискорейшего спуска, Ньютона-Рафсона) могут не давать приемлемых результатов из-за резкого снижения скорости сходимости или полной остановки алгоритма задолго до достижения оптимальной точки [3].

Целью данной статьи является исследование свойств функционала (2), влияющих на выбор алгоритма поиска его минимума.

СВОЙСТВА ФУНКЦИОНАЛА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩЕГО ОТКЛОНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ТОЧЕК ОТ МОДЕЛИ

Проверим линейность и выпуклость функционала (2). Согласно определению [4], функционал является линейным, если одновременно выполнены следующие условия:

$$S(\bar{x} + \bar{y}) = S(\bar{x}) + S(\bar{y}) \quad (3)$$

и

$$S(\alpha\bar{x}) = \alpha S(\bar{x}) \quad \forall \alpha = \text{const}. \quad (4)$$

Функционал (2) можно записать в виде:

$$S = \sum_{j=1}^m \left[Q_j^{-1} - \sum_{i=1}^n Q_{0i}^{-1} \cosh^{-1} \left[T_{0i} \ln \frac{kT_{0i}}{hf} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_{0i}} \right) \right] \right]^2. \quad (5)$$

Найдем $S(\bar{x} + \bar{y})$, где

$$\bar{x} = (Q_{01}^{-1}, Q_{02}^{-1}, \dots, Q_{0n}^{-1}, T_{01}, T_{02}, \dots, T_{0n}) \in \mathbb{R}^{2n},$$

$$\bar{y} = (R_{01}^{-1}, R_{02}^{-1}, \dots, R_{0n}^{-1}, V_{01}, V_{02}, \dots, V_{0n}) \in \mathbb{R}^{2n}:$$

$$S(\bar{x} + \bar{y}) = \sum_{j=1}^m \left[Q_j^{-1} - \sum_{i=1}^n (Q_{0i}^{-1} + R_{0i}^{-1}) \times \right. \\ \left. \times \cosh^{-1} \left[(T_{0i} + V_{0i}) \ln \frac{k(T_{0i} + V_{0i})}{hf} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_{0i} + V_{0i}} \right) \right] \right]^2 \neq S(\bar{x}) + S(\bar{y}).$$

Следовательно, функционал (2) не является аддитивным, а значит, и линейным.

Одно из условий выпуклости записывается [4] в виде:

$$S(\alpha\bar{x}) = \alpha S(\bar{x}) \quad \forall \alpha > 0. \quad (6)$$

Для функционала (2) имеем:

$$S(\alpha\bar{x}) = \sum_{j=1}^m \left[Q_j^{-1} - \sum_{i=1}^n \alpha Q_{0i}^{-1} \cosh^{-1} \left[\alpha T_{0i} \ln \frac{k\alpha T_{0i}}{hf} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{\alpha T_{0i}} \right) \right] \right]^2 = \\ = \sum_{j=1}^m \left[Q_j^{-1} - \alpha \sum_{i=1}^n Q_{0i}^{-1} \cosh^{-1} \left[\alpha T_{0i} \ln \frac{k\alpha T_{0i}}{hf} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{\alpha T_{0i}} \right) \right] \right]^2, \\ \alpha S(\bar{x}) = \alpha \sum_{j=1}^m \left[Q_j^{-1} - \sum_{i=1}^n Q_{0i}^{-1} \cosh^{-1} \left[T_{0i} \ln \frac{kT_{0i}}{hf} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_{0i}} \right) \right] \right]^2 = \\ = \sum_{j=1}^m \left[\sqrt{\alpha} Q_j^{-1} - \sum_{i=1}^n \sqrt{\alpha} Q_{0i}^{-1} \cosh^{-1} \left[T_{0i} \ln \frac{kT_{0i}}{hf} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_{0i}} \right) \right] \right]^2.$$

Очевидно, что $S(\alpha\bar{x}) \neq \alpha S(\bar{x})$, следовательно, исследуемый функционал не является выпуклым.

