

Міністерство освіти і науки України

Заснований
у 1997 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію
друкованого засобу масової інформації № 222,
серія 33,
20 червня 1997 р.

Адреса редакції :
Україна, 69063,
м. Запоріжжя, МСП-41,
вул. Жуковського, 66

Телефони
для довідок:
(0612) 64-26-05,
(0612) 69-98-26

Факс: 641724

В і с н и к

Запорізького державного університету

- **Фізико-математичні науки**
- **Біологічні науки**

№ 3, 2002

**Запорізький державний університет
Запоріжжя 2002**

Вісник Запорізького державного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. Біологічні науки / Головний редактор Толок В.О.-Запоріжжя: Запорізький державний університет, 2002.- 146 с.

Затверджено як наукове фахове видання (Бюлетень ВАК України, 1999, №6)

Затверджено вченою радою ЗДУ (протокол засідання № 5 від 29.12.2002 р.)

Редакційна рада

Головний редактор - Толок В.О., доктор технічних наук, професор

Відповідальний редактор – Сисоєв Ю.О., кандидат технічних наук, доцент

РЕДАКЦІЙНІ КОЛЕГІЇ:

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

Гришак В.З., д.т.н., проф. – заступник головного редактора,
Киричевський В.В., д.т.н., проф., Перепелиця В.О., д.ф-м.н., проф.,
Приварников А.К., д.ф-м.н., проф., Ройтман А.Б., д.т.н., проф.,
Тамуров М.Г., д.т.н., проф., Шишканова С.Ф., д.т.н., проф.,
Гудрамович В.С., д.т.н., проф., Павленко А.В., д.ф-м.н., проф.,
Пожуєв В.І., д.ф-м.н., проф., Цурпал І.А., д.т.н., проф.

Гіржон В.В., д.ф-м.н. – заступник головного редактора,
Маслов В.В., д.ф-м.н., проф., Ольшанецький В.Ю., д.ф-м.н., проф.,
Псарьов В.І., д.ф-м.н., проф., Скалозуб В.В., д.ф-м.н., проф.,
Терновий Ю.Ф., д.т.н., проф., Яновський О.С., к.ф.-м. н., доц.

БІОЛОГІЧНІ НАУКИ

Бессонова В.П., д.б.н., проф. – заступник головного редактора,
Бовт В.Д., д.б.н., проф., Долгова Л.Г., д.б.н., проф.,
Єщенко В.А., д.мед.н., проф., Коцюбинська Н.П., д.б.н., проф.,
Матвеев М.М., д.б.н., проф., Мицик Л.П., д.б.н., проф.,
Сергейчик С.О., д.б.н., с.н.с., Фролов О.К., д.мед.н., проф.

ЗМІСТ

Фізико-математичні науки

БУВАЙЛО Д.П., ТОЛОК В.А.

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОУРОВНЕВЫХ ВЛОЖЕННЫХ СЕЧЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ БОЛЬШИХ РАЗРЕЖЕННЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ FORTU.....5

ВЕЛИЧКО И.Г., СТЕГАНЦЕВА П.Г.

НОВАЯ ФОРМА ЗАПИСИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ПОВЕРХНОСТИ С УЧЕТОМ СИЛЫ ТРЕНИЯ.....13

ВИШНЕВСКИЙ Ю.А., ПОЖУЕВ В.И.

ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЕКЛАРАТИВНЫХ ЯЗЫКОВ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ.....15

ГАЛАН Е.Е., ТОЛОК В.А.

ФОРМАЛЬНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ N-МЕРНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.....20

ГЕРАСИМОВ Т.С., ГРИЩАК В.З.

ПРО ПІДХОДИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ІЗ ТОЧКОЮ ПОВОРОТУ, ЗАСНОВАНІ НА ВИКОРИСТАННІ ГІБРИДНИХ МЕТОДІВ. ЧАСТИНА ПЕРША25

ГОМЕНЮК С.И.

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ FORTU.....33

ЗАЙЦЕВА Т.А., ШИШКАНОВА С.Ф., ШАШКОВА Є.В.

ПРО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ДЕЯКИХ МЕТАЛОМІСТКИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ.....39

КОЛОДЯЖНЫЙ В.М.

КОМБИНИРОВАННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ45

КОНДРАТЬЕВА Н.А., КУРАПОВ С.В.

ПОСТРОЕНИЕ РИСУНКА ГРАФА С МИНИМАЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ.....52

ЛОБУР О.В., ЗАЙЦЕВА Т.А., ШИШКАНОВА С.Ф.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ПЛАСТИНИ В УМОВАХ АГРЕСИВНОГО СЕРЕДОВИЩА.....59

ЛЯШЕНКО В.П., КИРИЛАХА Н.Г.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ РУХОМОГО ТІЛА.....64

МАКСИМЕНКО-ШЕЙКО К.В., РВАЧЕВ В.Л., ШЕЙКО Т.И.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ЗМЕЕВИКАМ69

МЫЛЬЦЕВ А.М., ТОЛОК А.В.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО МАССИВА ДАННЫХ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ТРЕХМЕРНЫХ СЦЕН76

ТОЧИЛИН С.Д., ТОЧИЛИН Д.С.

АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ WWW-ИНТЕРФЕЙСА ПОИСКА В ДАННЫХ СУБД ACCESS, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО CGI, ISAPI, ASP И JSP СЕРВЕРНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ82

ХОМЧЕНКО А.Н.

О ДРОБНО – РАЦИОНАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НА ШЕСТИУГОЛЬНОМ КОНЕЧНОМ ЭЛЕМЕНТЕ..... 84

Біологічні науки**БСЛЕНІЧЕВ І.Ф.**

ДОСЛІДЖЕННЯ АНТИОКСИДАНТНОЇ ТА ПРОТИШЕМІЧНОЇ АКТИВНОСТІ ПОХІДНИХ 1-АЛКІЛ-(КАРБОКСИАЛКІЛ)- 4-БЕНЗИЛІДЕНАМІНО-1,2,4-ТРИАЗОЛІУ БРОМІДУ В УМОВАХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ ІШЕМІЇ ГОЛОВНОГО МОЗКУ 88

БОВТ В.Д., ЄЩЕНКО Ю.В., ГРИГОРОВА Н.В.

ВПЛИВ ГІПЕРГЛІКЕМІЗУЮЧИХ ФАКТОРІВ НА ВМІСТ ЦИНКУ В КЛІТИНАХ..... 94

ГРИГОРОВА Н.В., ЄЩЕНКО Ю.В., БОВТ В.Д., СКОРНЯКОВ В.І.

ВПЛИВ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ХІМІЧНИХ ТА ФІЗИЧНОГО ФАКТОРІВ НА ВМІСТ ЦИНКУ В ГРАНУЛОЦИТАХ КРОВІ 97

ЗАВГОРОДНІЙ М.П.

ДОСЛІДЖЕННЯ АНТИОКСИДАНТНОЇ ТА ПРОТИШЕМІЧНОЇ АКТИВНОСТІ НАТРІЄВИХ СОЛЕЙ В (2-МЕТИЛХІНОЛІН- 4-ІЛТІО) -МОЛОЧНИХ КИСЛОТ В УМОВАХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ ІШЕМІЇ ГОЛОВНОГО МОЗКУ..... 100

КИРИКОВА Т.А.

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАЗМЕРОВ И МАССЫ КОРМОВЫХ ОБЪЕКТОВ ПО ОСТАТКАМ ЧЕЛЮСТЕЙ ПОЛИХЕТ..... 104

КОШЕЛЕВ А.И., КОШЕЛЕВ В.А., ПЕРЕСАДЬКО Л.В.

К ЭКОЛОГИИ РЫЖЕЙ ЦАПЛИ (ARDEA PURPUREA) В СЕВЕРНОМ ПРИАЗОВЬЕ..... 107

КОШЕЛЕВ А.И., ПОКУСА Р.В.

ГНЕЗДОВАЯ БИОЛОГИЯ БОЛЬШОГО БАКЛАНА (PHALACROCORAX CARBO) И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ООМОРФОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА НАЗЕМНЫХ КОЛОНИЙ (СЕВЕРНОЕ ПРИАЗОВЬЕ) 113

КУЗЬМЕНКО Ю.Г.

ВОСПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ СПОСОБНОСТИ ПОПУЛЯЦИИ СЕРЕБРЯНОГО КАРАСЯ (CARASSIUS AURATUS GIBELIO (BLOCH)) КАХОВСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА..... 120

ЛАГРОН В.А., ЛЯХ В.А.

МУТАЦИОННАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ В M_2 У LINUM GRANDIFLORUM DESF. ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭТИЛМЕТАНСУЛЬФОНАТА. ЧАСТОТА МУТАЦИЙ..... 124

МОГИЛЕВСКАЯ Л.А., СОРОКА А.И., ЛЯХ В.А.

УСЛОВИЯ КУЛЬТИВИРОВАНИЯ ИЗОЛИРОВАННЫХ НЕОПЛОДОТВОРЕННЫХ СЕМЯПОЧЕК ЛЬНА МАСЛИЧНОГО ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ГАПЛОИДНЫХ РАСТЕНИЙ..... 128

СПЕСИВЫЙ Т.В.

О РОСТЕ ПЛОТВЫ (RUTILUS RUTILUS (L.)) В КАХОВСКОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ..... 132

ФЕНДЮР Л.М., ГАЛИЦА В.В.

КЛАССИФИКАЦИЯ ЛИШАЙНИКОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ПОЛОЖЕНИЯ МИКОБИОНТА И ЭКОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ..... 135

ШИКАЕВА Ф.В., ЕФИМЕНКО Н.Ф., ПЛОТНИКОВА В.Н., ЗВАРИЧ Л.И.

УРОВЕНЬ ПРОЛАКТИНА И КОРТИЗОЛА У ДЕВОЧЕК-ПОДРОСТКОВ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ АДАПТАЦИОННЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ОРГАНИЗМА 140

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ У “ВІСНИК ЗАПОРІЗЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ” ЗА ФАХОМ “ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ. БІОЛОГІЧНІ НАУКИ” 143

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 519.178: 519.688

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОУРОВНЕВЫХ ВЛОЖЕННЫХ СЕЧЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ БОЛЬШИХ РАЗРЕЖЕННЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ FORTU

Бувайло Д.П., к.ф.-м.н., доцент, Толок В.А., д.т.н., профессор

Запорожский государственный университет

В статье описываются алгоритмы для разложения разреженных матриц, которые существенно улучшают процесс прямого решения разреженных линейных систем – в терминах требуемой памяти и полного объема вычислений. Разрабатываемый пакет программ позволяет эффективно производить нахождение перестановки неизвестных, которая уменьшает размер графа заполнения, путем определения сепараторов приемлемого качества с помощью эвристического алгоритма многоуровневых вложенных сечений.

Ключевые слова: разделение графа; многоуровневые методы разделения графа; перестановки, сокращающие размер графа заполнения; разреженные матричные алгоритмы.

Бувайло Д.П., Толок В.О. ЗАСТОСУВАННЯ БАГАТОРІВНЕВИХ ВКЛАДЕНИХ ПЕРЕТИНІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВЕЛИКИХ РОЗРІДЖЕНИХ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ / Запорізький державний університет, Україна.

У статті описуються алгоритми для розкладання розріджених матриць, що істотно поліпшують процес прямого розв'язання розріджених лінійних систем – у термінах необхідної пам'яті і повного обсягу обчислень. Розроблюваний пакет програм дозволяє ефективно знаходити перестановки невідомих, котрі зменшують розмір графа заповнення, шляхом визначення сепараторів прийнятної якості за допомогою евристичного алгоритму багаторівневих вкладених перетинів.

Ключові слова: поділ графа; багаторівневі методи поділу графа; перестановки, що скорочують розмір графа заповнення; розріджені матричні алгоритми.

Buvailo D.P., Tolok V.A. APPLICATION OF THE MULTILEVEL NESTED DISSECTIONS FOR THE SOLUTION OF THE LARGE SPARSE LINEAR SYSTEMS / Zaporizhzhya State University, Ukraine

In paper described sparse matrix factorization algorithms, which essentially improve process of the sparse linear systems direct solution – in terms of required memory and calculations. Developed software package allows effectively finding permutation of unknowns, which reduce graph fill-in, by definition separators of acceptable quality with the help of heuristic algorithm of the multilevel nested dissections.

Key words: graph partitioning; multilevel partitioning methods; fill reducing ordering; sparse matrix algorithms.

ВВЕДЕНИЕ

Решение больших разреженных систем линейных уравнений является ядром многих вычислительных проблем в инженерно-конструкторских и научных вычислениях. Такие системы обычно решаются с помощью двух различных групп методов – итерационных и прямых. Характер проблемы определяет, какой метод является более подходящим. Прямой метод для решения разреженной линейной системы $Ax=b$ использует явное разложение разреженной матрицы коэффициентов в произведение нижней и верхней треугольных матриц L и U . Этот шаг требует много времени и потребляет много памяти. Однако, прямые методы важны из-за их общности и устойчивости к накоплению ошибок. Для линейных систем, возникающих в некоторых приложениях, как, например, линейное программирование или структурный инженерный анализ, они зачастую единственно применимые методы решения. Во многих других областях прямые методы также часто предпочтительнее, потому что усилия, потраченные на определение и вычисление хорошего начального приближения для итерационных методов, могут перевешивать стоимость прямого разложения. Кроме того, прямые методы обеспечивают эффективные средства для многократного решения системы с той же самой матрицей коэффициентов и различными правыми частями, потому что необходимое разложение может быть выполнено только однажды.

При разложении разреженной матрицы A общего вида для обеспечения численной устойчивости необходима та или иная форма выбора главного элемента, т. е. перестановки строк и/или столбцов. Таким образом, при заданной матрице A обычно получают разложение для $P \cdot A \cdot Q$, где P и Q – матрицы перестановок соответствующих размеров. Заметим, что умножение на P слева переставляет строки A , а

умножение на Q справа переставляет столбцы A . При разложении разреженной матрицы общего вида эти перестановки определяются в процессе разложения путем компромисса между конкурирующими требованиями численной устойчивости и разреженности. Различные матрицы, хотя бы они и имели одинаковую структуру нулей-ненулей, обычно приводят к различным P и Q и, следовательно, имеют множители с различной структурой разреженности. Другими словами, для разреженных матриц общего вида, как правило, нельзя предсказать, где произойдет заполнение, пока не начались собственно вычисления. Это вынуждает пользоваться различными схемами динамического хранения, в которых память для заполнения выделяется в ходе разложения.

Матрицы, получаемые в инженерно-конструкторских и научных вычислениях, обычно соответствуют минимуму некоторого энергетического функционала и являются симметричными, положительно определенными. Симметричное исключение в применении к симметричной положительно определенной матрице не требует перестановок для поддержания численной устойчивости. Прямые методы для таких матриц основаны на разложении матрицы A в произведение треугольных матриц и требуют хранения треугольного множителя (целиком или частично). Метод Холецкого [1] $A = L \cdot L^T$, где L – нижняя треугольная матрица, применим для положительно определенных матриц. Метод Мартина [1] $A = L \cdot D \cdot L^T$, где D – дополнительная диагональная матрица, применим как для положительно определенных, так и для более общих законоопределенных неингулярных эрмитовых матриц. Поскольку $P \cdot A \cdot P^T$ также симметрична и положительно определена при любой матрице перестановки P , это значит, что можно симметрично переупорядочить A , во-первых, не заботясь о численной устойчивости и, во-вторых, до начала реального численного разложения.

Эти возможности, обычно отсутствующие в случае матрицы A общего вида, имеют важнейшие практические последствия. Раз упорядочение можно определить до начала разложения, то можно определить также и местоположение заполнения, которое произойдет при разложении. Поэтому способ хранения L можно выбрать до реального численного разложения, так же как и зарезервировать место для элементов заполнения. Вычисления затем происходят при структуре хранения, остающейся статичной (неизменной). Таким образом, три задачи: 1) выбор надлежащего упорядочения; 2) формирование подходящей схемы хранения; 3) реальные вычисления – могут быть разделены как самостоятельные объекты исследования и как разные модули программного обеспечения. Эта независимость задач имеет ряд отчетливых преимуществ. Она поощряет модульность при составлении математического обеспечения. Во многих инженерно-конструкторских приложениях приходится решать большое количество различных задач с положительно определенными матрицами, имеющих одинаковую структуру. Ясно, что упорядочение и формирование схемы хранения можно выполнить лишь однажды; поэтому желательно, чтобы эти этапы были изолированы от реальных вычислений.

Трудно получить аналитические выражения для числа арифметических действий при разложении и для размера полученного треугольного множителя (в терминах числа вхождений отличных от нуля) для общей разреженной матрицы. Заполнение позиций нулями в ходе разложения разреженной матрицы зависит от числа и позиций ненулей в первоначальной матрице. Пусть A – заданная симметричная матрица, а P – матрица перестановки. Хотя структуры ненулевых элементов A и PAP^T разные, их размеры одинаковы: $|\text{Nonz}(A)| = |\text{Nonz}(PAP^T)|$. Однако, и это обстоятельство большого значения, между $|\text{Nonz}(L(A))|$ и $|\text{Nonz}(L(P \cdot A \cdot P^T))|$ для некоторой перестановки P разница может быть очень велика.

В идеале мы хотели бы найти перестановку P^* , которая бы минимизировала размер структуры ненулевых элементов матрицы заполнения: $|\text{Nonz}(L(P^*AP^{*T}))| = \min |\text{Nonz}(L(P \cdot A \cdot P^T))|$. Не существует эффективного алгоритма для отыскания такой оптимальной P^* в случае произвольной матрицы – эта задача имеет сложность NP [8]. Поэтому приходится использовать эвристические алгоритмы, которые производят упорядочение с приемлемо малым, хотя и не обязательно минимальным размером заполнения $|\text{Nonz}(L(P \cdot A \cdot P^T))|$.

ВЛОЖЕННЫЕ СЕЧЕНИЯ

Существует эвристический подход к проблеме минимизации размера треугольного множителя, известный под общим названием метода вложенных сечений [9,10,11]. Пусть каждому неизвестному в исходной системе уравнений соответствует узел графа, а ненулевому элементу матрицы коэффициентов – ребро между узлами графа. Допустим, что каким-либо методом мы нашли в графе эффективный узловой сепаратор S , т.е. множество узлов, удаление которых разделяет граф на две приблизительно равные несвязные части A и B (рис. 1). Перенумеруем неизвестные так, чтобы вначале были расположены узлы из части A , затем из части B , и в конце – узлы из сепаратора. Разложение переупорядоченной таким образом матрицы проиллюстрировано на рис. 2.

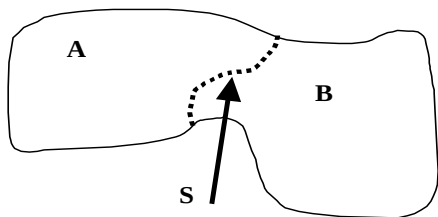


Рис.1. Схематическое изображение планарного графа и сепаратора в нем.

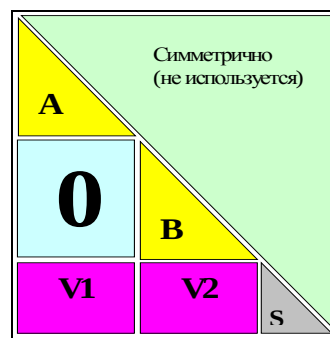


Рис.2. Нумерация неизвестных при разложении матрицы.

Основным результатом перестановки неизвестных является появление большого нулевого блока, элементы которого всегда будут равны нулю, независимо от реальных числовых значений ненулевых элементов исходной матрицы. Процесс нахождения узловых сепараторов и соответствующих нулевых блоков можно продолжить, разделив несвязные части A и B. Следуя стратегии рекурсивного разбора, можно процесс деления продолжать и далее, маркируя узлы графа и выделяя его части в меньшие подграфы, пока, наконец, мы не придем к далее неделимому графу, которому соответствует небольшая плотная матрица. После удаления столбец, соответствующий любому из узлов в двух подграфах может создавать заполнение только в столбцах, соответствующих узлам разделителя, но не узлам другого подграфа. Интуитивно меньшие разделители означают меньшее заполнение и работу при разложении. Для конечно-элементных графов с некоторыми непрерывными свойствами было доказано [9], что эта методика выдает упорядочения, отличные от оптимального в пределах некоторого постоянного множителя: $L_{эвр} < C \cdot L_{опт}$. Такие пределы не могут быть доказаны для произвольных матриц без четкой структуры, вроде разреженных матриц, возникающих в LP вычислениях. Однако стратегия на практике работает хорошо даже для матриц с произвольными образцами разреженности.

Кроме уменьшения количества требуемой памяти и объема необходимых вычислений, при поиске оптимальной перестановки преследуются и другие цели. Для разложения столбца, соответствующего какому-то неизвестному k, необходимо ранее разложить все столбцы, аккумуляция которых необходима для вычисления k-го столбца. Это соответствие порядка можно представить в виде древовидного графа, в котором отношения потомок-предок строятся на основе порядка разложения столбцов. Разложение разреженной матрицы можно рассматривать как просмотр этого дерева исключения, при котором сначала раскладываются столбцы, соответствующие всем потомкам данного узла k, а затем строится разложение для самого узла k. В общем случае для произвольной, в том числе и оптимальной, перестановки неизвестных дерево исключения не обладает какими-либо специальными свойствами. Оно может быть достаточно несбалансированным.

Анализ дерева исключения позволяет выявить в процессе разложения матрицы значительное количество вычислений, выполнение которых может быть произведено параллельно. Действительно, поддеревья одного корня могут быть вычислены одновременно. При параллельном разложении разреженной матрицы на первое место выходит не просто уменьшение количества требуемой памяти и объема необходимых вычислений, но создание такого дерева исключения, которое хорошо сбалансировано и имеет достаточно простой вид. Сбалансированность дерева исключения дает сбалансированность распределения вычислительной нагрузки на процессоры параллельной системы, а простота дерева – уменьшает сложность алгоритма назначения заданий процессорам.

Алгоритм вложенных сечений обладает несомненным преимуществом перед всеми другими алгоритмами переупорядочения разреженной матрицы. Порождаемое им дерево исключения всегда является на нескольких своих верхних уровнях бинарным деревом. Это позволяет достаточно просто распределять вычислительную нагрузку делением задачи на две подзадачи. Разделения графа на две приблизительно равные части дает хорошую сбалансированность дерева исключения. Таким образом, применение вложенных сечений позволяет эффективно масштабировать процесс разложения разреженной матрицы на доступное количество процессоров. Рис. 3 дает пример разреженной матрицы и соответствующего ей «хорошего» дерева исключения.