Выясним теперь структуру поверхностей уровня $S(\bar{x})$. При $n = 1$ функционал (2) принимает вид:

$$S = \sum_{j=1}^m \left[Q_j^{-1} - Q_{01}^{-1} \cosh^{-1} \left[T_{01} \ln \frac{kT_{01}}{hf} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_{01}} \right) \right] \right]^2. \quad (7)$$

Для построения графиков поверхностей уровня функционала (7) был сформирован набор "экспериментальных" значений, приведенный в таблице. Эти значения получены как сумма двух модельных пиков и случайной погрешности.

T_j	500	515	530	545	560
Q_j^{-1}	0.316909	0.407087	1.074311	2.136806	3.119368
T_j	575	590	605	620	635

Q_j^{-1}	3.692505	3.117216	1.698042	1.167642	0.368818
------------	----------	----------	----------	----------	----------

График поверхности уровня полученного функционала показан на рис. 1.

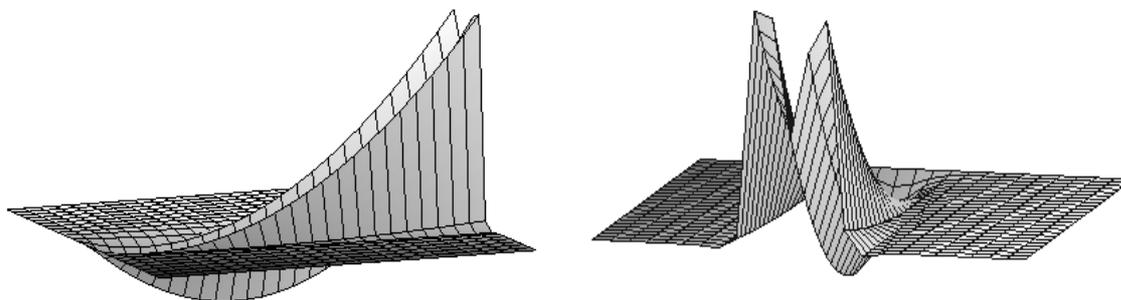


Рис. 1. Поверхность уровня функционала (7)

Для повышения наглядности и восприимчивости этой поверхности были построены ее контурные графики в виде линий равного уровня в пространстве (рис. 2) и на плоскости (рис. 3). Они получаются, если мысленно провести через трехмерную поверхность ряд равноотстоящих плоскостей, параллельных плоскости, образованной осями T и Q графика. Линии равных уровней образуются в результате пересечения этих плоскостей с трехмерной поверхностью. Для построения таких графиков были использованы функции `contourplot(expr, x = a..b, y = c..d)` и `contourplot3d(expr, x = a..b, y = c..d)` пакета `plots` системы Maple.

Из приведенных рисунков видно характерное наличие некоторой области притяжения, содержащей оптимальную точку $(T_{01}, Q_{01}) = \arg \min S$.