Успех применения метода вложенных сечений целиком зависит от эффективности нахождения сепараторов. Известно, что проблема определения наилучшего сепаратора в графе является NP-полной проблемой. Таким образом, от одной NP-полной задачи мы перешли к последовательности NP-полных задач. Однако в последнее время разработаны эффективные эвристические алгоритмы, направленные на поиск сепараторов приемлемого качества в графах.

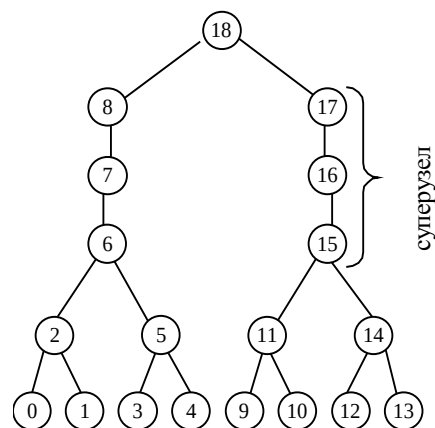
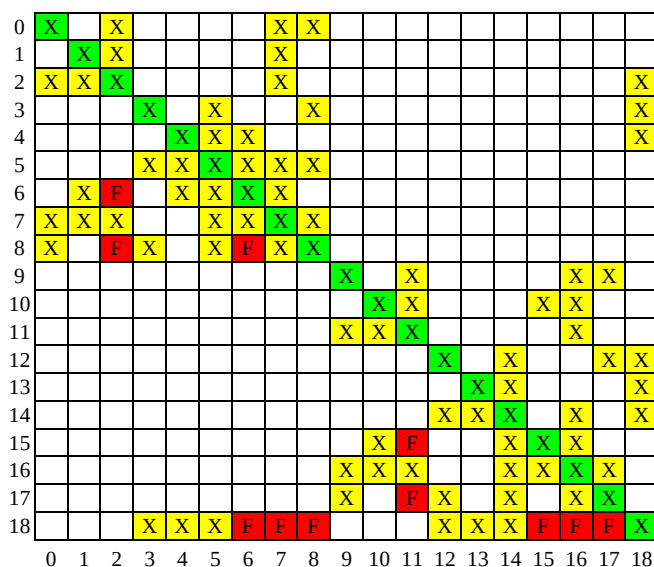
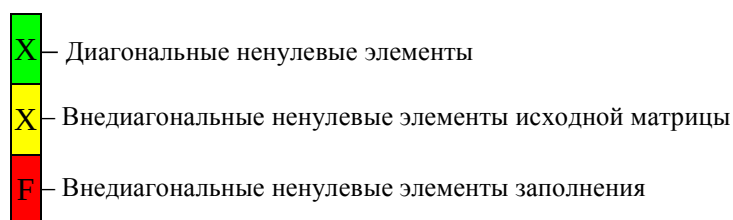


Рис.3. Дерево исключения



МНОГОУРОВНЕВЫЙ АЛГОРИТМ БИСЕКЦИИ ГРАФА

В последнее время интенсивно развиваются многоуровневые алгоритмы – быстрое и эффективное средство вычисления разделителей в графе [11,12]. Этот класс алгоритмов деления графа уменьшает размер графа до приемлемой величины, огрубляя граф путем стягивания его узлов и ребер, делит меньший граф, и затем уточняет разделитель, чтобы построить разделение для первоначального графа. Следует отметить, что многоуровневые алгоритмы не решают сами по себе проблему разделения графа. Под этим названием скрывается общий подход, основанный на переходе от проблемы разделения большого графа к проблеме разделения меньшего графа. Для меньшего графа затем гораздо дешевле использовать любой метод разделения. При этом уменьшается время вычисления разделения за счет несколько худшего качества разделения. Типичный многоуровневый разделяющий граф алгоритм имеет четыре компоненты: стягивание, начальное выделение разделителя, восстановление графа, усовершенствование разделителя.

Цель фазы стягивания состоит в том, чтобы уменьшить размер графа при сохранении его свойств, которые существенны и необходимы для нахождения хорошего разделителя. Первоначальный граф представляется как взвешенный граф с назначенными каждому ребру и узлу весами. На каждом шаге стягивания строится паросочетание – максимальный набор ребер, таких что никакие два ребра не имеют общей вершины. Ребра из этого набора удаляются, и два узла, связанные ребром из паросочетания, сокращаются в один узел, чей вес – сумма весов составляющих узлов. Стягивание также приводит к сокращению многих ребер и пересчету их весов.

Для взвешенного графа после любой стадии стягивания, имеется несколько возможных путей построения паросочетания для следующего шага стягивания. Karupis и Kumaг описывают эвристику [6], известную как стягивание тяжелого ребра (HEM), чтобы помочь в выборе соответствия, которое не только уменьшает время выполнения компоненты усовершенствования выделения разделов графа, но также и имеет тенденцию генерировать части с маленькими разделителями. Стратегия состоит в том, чтобы беспорядочно выбрать необработанный узел, выбрать ребро с самым большим весом среди ребер, инцидентных этому узлу, которые соединяют этот узел с другим необработанным узлом, и отмечают оба узла, связанный этим ребром как обработанные. Вес ребра, соединяющего два узла в стянутой версии графа – число ребер в первоначальном графе, которые соединяют два набора первоначальных узлов, сокращенные в два грубых узла. HEM, поглощая более тяжелые грани, генерирует грубые графы, чьи узлы свободно связаны оставшимися легкими ребрами, таким образом, гарантируя, что разделитель грубого графа соответствует хорошему разделителю первоначального графа.

НЕМ может пропускать некоторые тяжелые ребра в графе, потому что узлы посещаются беспорядочно. Например, рассмотрим узел i , самый тяжелый инцидент которого – ребро, соединяющее его с узлом j . Если i посещен прежде j , i и j необработаны, ребро (i, j) будет включено в соответствие. Если существует ребро (j, k) , такое, что i и k не связаны, оно не войдет в соответствие, даже если оно намного более тяжелое чем (i, j) , потому что j более не доступен для соответствия. Чтобы преодолеть эту проблему, после первых немногих шагов стягивания, переходят к тому, что называется соответствием самого тяжелого ребра (SHEM). Ребра сортируют по их весам и посещают в порядке уменьшения веса, чтобы осмотреть их для возможного включения в соответствие. Связи распределены беспорядочно. Выгода паросочетаний из самых тяжелых ребер над паросочетанием из просто тяжелых ребер проявляется на более поздних стадиях стягивания, где сортировка не слишком дорога, потому что граф значительно сжался от первоначального размера.

Эвристики на основе паросочетаний уменьшают число узлов в графе приблизительно вдвое на каждой стадии стягивания. Следовательно, количество шагов стягивания и рафинирования для разделения графа из n узлов – $\log_2(n)$. Если g (вместо 2) узлов графа стягиваются в один на каждом шаге стягивания, общее количество шагов может быть уменьшено до $\log_g(n)$. Меньшее количество шагов, вероятно, уменьшит и полное время выполнения. Однако, если g увеличивается, задача усовершенствования после каждого шага восстановления становится тяжелее. Это влияет и на время выполнения и на качество усовершенствования. НТМ объединяет три узла одновременно, выбирая необработанный узел наугад и согласовывая это с двумя из соседей так, что сумма весов из трех ребер, соединяющих три узла максимизируется над всеми парами соседей выбранного узла. Несуществующее ребро между двумя соседями расценивается как ребро весом ноль.

Фазу стягивания останавливают, когда граф уменьшен от первоначальных нескольких тысяч до нескольких сотен узлов, и используют любую эвристику, чтобы вычислить первоначальный разделитель в грубом графе за существенную часть времени выполнения. Gupta рекомендует продолжать стягивание графа, пока он не содержит точно 2 узла. Этот грубый граф служит как хорошее начальное выделение разделителя, при условии, что алгоритм стягивания не позволяет узлу участвовать в соответствии, если его вес превышает $n/2$.

Компоненты восстановления графа и усовершенствования разделителя работают совместно. Первоначально, 2 узлам стянутого графа назначаются метки, указывающие, что они принадлежат различным начальным частям. Узлы восстанавливаемого графа наследуют метки из их родительских узлов в предыдущем грубом графе. На любой стадии восстановления, ребра, соединяющие пару узлов, принадлежащих к различным частям, составляют реберный разделитель графа. После каждого шага восстановления разделитель усовершенствуется. При усовершенствовании реберного разделителя делаются попытки минимизировать его общий вес, перемещая часть узлов, если это переключение уменьшает размер разделителя и не нарушает баланса между частями. После стягивания первоначального графа из n узлов к 2 узлам, восстанавливаем его до q узлов, где $2 < q < n$, при усовершенствовании реберного разделителя после каждого шага восстановления. В этой стадии мы сохраняем разделитель, огрубляем q -узловой граф обратно к k узлам, и повторяем восстановление и усовершенствование разделителя. Этот процесс повторяется несколько раз, и из всех разделителей сгенерированного q -графа, мы выбираем самый лучший для дальнейшего восстановления, чтобы получить разделитель первоначального n -графа. Рандомизация в процессе стягивания гарантирует, что различные испытания заканчиваются различными разделителями. Большая часть стоимости вычисления разделителя приходится на первые несколько шагов стягивания первоначального графа и последние шаги восстановления, когда размер графа велик. Следовательно, многократные циклы стягивания и восстановления на меньшем, грубом графе с q узлами имеют небольшое воздействие на полное время выполнения всего алгоритма. Для рафинирования разделителя используется Fiduccia-Mattheyses [5] – линейно-затратная разновидность эвристики Kernighan-Lin [4].

Недавно было предложено несколько многоуровневых алгоритмов [11,12], которые улучшают процесс уточнения разделителя на стадии обратного увеличения стянутого графа. Эти схемы имеют тенденцию давать хорошие разделения по разумной стоимости. Bui и Jones используют случайное максимальное паросочетание к последовательно огрубляемым графам вплоть до предельного размера в несколько сотен узлов. Далее они делят самый маленький граф и затем рафинируют граф уровень за уровнем, применяя Kernighan-Lin эвристику, чтобы улучшить разделение. Hendrickson и Leland расширяют этот подход, используя веса ребер и узлов, чтобы контролировать стягивание узлов и ребер. Эта последняя работа показала, что многоуровневые схемы могут обеспечивать лучшее разделение, чем спектральные методы, при более низкой стоимости для самых разнообразных конечно-элементных проблем.

При вычислении упорядочения, уменьшающего заполнение разреженной матрицы, критерием бисекции является размер разделителя, который должен быть минимизирован. Современные GP-основанные алгоритмы упорядочения следуют двум различным подходам к нахождению маленького разделителя. Karupis и Kumar совершенствуют разделитель между двумя подграфами после каждого шага

восстановления так, чтобы немногочисленная группа ребер соединяла узлы различных подграфов в заключительном выделении частей первоначального графа. Затем они используют алгоритм для нахождения минимального одностороннего покрытия, чтобы вычислить узловой разделитель из реберного разделителя. Этот подход очень полагается на условие, что размер узлового разделителя пропорционален размеру реберного разделителя. Это предположение часто неправильно, особенно для очень неструктурированных матриц. Ashcraft и Liu находят узловой разделитель уже внутри грубого графа и далее совершенствуют узловой разделитель. Не все составляющие узлы грубого узла разделителя могут иметь ребра, пересекающие границы раздела. Поскольку граф рафинируется, такие узлы удаляются из узлового разделителя.

Как только разделитель первоначального графа найден и удален, вся процедура рекурсивно повторяется для двух разъединенных подграфов. Рекурсия завершается, если подграф слишком мал. Далее используется разновидность AMD или MMD эвристики минимальной степени для упорядочения этих маленьких подграфов. После того, как узлы из двух подграфов в любом уровне рекурсии были помечены, и узлы разделителя в том уровне помечены, алгоритм возвращается к предыдущему уровню.

ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

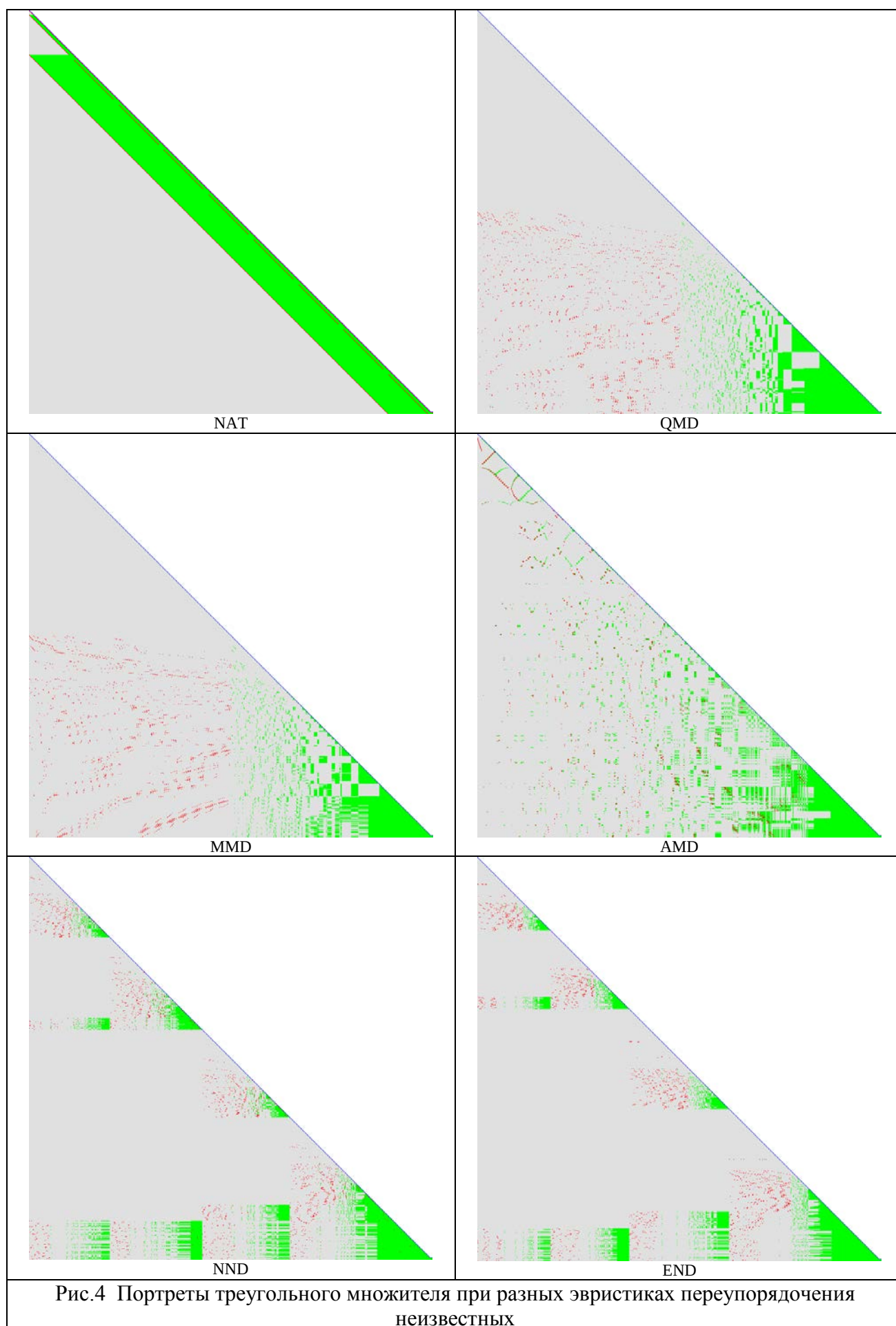
Разрабатываемый пакет программ позволяет использовать несколько различных эвристических алгоритмов для поиска приемлемого переупорядочения неизвестных.

Самой популярной схемой уменьшения заполнения среди используемых является алгоритм минимальной степени (MD) [7,8]. В основе алгоритма – следующее наблюдение. Пусть помечены узлы $\{x_1, x_2, \dots, x_{i-1}\}$. Число ненулевых элементов в этих столбцах в дальнейшем не меняется. Ясно, что для уменьшения числа ненулевых элементов i -го столбца в еще не факторизованной матрице на место i -го столбца нужно перевести столбец с наименьшим числом ненулевых элементов. Другими словами, схему можно рассматривать как метод уменьшения заполненности матрицы путем локальной минимизации $|\text{Nonz}(L_k)|$ для разлагаемой матрицы. Начальный успех MD-основанных эвристик вызвал их интенсивное развитие, улучшение времени выполнения и качества. Лучшими представителями семейства MD-основанных эвристик на сегодня являются multiple minimal degree (MMD) алгоритм (George, Liu) [8] и approximate minimal degree (AMD) алгоритм (Davis, Amestoy, Duff) [7]. В инструментальной системе FORTU реализованы два алгоритма на основе эвристики минимальной степени и агрессивной абсорбции MMD и AMD. Для представления последовательности графов исключения использовалась структура фактор-графа.

На основе метода вложенных сечений для инструментальной системы FORTU реализованы два эвристических алгоритма с определением сепараторов по многоуровневой схеме, предложены эвристические решающие правила для этапов стягивания, начального выделения разделителя, усовершенствования разделителя.

В качестве иллюстрации разных эвристик приведем результаты их применения для кубической решетки $9 \times 9 \times 9$. Для этой небольшой задачи можно наглядно показать структуру полученного разными методами треугольного множителя. На рисунках разными оттенками показаны: исходные ненулевые элементы, элементы заполнения, диагональные элементы, нули. В таблице дано сравнение характеристик треугольного множителя для разных эвристик:

Название эвристики	Размер множителя L	Размер структуры индексов	Число операций	Память (байт)
NAT – наилучшая ленточная структура	53144	не используется	4132640	509276
QMD – quotient minimal degree	19833	5927	1270450	266892
MMD – multiple minimal degree	17761	5620	949223	249084
AMD – approximate minimal degree	24867	13072	1350200	335740
END – multilevel nested dissection (edge refinement)	17167	5972	858705	245740
NND – multilevel nested dissection (node refinement)	20410	7002	1130150	275804



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эксперименты с многоуровневыми схемами показали, что они хорошо работают для многих различных типов огрубления, начального разделения, рафинирования. В частности, все схемы огрубления хорошо учитывают глобальные свойства графа, а Kernighan-Lin алгоритм или его варианты, используемые для обработки на стадии восстановления, хорошо учитывают локальные свойства графа. Из-за объединения глобального и локального взгляда на граф, обеспеченного схемами огрубления и восстановления, выбор алгоритма для деления грубого графа мало влияет на общее качество разделения.

Для анализа качества получаемых упорядочений производилось их сравнение с перестановками, производимыми эвристиками минимальной степени [10]. Лучшими представителями семейства MD-основанных эвристик являются multiple minimal degree (MMD) алгоритм (George, Liu) и approximate minimal degree (AMD) алгоритм (Davis, Amestoy, Duff). Сравнение показало, что GP-основанные эвристики способны к созданию упорядочений лучшего качества, чем MD-основанные эвристики для конечно-элементных задач при несколько худших, но того же порядка, затратах времени. Но время, потерянное на этапе поиска перестановки неизвестных, с лихвой компенсируется за счет уменьшения времени численного разложения матрицы коэффициентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джордж А., Лиу Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений. Пер. с англ. – Москва: Мир, 1984. – 333 с.
2. J. R. Bunch, D. J. Rose, ed., *Sparse Matrix Computations*, Academic Press (1976)
3. Cleve Ashcraft and Joseph W.-H. Liu, Generalized Nested Dissection: Some Recent Progress, *Proceedings of the Fifth SIAM Conference on Applied Linear Algebra*, Snowbird, UT, June 1994.
4. B. W. Kernighan and S. Lin, An Efficient Heuristic Procedure for Partitioning Graphs, *Bell Syst. Tech. J.*, 1970.
5. C. M. Fiduccia and R. M. Mattheyses, A Linear Time Heuristic for Improving Network Partitions, *Proceedings of the 19th IEEE Design Automation Conference*, 1982, pp. 175–181.
6. George Karypis and Vipin Kumar, METIS: Unstructured Graph Partitioning and Sparse Matrix Ordering System, Technical report, Department of Computer Science, University of Minnesota, Minneapolis, 1995.
7. Gupta, Fast and effective algorithms for graph partitioning and sparse-matrix ordering, *IBM Journal of Research and Development*, vol. 41, No. ½
8. M. Yannakakis, Computing the Minimum Fill-In Is NP-Complete, *SIAM J. Alg. Discrete Meth.* 2, 77–79 (1981).
9. R. J. Lipton, D. J. Rose, and R. E. Tarjan, "Generalized Nested Dissection," *SIAM J. Numer. Anal.* 16, 346–358 (1979).
10. Alan George and Joseph W.-H. Liu, The Evolution of the Minimum Degree Ordering Algorithm, *SIAM Rev.* 31, 1–19 (March 1989).
11. Bruce Hendrickson and Robert Leland. A multilevel algorithm for partitioning graphs. Technical Report SAND93-1301, Sandia National Laboratories, 1993.
12. T. Bui and C. Jones. A heuristic for reducing fill in sparse matrix factorization. In *6th SIAM Conf. Parallel Processing for Scientific Computing*, 1993. - P. 445–452.

НОВАЯ ФОРМА ЗАПИСИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ПОВЕРХНОСТИ С УЧЕТОМ СИЛЫ ТРЕНИЯ

Величко И.Г., к.ф-м.н., доцент, Стеганцева П.Г., к.ф-м.н., доцент

Запорожский государственный университет

В данной статье построены скалярные уравнения, описывающие движение материальной точки по регулярной поверхности с учетом силы трения. Используется подвижная система координат, связанная с поверхностью (базис Гаусса). Это позволяет найти выражение для нормальной реакции поверхности и, таким образом, для исследования движения точки поверхности вместо системы трех уравнений решать лишь систему двух дифференциальных уравнений.

Ключевые слова: материальная точка, поверхность, базис Гаусса, символы Кристоффеля второго рода.

Величко І.Г., Стеганцева П.Г. НОВА ФОРМА ЗАПИСУ РІВНЯНЬ РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ З УРАХУВАННЯМ СИЛ ТЕРТЯ / Запорізький державний університет, Україна

У даній статті побудовані скалярні рівняння, що описують рух матеріальної точки по регулярній поверхні з урахуванням сили тертя. Використовується рухлива система координат, зв'язана з поверхнею (базис Гаусса). Це дозволяє знайти вираз для нормальної реакції поверхні і, таким чином, для дослідження руху точки поверхні замість системи трьох рівнянь досить розв'язати лише систему двох диференціальних рівнянь.

Ключові слова: матеріальна точка, поверхня, базис Гаусса, символи Крістоффеля другого роду.