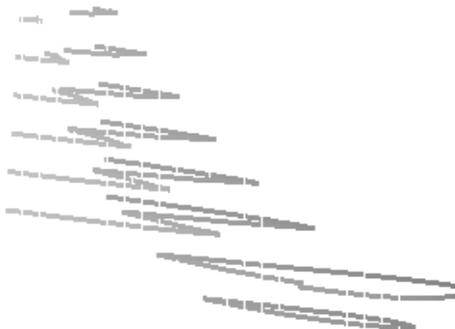


Рис. 2. Контурный график поверхностей уровня функционала (7) в пространстве

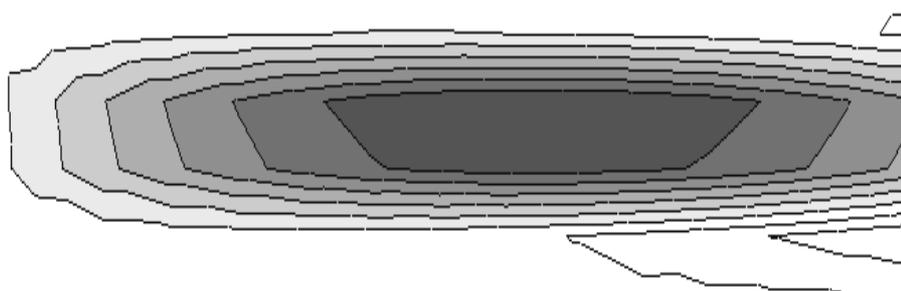


Рис. 3. Контурный график поверхностей уровня функционала (7) на плоскости

Рис. 1–3 свидетельствуют об овражной структуре исследуемого функционала. Поэтому задачу (1)–(2) следует отнести к классу овражных оптимизационных задач. В связи с этим для её решения целесообразно использовать специальные методы нелинейной оптимизации [2, 5].

ВЫВОДЫ

Исследованы свойства функционала, характеризующего отклонение экспериментальных значений релаксационного спектра от значений, рассчитываемых на основе модели (1) для одних и тех же температур. Показано, что этот функционал является нелинейным, невыпуклым и имеет овражную структуру, что обуславливает невозможность применения стандартных методов конечномерной оптимизации для его минимизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахрушин В.С., Чиріков О.Ю. Моделі та механізми механічної релаксації, пов'язаної з перебудовою домішково-дефектної підсистеми кристалів. - Запоріжжя: ГУ "ЗІДМУ", 2004. - 140 с.
2. Застосування квазіньютонівської мінімізації до визначення параметрів складних релаксаційних спектрів за емпіричними даними / Бахрушин В.С., Гончаренко Ю.В., Чиріков А.Ю., Шумада Р.Я. // Нові технології. - 2005. - № 1-2 (7-8). - С. 226 – 229.
3. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации и принятия решений. – СПб.: Лань, 2001. – 384 с.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1972. – 496 с.
5. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1974. – 534 с.

УДК 539.3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ К ЗАДАЧЕ О ВИНКЛЕРОВСКОМ ОСНОВАНИИ

Гребенюк С.Н., к.т.н., доцент, Тимошина О.Н., ассистент

Запорожский национальный университет

В работе рассмотрено применение метода конечных элементов к решению интегральных уравнений. Решена задача о винклеровском основании.

Ключевые слова: метод конечных элементов, интегральные уравнения, основание Винклера.

Гребенюк С.М., Тимошина О.М. ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДО ЗАДАЧІ ПРО ВІНКЛЕРІВСЬКУ ОСНОВУ / Запорізький національний університет, Україна

У роботі розглянуто застосування методу скінчених елементів до розв'язання інтегральних рівнянь. Розв'язана задача про вінклерівську основу.

Ключові слова: метод скінчених елементів, інтегральні рівняння, основа Вінклера.

Grebenuyk S.N., Timoshina O.N. APPLICATION OF FINITE ELEMENT METHOD TO THE DECISIONS PROBLEM ABOUT WINKLER BASE / Zaporizhzhya national university, Ukraine

In this paper we developed apply by finite element method to decisions integrate equations. The problem of Winkler base was solved.

Key words: finite element method, integral equations, base of Winkler.

Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками относятся к области теории контактных и смешанных задач механики деформированного твердого тела. Они включают в себя как задачи о контактном взаимодействии между тонкостенными элементами типа накладок (стрингеров) или включений различных геометрических форм с массивными деформируемыми телами, так и задачи о контакте тел, армированных тонкими покрытиями или прослойками. Указанные задачи с одной стороны, тесно примыкают к классическим контактными задачам механики деформированного твердого тела, а с другой стороны, непосредственно связаны с важными для инженерной практики вопросами передачи нагрузок от тонкостенных элементов к деформированным телам. Стрингеры и включения, как штампы и разрезы, являются концентраторами напряжений. Поэтому изучение концентрации напряжений в таких задачах и разработка методов ее снижения представляют собой теоретическую и практическую проблемы большой значимости. Контактные задачи для тел с покрытиями и прослойками имеют также