Velichko I.G., Steganceva P.G. THE NEW FORM OF RECORD OF THE EQUATIONS OF MOVEMENT OF A MATERIAL POINT ON A SURFACE IN VIEW OF FORCE OF FRICTION / Zaporizhzhya State University, Ukraine

In given clause the scalar equations describing movement of a material point on a regular surface in view of force of friction are constructed. The mobile system of coordinates connected to a surface (Gauss basis) is used. It allows to find expression for normal reaction of a surface and, thus, for research of movement of a point of a surface instead of system of three equations to solve only system of two differential equations

Key words: material point, surface, Gauss basis, Christoffel's symbols of the second sort.

Для исследования движения материальной точки нужно векторное уравнение второго закона Ньютона записать в проекциях на оси какого-нибудь базиса. В отличие от работы [1], где для этого использовались неподвижная декартова система координат и подвижный базис Френе траектории движения материальной точки, здесь используется базис Гаусса поверхности.

Зададимся прямоугольной декартовой системой координат OXYZ. Уравнение поверхности (которую мы считаем регулярной) зададим в виде $\bar{r} = \bar{r}(u, v) = \bar{r}(u^1, u^2)$, а уравнение траектории движущейся точки – в виде $\bar{r} = \bar{r}(u^1(t), u^2(t))$, где t – время. Тогда векторное дифференциальное уравнение, описывающее движение точки, согласно второму закону Ньютона, запишется в виде:

$$m\bar{r}'' = N\bar{n} - fN\bar{\tau} + \bar{P}, \quad (1)$$

где m – масса точки, штрих (или точка) обозначает дифференцирование по t , $\bar{\tau}$ и $\bar{n}$ – единичные векторы касательной к траектории и нормали к поверхности соответственно, N – величина силы нормальной реакции поверхности, $\bar{P}$ – известная сила, f – коэффициент трения. Для сведения этого уравнения к системе скалярных уравнений обе его части разложим по базису Гаусса $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{n}$, где

$$\bar{r}_i = \frac{\partial \bar{r}}{\partial u^i}, \quad i = 1, 2. \text{ Для этого вычислим}$$

$$\bar{r}' = \frac{d\bar{r}}{dt} = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \bar{r}}{\partial u^i} \frac{du^i}{dt} = \bar{r}_i \dot{u}^i \quad (2)$$

(здесь и далее подразумевается суммирование по повторяющимся индексам),

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{r}'}{|\bar{r}'|} = \frac{\bar{r}_i \dot{u}^i}{\sqrt{\bar{r}_j \bar{r}_k \dot{u}^j \dot{u}^k}} = \frac{\bar{r}_i \dot{u}^i}{\sqrt{g_{jk} \dot{u}^j \dot{u}^k}}, \quad (3)$$

где g_{jk} – коэффициенты первой квадратичной формы поверхности (метрического тензора).

Вычислим вторую производную

$$\bar{r}'' = \frac{d}{dt} \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\bar{r}_i \dot{u}^i \right) = \frac{d\bar{r}_i}{dt} \dot{u}^i + \bar{r}_i \ddot{u}^i = \bar{r}_{ij} \dot{u}^i \dot{u}^j + \bar{r}_i \ddot{u}^i.$$

$$\text{Здесь } \bar{r}_{ij} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial u^i \partial u^j}, \dot{u}^i = \frac{du^i}{dt}, \ddot{u}^i = \frac{d^2 u^i}{dt^2}.$$

Далее воспользуемся деривационными формулами [2] $\bar{r}_{ij} = \Gamma_{ij}^k \bar{r}_k + h_{ij} \bar{n}$, где Γ_{ij}^k - символы Кристоффеля второго рода, h_{ij} - коэффициенты второй квадратичной формы поверхности. С учетом их получим

$$\bar{r}'' = \bar{r}_{ij} \dot{u}^i \dot{u}^j + \bar{r}_i \ddot{u}^i = \left(\Gamma_{ij}^k \bar{r}_k + h_{ij} \bar{n} \right) \dot{u}^i \dot{u}^j + \bar{r}_i \ddot{u}^i = \left(\Gamma_{kj}^i \bar{r}_i + h_{kj} \bar{n} \right) \dot{u}^k \dot{u}^j + \bar{r}_i \ddot{u}^i = \left(\Gamma_{kj}^i \dot{u}^k \dot{u}^j + \ddot{u}^i \right) \bar{r}_i + h_{kj} \dot{u}^k \dot{u}^j \bar{n}. \quad (4)$$

Теперь разложим вектор $\bar{P}$ по базису $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{n}$:

$$\bar{P} = \alpha^1 \bar{r}_1 + \alpha^2 \bar{r}_2 + \beta \bar{n} = \alpha^i \bar{r}_i + \beta \bar{n}. \quad (5)$$

Умножив это равенство скалярно на вектор $\bar{n}$, и учитывая, что вектор $\bar{n}$ ортогонален векторам $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_2$, получим $\beta = (\bar{P}, \bar{n})$.

В касательной плоскости наряду с базисом $\bar{r}_1, \bar{r}_2$ рассмотрим взаимный базис $\bar{r}^1, \bar{r}^2$, обладающий тем свойством, что $(\bar{r}_i, \bar{r}^j) = \delta_i^j$, где $\delta_i^j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ - символ Кронекера. Отметим тот очевидный факт, что векторы $\bar{r}^1$ и $\bar{r}^2$ ортогональны вектору $\bar{n}$.

Умножив равенство (5) на $\bar{r}^j$, получим

$$(\bar{P}, \bar{r}^j) = \alpha^i (\bar{r}_i, \bar{r}^j) + \beta (\bar{n}, \bar{r}^j) = \alpha^i \delta_i^j = \alpha^j.$$

Используя формулы Гиббса [2] $\bar{r}^j = g^{ij} \bar{r}_i$, где g^{ij} - элементы матрицы, обратной к матрице первой квадратичной формы поверхности, последнее равенство перепишем в виде

$$\alpha^i = (\bar{P}, \bar{r}^i) = (\bar{P}, g^{ij} \bar{r}_j) = g^{ij} (\bar{P}, \bar{r}_j).$$

Таким образом, получаем разложение

$$\bar{P} = g^{ij} (\bar{P}, \bar{r}_j) \bar{r}_i + (\bar{P}, \bar{n}) \bar{n}. \quad (6)$$

Подставляя (3), (4) и (6) в (1), получим следующее векторное равенство

$$m \left(\Gamma_{kj}^i \dot{u}^k \dot{u}^j + \ddot{u}^i \right) \bar{r}_i + m h_{kj} \dot{u}^k \dot{u}^j \bar{n} = N \bar{n} - f N \frac{\dot{u}^i}{\sqrt{g_{jk} \dot{u}^j \dot{u}^k}} \bar{r}_i + g^{ij} (\bar{P}, \bar{r}_j) \bar{r}_i + (\bar{P}, \bar{n}) \bar{n}. \quad (7)$$

Отсюда следуют три скалярных равенства:

$$m h_{kj} \dot{u}^k \dot{u}^j = N + (\bar{P}, \bar{n}), \quad (8)$$

$$m \left(\Gamma_{kj}^i \dot{u}^k \dot{u}^j + \ddot{u}^i \right) = -f N \frac{\dot{u}^i}{\sqrt{g_{jk} \dot{u}^j \dot{u}^k}} + g^{ij} (\bar{P}, \bar{r}_j), \quad i = 1, 2. \quad (9)$$

Из равенства (8) можно определить силу реакции поверхности:

$$N = m h_{kj} \dot{u}^k \dot{u}^j - (\bar{P}, \bar{n}). \quad (10)$$

Точка оторвется от поверхности тогда, когда величина реакции поверхности станет отрицательной. С учетом вышеизложенного получим следующее выражение для определения времени отрыва:

$$t_{omp} = \min_{t>0} \left\{ m h_{kj} \dot{u}^k \dot{u}^j < (\bar{P}, \bar{n}) \right\}. \quad (11)$$

Подставив найденную силу реакции в формулу (9), получим искомые дифференциальные уравнения, описывающие движение материальной точки по поверхности:

$$\ddot{u}^i + \Gamma_{kj}^i \dot{u}^k \dot{u}^j + f \left(h_{kj} \dot{u}^k \dot{u}^j - \frac{1}{m} (\bar{P}, \bar{n}) \right) \frac{\dot{u}^i}{\sqrt{g_{jk} \dot{u}^j \dot{u}^k}} = \frac{1}{m} g^{ij} (\bar{P}, \bar{r}_j), \quad i = 1, 2. \quad (12)$$

Если сила $\bar{P}$ зависит от времени, положения и скорости точки, то есть $\bar{P} = \bar{P}(t, u^1, u^2, \dot{u}^1, \dot{u}^2)$, то задавшись значениями $u^1(t_0), u^2(t_0), \dot{u}^1(t_0), \dot{u}^2(t_0)$, полученную систему (12) можно решить любым численным методом.

Отметим, что если у нас сила трения равна нулю и на точку не действует внешняя сила $\bar{P}$, то из системы (12) мы получим уравнения движения точки в виде

$$\ddot{u}^i + \Gamma_{kj}^i \dot{u}^k \dot{u}^j = 0, \quad i = 1, 2.$$

Эти уравнения совпадают с уравнениями геодезических линий на поверхности [3], то есть в этом случае точка будет двигаться по геодезической.

Для примера приведем дифференциальные уравнения движения точки по прямому геликоиду $\bar{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, hv)$ под действием постоянной силы $\bar{P}(0, 0, -1)$:

$$u'' - u(v')^2 + \frac{f}{\sqrt{u^2 + h^2}} \left(2hu'v' + \frac{u}{m} \right) \frac{u'}{\sqrt{(u')^2 + (u^2 + h^2)(v')^2}} = 0,$$

$$v'' - \frac{2u}{u^2 + h^2} u'v' + \frac{f}{\sqrt{u^2 + h^2}} \left(2hu'v' + \frac{u}{m} \right) \frac{v'}{\sqrt{(u')^2 + (u^2 + h^2)(v')^2}} = -\frac{h}{m(u^2 + h^2)}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. – К.: Изд-во УАСХН, 1960.- 283 с.
2. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Методы и приложения. - М.: Наука, 1986.- 760 с.
3. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ.– М.: Наука, 1967.- 664 с.

УДК 681.3.06:800.92+681.3.24

ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЕКЛАРАТИВНЫХ ЯЗЫКОВ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Вишневский Ю.А., аспирант, Пожуев В.И., д. ф.-м. н., профессор

Запорожская государственная инженерная академия

В статье исследуется возможность применения декларативных языков для организации параллельных вычислений. Показывается возможность реализации параллельной версии языка пролог, приводится его грамматика. В статье также описываются особенности реализации декларативного языка, предназначенного для параллельных распределенных вычислений.

Ключевые слова: параллельные вычисления, декларативные языки, пролог, транслятор, грамматика, распределенные вычисления.

Вишневський Ю.О., Пожуєв В.І. МОЖЛИВІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ДЕКЛАРАТИВНИХ МОВ ДЛЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ / Запорізька державна інженерна академія, Україна

У статті досліджується можливість застосування декларативних мов для організації паралельних обчислень. Показується можливість реалізації паралельної версії мови пролог, наводиться її граматики. У статті також описуються особливості реалізації декларативної мови, призначеної для паралельних розподілених обчислень.

Ключові слова: паралельні обчислення, декларативні мови, пролог, транслятор, граматики, розподілені обчислення.

Vishnevsky Y.A., Pozhuev V.I. THE POSSIBILITY OF USING DECLARATIVE LANGUAGES FOR PARALLEL COMPUTATIONS / Zaporizhzhya State Engineering Academy, Ukraine

The possibility of using declarative languages in parallel computations organizing is discussed in this article.

The possibility of creating the parallel version of prolog language is shown, the grammar of such a language is also given. The peculiarities of the declarative language, intended for parallel distributed computations are described too.

Key words: parallel computing, declarative languages, prolog, translator, grammar, distributed computing.

При решении задач параллельного программирования важную роль играет автоматизация процесса создания программ. Особенно это важно для распределенных параллельных программ, ориентированных на использование вычислительных кластеров. Для этих программ характерна сложность написания и отладки в силу того, что используются вычислительные средства с распределенной памятью и скоростью межпроцессорного, а следовательно, и межпроцессового, взаимодействия гораздо ниже, чем в многопроцессорных системах с общей памятью. Таким образом, процесс создания параллельных программ для таких вычислительных кластеров более сложен, поскольку программист должен заботиться об эффективности межпроцессорного взаимодействия, для обеспечения приемлемых результатов.

Применение специализированных средств позволит упростить процесс написания распределенных программ для вычислительных кластеров. Встраивание средств автоматизации непосредственно в язык программирования позволит получать эффективный код, обеспечивая при этом удобную среду для создания программ.

Стратегию автоматического распараллеливания можно представить в виде таких этапов:

1. Разбиение программы на логически независимые последовательности команд, которые могут быть выполнены независимо друг от друга.
2. Выделение блоков данных, над которыми работает каждая из этих ветвей.
3. Распределение данных, над которыми работает программа по вычислительным модулям (ВМ) кластера.
4. Распределение этих команд между ВМ кластера.

Приведенная стратегия характерна для распараллеливания как по командам, так и по данным. Однако иногда встречаются задачи, для которых требуется только один тип распараллеливания – либо по данным, либо по операциям.

Процесс автоматического или полуавтоматического распределения программы в значительной мере зависит от выбранного языка программирования и степени интеграции с ним средств автоматического распараллеливания.

Рассмотрим два типа языков программирования, существующих сегодня: *декларативные* и *процедурные*. Для обоих типов языков характерны свои достоинства и недостатки в плане применимости для параллельного программирования, в качестве языка со встроенными средствами автоматического распараллеливания.

Для процедурных языков сложным является именно распараллеливание по операциям. Поскольку вся последовательность действий в программе на таком языке определяется программистом, то выделение частей программы, указанных в пункте 1 стратегии, является достаточно нетривиальной задачей, не только для программного средства, но и для самого программиста.

Перечисленные выше недостатки процедурных языков для распараллеливания по операциям заставляют обратиться к декларативным языкам (таким, как пролог и лисп). Такие языки являются более выгодными с точки зрения распараллеливания по операциям, так как для них характерны следующие особенности:

- Последовательности команд из пункта 1 уже являются практически выделенными в самой программе (примером таких последовательностей являются правила пролога).
- Процесс выполнения программы управляется транслятором программы и машиной вывода.
- Абстрагирование от конкретной вычислительной среды.
- Развитые средства интерфейса с процедурными языками.

Основная причина, по которой декларативные языки мало применяются для написания распределенных программ - это их ориентированность на задачи искусственного интеллекта, для которых редко возникает необходимость в объемных вычислениях. Мы намерены показать, что применение декларативных языков (возможно, в связке с процедурными языками) для решения вычислительных задач с автоматическим распараллеливанием оправдано, поскольку дает возможность максимально

абстрагироваться от реализации параллельных распределенных вычислений. Это, в свою очередь, обеспечит переносимость и масштабируемость программы.

Если декларативный язык кроме средств для параллельного программирования дополнить развитым математическим аппаратом, то это даст возможность решать с их помощью вычислительные задачи, требующие распараллеливания.

СТРАТЕГИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ ПРОГРАММ НА ПРОЛОГЕ

Рассмотрим возможность автоматического распараллеливания программ на языке пролог. Программу на языке пролог можно представить как рекуррентную последовательность вычисления предикатов. То есть, вычисление целевого предиката влечет за собой вычисление одного или нескольких предикатов, которые, в свою очередь, требуют вычисления других предикатов и т.д. Вычисление носит иерархический рекурсивный характер. А это, в свою очередь, означает, что вычисление любого предиката из правой части правила ничем не отличается от вычисления целевого предиката и представляет собой, по сути новой цели на языке пролог.

С точки зрения параллельных вычислений такое построение программы является очень выгодным, поскольку вычисления для любого предиката могут проводиться независимо, на отдельном процессоре или отдельном ВМ кластера.

Например:

`pred1(P1, P2, P3) :- pred1(P1, P2, T1), pred2(P1, P2, T2), P3=T1+T1.`

В этом примере возможно параллельное вычисление предикатов `pred1` и `pred2`.

В случае, если для одного из предикатов решение не вычислено, то все правило из примера считается невычисленным. В этом случае следует прервать вычисление и для другого предиката. Параллельные вычисления и в таком случае имеют выигрыш перед последовательными – в случае, если предикат `pred2` не имеет решения, это может быть выяснено ещё до окончания вычислений `pred1`, а в случае последовательно работающей программы вычисления `pred1` были бы доведены до конца, и только после этого стало бы ясно, что все указанное правило не имеет решений.

Очевидно, что распараллеливаемость программ зависит от типа решаемой задачи. В случае, если в правой части правила предикаты зависят друг от друга через параметры, то выполнить такое правило параллельно не удастся. Например:

`pred1(P1, P2, P3) :- pred2(P1, P2, T), pred3(P2, T, P3).`

При вычислении `pred1(1, 2, P)`, выполнить правила `pred2` и `pred3` из правой части правила не удастся, поскольку для выполнения предиката `pred3` требуется знать значение переменной `T`, которая определяется при вычислении предиката `pred2`.

Однако и в случае такой зависимости может быть возможность для ускорения выполнения программы за счет использования параллельных вычислений. Если для вычисления предиката существует несколько правил, то возможна параллельная обработка этих правил. Например, один ВМ обрабатывает первую часть правил, а второй ВМ – вторую.

В случае, когда вычисляемому предикату подходят два правила, то есть, когда возможно несколько решений задачи, применение параллельных вычислений становится также оправданным, так как задача разбивается на две подзадачи, которые можно решать параллельно. Например, к правилу, указанному выше, добавим правило:

`pred1(P1, 2, P3) :- pred4(P1, P3),`

которое соответствует дополнительному решению, когда `P2=2`.

Вычисление указанной выше цели, `pred1(1, 2, P)`, приведет к появлению двух решений. И в этом случае возможно выполнение правой части первого правила на одном ВМ, а правой части второго правила – на другом ВМ.

Как видно из приведенного примера, в прологе существует два типа параллелизма: *И-параллелизм* и *ИЛИ-параллелизм*. Первый порожден возможностью параллельного вычисления нескольких предикатов из правой части правила; второй – наличием нескольких правил, отвечающих вычисляемому предикату.

И-параллелизм обрабатывается путем порождения новых задач с их последующим объединением. Созданием задач и их завершением управляет процесс их породивший.

ИЛИ-параллелизм обрабатывается при помощи механизма повторного вычисления как показано на рисунке 1.

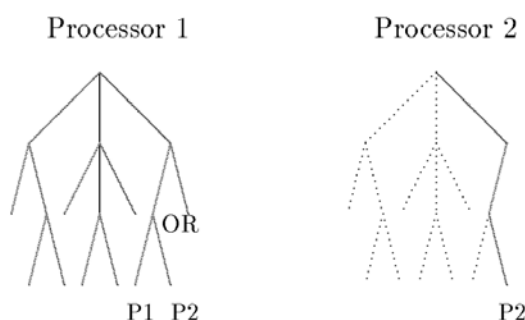


Рис. 1 Повторное вычисление при обработке ИЛИ-параллелизма

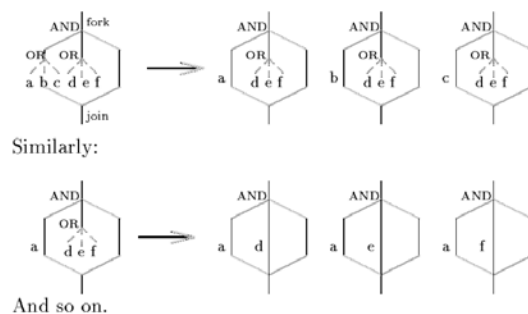


Рис. 2 Использование ИЛИ-параллелизма внутри И-параллелизма

Процессор 1 доходит до места, где возможен *ИЛИ-параллелизм*. После этого он порождает новую ИЛИ-задачу для вычисления цели "P2". При вычислении цели "P2" процессору 2 не приходится повторять весь поиск по дереву, он просто повторно вычисляет успешный путь до цели P2.

Важно также рассмотреть возможность комбинирования обоих типов параллелизма. Возможность и доказательство правильности распределенной реализации пролога приводится в [4]

ИЛИ-параллелизм, появляющийся внутри *И-параллелизма*, используется при помощи рекурсивного разбиения выполнения программы на независимые ветви вычислений (каждый при помощи обычного *И-параллельного* вызова как показано на рис. 2). Как видно из рис. 2, процесс использования *ИЛИ-внутри-И-параллелизма* сходен с раскрытием скобок для логического выражения.

Вычисление цели в распределенном прологе называется задачей. Для использования разных типов параллелизма создаются *И-задача* и *ИЛИ-задача*. Они же используются для смешанных случаев параллелизма. Если *И-параллелизм* встречается после *ИЛИ-параллелизма*, задачи порождаются так же, как и в случае чистого *И-параллелизма*. Если *ИЛИ-параллелизм* встречается внутри *И-параллелизма*, то *ИЛИ-задача*, порожденная в таком случае, должна повторно вычислить цель, чтобы найти новые решения. Но если делать это вслепую, то получатся *повторные решения*. Чтобы избежать этого, надо использовать **правило комбинации**, основная идея которого заключается в том, что надо зафиксировать левые части решения в родительской цели и скомбинировать их со *всеми* решениями для правой части.

Программа на языке пролог имеет как декларативный, так и процедурный смыслы. При решении логических задач программисту следует уделять внимание именно декларативному смыслу программы, не вдаваясь в детали реализации её пролог-системой. В случае же решения вычислительных задач программу лучше рассматривать как процедурную, когда процесс вычислений рассматривается как последовательные вызовы процедур, последовательность которых определяется пролог-системой, исходя из структуры программы и результатов вычислений. Так, в нашем случае, логика пролога отвечает за автоматизацию распараллеливания программ, а процедурный смысл – за математические вычисления.

РЕАЛИЗАЦИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ВЕРСИИ ЯЗЫКА ПРОЛОГ

Для реализации описанной версии языка можно использовать такую схему:

- Транслятор языка начинает выполнять программу на том ВМ кластера, на котором он был запущен.
- В случае обнаружения ситуации, допускающей параллельное выполнение программы, запускаются новые процессы на других ВМ кластера (возможно и на том же самом), исходя из их загрузки.
- Процесс, породивший задачи, дожидается их завершения и получает от них результаты вычисления.

Грамматика языка реализуется в виде обычных контекстно-зависимых грамматик. Для реализации транслятора была выбрана связка программ `lex + bison` – генераторы лексического и синтаксического сканеров. На данный момент с использованием этих средств реализован лексический и синтаксический блок компилятора.

Была реализована следующая грамматика (в нотации bison, но без символов действия):

```
input:
    | '\n'
    | ATOM '(' args ')' '.' input
    | ATOM '(' args ')' FOLLOW actlist '.' input;

args:
    | term
    | term ',' args;

actlist:
    ATOM '(' args ')' acttail
    | math RELATION math acttail
    | VAR IS math acttail
    | term '=' term acttail;

acttail:
    | ';' actlist
    | ';' actlist;

math:
    math '+' math
    | math '-' math
    | math '*' math
    | math '/' math
    | '-' math %prec NEG
    | '(' math ')'
    | mterm;

mterm:
    VAR
    | ATOM
    | FLOAT
    | INT;

term:
    mterm
    | '[' args ']'
    | '[' args '[' VAR ']'
    | BOOL;
```

Терминальные символы написанные большими буквами, вырабатываются лексическим блоком, реализованным при помощи `lex`. `ATOM`, `FLOAT`, `INT`, `BOOL` – соответствуют переменным базовых типов пролога, `VAR` – имени переменной, `FOLLOW` – значку `:-` пролога, `IS` – математическому присваиванию, а `RELATION` – любой из логических операций отношения.

В приведенной грамматике реализуется упрощенная версия языка пролог, в которой отсутствует поддержка структур данных, однако её хватит для демонстрации возможностей для параллельного программирования языка.

Для реализации сетевых взаимодействий можно использовать как существующие библиотеки для организации параллельных вычислений (MPI, PVM), так и стек TCP/IP. Оба подхода имеют как преимущества, так и недостатки. Первый обеспечивает большее удобство и уровень абстракции, независимость от конкретной реализации сетевой подсистемы, однако скорость взаимодействия будет ниже. Второй способ обеспечит более высокую скорость, однако требует реализации своего протокола взаимодействия.

Пролог обычно является интерпретируемым языком, однако для вычислительных задач, для которых он может быть использован в нашем случае, требуется большая скорость вычислений, поэтому желательна реализация компилятора указанного языка. Реализация компилятора, особенно мультиплатформенного, является сложной задачей, однако она даст *значительный* выигрыш в производительности. Желательна также реализация интерпретируемой версии для платформенной независимости и совместимости между интерпретируемой и компилируемой версиями.

Для взаимодействия с пользователем можно использовать либо связку *пролог + процедурный язык* или добавить возможность интерфейса с пользователем в саму пролог-систему. Второй вариант является более предпочтительным, так как он придает системе большую целостность, особенно если реализовать

интерфейс пользователя, как в математических системах Maple и Matlab. В этом случае систему можно использовать не только как язык программирования, но и как среду для решения задач математиками, не являющимися программистами-системщиками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Братко И. Программирование на языке пролог для искусственного интеллекта: Пер. с англ. - М.: Мир, 1990, 560 с.
2. Элементы параллельного программирования / В.А. Васильковский, В.Е. Котов, А.Г. Марчук, Н.Н. Миренков / Под ред. В.Е. Котова. - М.: Радио и связь, 1983 - 240 с.
3. Корнеев В.В. Параллельные вычислительные системы. - М.: Нолидж, 1999 - 320 с.
4. Lourdes Adaujo. Correctness Proof of a Distributed Implementation of Prolog by means of Abstract State Machines. // Journal of Universal Computer Science. - 1997. - Vol. 3, № 5 - P. 568-602.
5. Egon Börger, Dean Rosenzweig. A Mathematical Definition of Full Prolog // Science of Computer Programming. -1995. - № 24 – P. 248-286.

УДК 517.956.225:531.01

ФОРМАЛЬНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ N-МЕРНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Галан Е.Е., аспирант, Толок В.А., д.т.н., профессор

Запорожский государственный университет

В статье представлен алгоритм построения полной системы общих решений дифференциальных уравнений Лапласа. В работе приведены примеры построения решений для двухмерного, трехмерного, четырехмерного и N-мерного случаев. Полученные решения в декартовой системе координат могут быть использованы при решении различных задач математической физики.

Ключевые слова: уравнение Лапласа, двойной ряд Фурье, бином Ньютона, ряд Тейлора, операционный ряд, декартова система координат, частная производная, гармоническая функция.

Галан О.С., Толок В.О. ФОРМАЛЬНИЙ МЕТОД ПОБУДОВИ N-ВИМІРНИХ ГАРМОНІЧНИХ ФУНКЦІЙ / Запорізький державний університет, Україна

У статті пропонується алгоритм побудови повної системи загальних розв'язань диференціальних рівнянь Лапласа. У роботі наведені приклади побудови розв'язань для двовимірних, тривимірних, чотиривимірних та N-вимірних випадків. Отримані розв'язання в декартовій системі координат можуть використовуватися при розв'язанні будь-яких задач математичної фізики.

Ключові слова: рівняння Лапласа, подвійний ряд Фур'є, біном Ньютона, ряд Тейлора, операційний ряд, декартова система координат, часткова похідна, гармонічна функція.

Galan H., Tolok V. FORMAL METHOD OF CONSTRUCTION OF HARMONIOUS FUNCTIONS / Zaporizhzhya State University, Ukraine

In the article there is the algorithm of construction of full system of Laplas differential equation general solutions. In the work there is construction of solutions for two-measured, three-measured, four-measured and n-measured cases. Received solutions in the dekart co-ordinates system may be used at solution of different tasks of mathematical physics.

Key words: Laplace equation, Fourier binary row, binomial theorem, Taylor row, operating row, Descartes coordinates system, local derivative, harmonious function.

В алгоритмизации аналитических вычислений и приближенных методов краевых задач необходимо бывает построить полную систему общих решений заданных дифференциальных уравнений в частных производных. Изложим один из возможных алгоритмов такого построения для уравнений Лапласа [1].

Пусть $U = U(x, y)$ есть решение уравнения (1).

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

Это решение может быть представлено в виде разложения в ряд Тейлора по одной из переменных:

$$U(x, y) = U(0, y) + U'_x(0, y)x + \frac{U''_x(0, y)x^2}{2!} + \dots,$$

или

$$U(x, y) = U(0, y) + U'_x(0, y)x + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U_x^{(2k)}(0, y) \frac{x^{2k}}{(2k)!} + U_x^{(2k+1)}(0, y) \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \right). \quad (2)$$

Для того, чтобы уравнение (2) удовлетворяло уравнению (1), требуется выполнение следующих равенств:

$$\begin{aligned} U_x^2(0, y) &= -U_y^2(0, y), \\ U_x^{2+1}(0, y) &= -\frac{\partial^2}{\partial y^2}(U'_x)(0, y), \\ U_x^{2+2}(0, y) &= U_y^4(0, y) \dots \end{aligned}$$

Используя эти соотношения, получим:

$$\begin{aligned} U(x, y) &= U_x^0(0, y) + U'_x(0, y)x + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \left(U_y^{(2k)}(0, y) \frac{x^{(2k)}}{(2k)!} (-1)^k + (-1)^k \frac{\partial^{2k}}{\partial y^{2k}}(U'_x)(0, y) \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Представим $U(x, y)$ в виде двойного ряда Фурье:

$$U(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} (A_{ij} \cos ix \cos jy + B_{ij} \cos ix \sin jy + C_{ij} \sin ix \cos jy + D_{ij} \sin ix \sin jy).$$

И, подставляя ряд Фурье в уравнение (3), суммируя операционные ряды, воспользовавшись разложениями тригонометрических функций по степеням их аргументов, получаем формулу:

$$\begin{aligned} U(x, y) &= U(0, y) + U'_x(0, y)x + A_0 + C_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (A_j \operatorname{ch} jx \cos jy + B_j \operatorname{ch} jx \sin jy) + \\ &+ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} jx \cos jy}{j} C_j + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} jx \sin jy}{j} D_j. \end{aligned} \quad (4)$$

Полученная формула (4) является общим решением уравнения Лапласа.

Далее рассмотрим построение полной системы общих решений в трехмерном случае.

Рассмотрим представление функции в виде:

$$U(x, y, z) = U(x, y, 0) + U'_z(x, y, 0)z + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U_z^{(2k)}(x, y, 0) \frac{z^{2k}}{(2k)!} + U_z^{(2k+1)}(x, y, 0) \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!} \right). \quad (5)$$

Применим к нему оператор Лапласа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= -\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^{2k} U}{\partial z^{2k}} = (-1)^k \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)^{2k-2}.$$

Введем обозначения:

$$D_x = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

$$D_y = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}.$$
(6)

Воспользуемся формулой бинома Ньютона [2] для записи частной производной 2k-ого порядка:

$$\frac{\partial^{2k} U}{\partial z^{2k}} = (-1)^k \sum_{i=0}^{2k-2} C_{2k-2}^i D_x^{2k-2-i} D_y^i.$$
(7)

Подставив уравнение (7) в уравнение (5), получим формулу:

$$U(x, y, z) = U(x, y, 0) + U'_z(x, y, 0)z + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sum_{i=0}^{2k-2} C_{2k-2}^i D_x^{2k-2-i} D_y^i \frac{z^{2k}}{(2k)!} (-1)^k + \sum_{i=0}^{2k-2} C_{2k-2}^i D_x^{2k-2-i} D_y^i U'_z(x, y, 0) \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!} (-1)^k \right).$$

Для построения решения воспользуемся рядом Фурье:

$$U(x, y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (A_{nlm} \cos nx \cos ly \cos mz + B_{nlm} \cos nx \cos ly \sin mz + \\ + C_{nlm} \cos nx \sin ly \cos mz + D_{nlm} \cos nx \sin ly \sin mz + E_{nlm} \sin nx \cos ly \cos mz + \\ + F_{nlm} \sin nx \cos ly \sin mz + G_{nlm} \sin nx \sin ly \cos mz + H_{nlm} \sin nx \sin ly \sin mz).$$

Аналогично суммируя операционные ряды, воспользовавшись разложениями тригонометрических функций по степеням их аргумента, получаем конечную формулу:

$$U(x, y, z) = U(x, y, 0) + U'_z(x, y, 0)z + \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq l \neq 0}}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{(n^2 + l^2)^2} (A_{nl} \cos nx \cos ly + C_{nl} \cos nx \sin ly + \\ + E_{nl} \sin nx \cos ly + G_{nl} \sin nx \sin ly) ch(n^2 + l^2)z + \\ + \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq l \neq 0}}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{(n^2 + l^2)^3} (B_{nl} \cos nx \cos ly + D_{nl} \cos nx \sin ly + \\ + F_{nl} \sin nx \cos ly + H_{nl} \sin nx \sin ly) sh(n^2 + l^2)z.$$

Проведем аналогичные рассуждения для случая n=4.

Рассмотрим представление функции в виде:

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4) = U(0, x_2, x_3, x_4) + U'_{x_1}(0, x_2, x_3, x_4)x_1 + \frac{U''_{x_1}(0, x_2, x_3, x_4)x_1^2}{2!} + \dots$$

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4) = U(0, x_2, x_3, x_4) + U'_{x_1}(0, x_2, x_3, x_4)x_1 + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U^{(2k)}_{x_1}(0, x_2, x_3, x_4) \frac{x_1^{2k}}{2k!} + U^{(2k+1)}_{x_1}(0, x_2, x_3, x_4) \frac{x_1^{2k+1}}{(2k+1)!} \right). \quad (8)$$

Оператор Лапласа имеет вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_4^2} = 0, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} = - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_4^2} \right), \\ \frac{\partial^{2k} U}{\partial x_1^{2k}} = (-1)^k \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_4^2} \right)^{2k-2}, \\ D_{x_2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2}, \\ D_{x_3} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_3^2}, \\ D_{x_4} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_4^2}.$$

После введения обозначений, аналогичных (6), выражаем $2k$ -ую производную через бином Ньютона [2]:

$$\frac{\partial^{2k} U}{\partial x_1^{2k}} = (-1)^k \sum_{i=0}^{2k-2} \sum_{j=0}^{2k-2-i} \frac{(2k-2)!}{i! j! (2k-2-i-j)!} D_{x_2}^{2k-2-i-j} D_{x_3}^i D_{x_4}^j.$$

Решение строим, пользуясь рядом Фурье:

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{l=1}^4 \sum_{m_l=0}^{\infty} \left(A_{m_l} \prod_{l=1}^4 \cos m_l x_l + A_{m_l} B_{m_{4-l+1}} \prod_l \cos m_l x_l \prod_{4-l} \sin m_{4-l+1} x_{4-l+1} + B_{m_l} \prod_{l=1}^4 \sin m_l x_l \right).$$

Подставляя ряд Фурье в формулу (8), получаем конечную формулу:

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{l=2}^4 \sum_{\substack{m_l=0 \\ m_2 \neq \dots m_4 \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{\left(\sum_{l=2}^4 m_l^2 \right)^2} \left(A_{m_l} \prod_{l=2}^4 \cos m_l x_l + A_{m_l} B_{m_{4-l+1}} \prod_{l=2}^4 \cos m_l x_l \prod_{4-l,2} \sin m_{4-l+1} x_{4-l+1} \right) ch \left(\sum_{l=2}^4 m_l^2 \right) x_1 + \\ + \sum_{l=2}^4 \sum_{\substack{m_l=0 \\ m_2 \neq \dots m_4 \neq 0}}^{\infty} \left(A_{m_l} B_{m_{4-l}} \prod_{l=2}^4 \cos m_l x_l \prod_{4-l+1,2} \sin m_{4-l+1} x_{4-l+1} + B_{m_l} \prod_{l=2}^4 \sin m_l x_l \right) \frac{1}{\left(\sum_{l=2}^4 m_l^2 \right)^3} sh \left(\sum_{l=2}^4 m_l^2 \right) x_1 + \\ + U(0, x_2, x_3, x_4) + U'_{x_1}(0, x_2, x_3, x_4)x_1.$$

Обобщая все приведенные выше рассуждения, рассмотрим построение полной системы общих решений для n -мерного случая.

Рассмотрим представление функции в виде:

$$U(x_1, \dots, x_n) = U(0, x_2, \dots, x_n) + U'_{x_1}(0, x_2, \dots, x_n)x_1 + \frac{U''_{x_1}(0, x_2, \dots, x_n)x_1^2}{2!} + \dots$$

$$U(x_1, \dots, x_n) = U(0, x_2, \dots, x_n) + U'_{x_1}(0, x_2, \dots, x_n)x_1 + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left(U^{(2k)}_{x_1}(0, x_2, \dots, x_n) \frac{x_1^{2k}}{(2k)!} + U^{(2k+1)}_{x_1}(0, x_2, \dots, x_n) \frac{x_1^{2k+1}}{(2k+1)!} \right).$$

Оператор Лапласа имеет вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 U}{\partial x_n^2} = 0, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} = - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 U}{\partial x_n^2} \right), \\ \frac{\partial^{2k} U}{\partial x_1^{2k}} = (-1)^k \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 U}{\partial x_n^2} \right)^{k-1}.$$

После введения обозначений, аналогичных (6), выражаем 2k-ую производную через бином Ньютона [2]:

$$\frac{\partial^{2k} U}{\partial x_1^{2k}} = (-1)^k \prod_{p=1}^{m-1} \sum_{l_p=0}^{2k-2-\sum_{p=1}^{l_{p-1}}} \prod_{p=2}^m D_{x_p}^{2k-2-\sum_{p=1}^{l_{p-1}}}.$$

Решение строим, пользуясь рядом Фурье:

$$U(x_1, \dots, x_n) = \sum_{l=1}^n \sum_{m_l=0}^{\infty} \left(A_{m_l} \prod_{l=1}^n \cos m_l x_l + A_{m_l} B_{m_{n-l+1}} \prod_l \cos m_l x_l \prod_{n-l} \sin m_{n-l+1} x_{n-l+1} + B_{m_l} \prod_{l=1}^n \sin m_l x_l \right).$$

Конечная формула имеет вид:

$$U(x_1, \dots, x_n) = \sum_{l=2}^n \sum_{\substack{m_l=0 \\ m_2 \neq \dots \neq m_n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{\left(\sum_{l=2}^n m_l^2 \right)^2} \left(A_{m_l} \prod_{l=2}^n \cos m_l x_l + A_{m_l} B_{m_{n-l+1}} \prod_{l=2}^n \cos m_l x_l \prod_{n-l,2} \sin m_{n-l+1} x_{n-l+1} \right) \operatorname{ch} \left(\sum_{l=2}^n m_l^2 \right) x_1 + \\ + \sum_{l=2}^n \sum_{\substack{m_l=0 \\ m_2 \neq \dots \neq m_n \neq 0}}^{\infty} \left(A_{m_l} B_{m_{n-l+1}} \prod_{l=2}^n \cos m_l x_l \prod_{n-l+1,2} \sin m_{n-l+1} x_{n-l+1} + B_{m_l} \prod_{l=2}^n \sin m_l x_l \right) \frac{1}{\left(\sum_{l=2}^n m_l^2 \right)^3} \operatorname{sh} \left(\sum_{l=2}^n m_l^2 \right) x_1 + \\ U(0, x_2, \dots, x_n) + U'_{x_1}(0, x_2, \dots, x_n)x_1.$$

Построенные решения в декартовой системе координат могут быть использованы при решении различных задач математической физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1996.-368 с.
2. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание информатики: Пер. с англ. – М.: Мир, 1998.-703 с.

ПРО ПІДХОДИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ІЗ ТОЧКОЮ ПОВОРОТУ, ЗАСНОВАНІ НА ВИКОРИСТАННІ ГІБРИДНИХ МЕТОДІВ. ЧАСТИНА ПЕРША

Герасимов Т.С., асистент, Гришак В.З., д.т.н., професор

Запорізький державний університет

У роботі на основі використання гібридних методів ВКБ-Гальоркіна, збурювань-Гальоркіна, а також прийомів варіаційного числення запропоновано новий підхід до побудови наближеного аналітичного розв'язку високого ступеня точності для рівняння другого порядку із параметром і точкою повороту. Підхід дозволяє уникнути обчислювально-аналітичних труднощів, громіздких рутинних перетворень, які закономірно виникають при використанні класичних методів збурювань (багатьох масштабів, зрощених розвинень, ВКБ-наближень). Отриманий за допомогою наведеного підходу розв'язок природним способом урятовано від недоліків відомих асимптотичних розв'язків (перш за все локальності області застосування) – він є рівномірно придатним у всій області зміни аргументу, включаючи околі точки повороту, а також дійсним на широкому інтервалі зміни параметра збурювання задачі. Алгоритм розв'язання задачі дозволяє реалізувати всі його етапи, включаючи одержання кінцевого результату, на ЕОМ, у середовищі символьних обчислень Maple 6.

Ключові слова: диференціальне рівняння, точка повороту, параметр збурення, гібридний підхід, наближений аналітичний розв'язок

Герасимов Т.С., Гришак В.З. О ПОДХОДАХ К РЕШЕНИЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ТОЧКОЙ ПОВОРОТА, ОСНОВАННЫХ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГИБРИДНЫХ МЕТОДОВ. ЧАСТЬ ПЕРВАЯ / Запорожский государственный университет, Украина

В работе на основе использования гибридных методов ВКБ-Галеркина, возмущений-Галеркина, а также приемов вариационного исчисления предложен новый подход к построению приближенного аналитического решения высокой степени точности для уравнения второго порядка с параметром и точкой поворота. Подход позволяет избежать вычислительно-аналитических трудностей, громоздких рутинных преобразований, которые закономерно возникают при использовании классических методов возмущений (многих масштабов, сращиваемых разложений, ВКБ-приближений). Полученное с помощью предложенного подхода решение естественным образом избавлено от недостатков известных асимптотических решений (прежде всего локальности области применения) – оно является равномерно пригодным во всей области изменения аргумента, включая окрестность точки поворота, а также действительным на широком интервале изменения параметра возмущения задачи. Алгоритм решения задачи позволяет реализовать все его этапы, включая получение конечного результата, на ЭВМ, в среде символьных вычислений Maple 6.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, точка поворота, параметр возмущения, гибридный подход, приближенное аналитическое решение

Gerasimov T.S., Gristchak V.Z. NEW APPROACHES TO THE SOLVING OF SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATION WITH TURNING POINT, BASED ON HYBRID METHODS. PART ONE / Zaporizhzhya state university, Ukraine

In the paper on the basis of application of hybrid WKB-Galerkin, perturbation-Galerkin methods simultaneously with variational principles new approach to the solving of second order differential equation with perturbation parameter and turning point was considered and discussed. Such an approach enables to obtain the approximate analytical solution of the problem with high level of accuracy (both for small and large values of perturbation parameter) and which is valid throughout within the domain of definition, including a turning point. The usage of the offered approach to the same class of problems allows to avoid computing-analytical difficulties, significant routine transformations, which regularly arise at usage of classic perturbation methods (method of many scales, spliced expansions, phase integrals). The algorithm of the problem's solving allows to realize all its stages, including obtaining of final results, on a computer calculations' package Maple 6.

Key words: differential equation, turning point, perturbation parameter, hybrid approach, approximate analytical solution

1. ВСТУП

Багато задач, що виникли свого часу в теоретичній фізиці, призводять до рівняння другого порядку вигляду

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0. \quad (1)$$

У деяких досить окремих випадках записане рівняння призводить до одного з добре вивчених стандартних рівнянь (Беселя, Ері тощо). У загальному ж випадку не можна представити розв'язок рівняння (1) у вигляді ряду по степенях x або асимптотичного ряду по степенях $1/x$. Тому виникає

необхідність у наближених методах. Так, наприклад, метод фазних інтегралів (або ВКБ-метод) є досить могутнім наближеним методом розв'язання рівняння вигляду (1), а так само більш загального рівняння вигляду

$$y'' + \lambda^2 q(x, \lambda) y = 0, \quad (2)$$

де λ – великий параметр, а $q(x, \lambda)$ – функція x і λ . При деяких умовах на q наближені розв'язки цього рівняння мають вигляд

$$y = q^{-1/4} \exp(\pm i \lambda \int \sqrt{q} dx) [1 + O(\lambda^{-1})]. \quad (3)$$

Розв'язки (3) в силу наявності в них множника $q^{-1/4}$ перестають бути вірними в околі нулів функції $q(x, \lambda)$, або інакше *точок повороту*. Проблема визначення формул зв'язку між ВКБ-розв'язками (3), що придатні по різні сторони від точки повороту, із різним ступенем строгості і ясності розглядалася в ряді робіт [1]. Перші систематичні формули зв'язку були отримані Джефрісом [2].

Однак наближені розв'язки рівняння (2), що можуть бути одержані як за допомогою формул зв'язку Джефріса, так і яким-небудь іншим способом (методи Ганса, Цваана, Фарі [1]) містять два істотних недоліку. По-перше, область застосування таких розв'язків завжди обмежена величиною параметра λ (всі вони побудовані в припущенні, що параметр λ великий). По-друге, ці розв'язки є розривними в точці повороту, а тому не дозволяють проаналізувати поведінку „справжнього” розв'язку рівняння (2) у цій точці та у її околі.

Принципово інша ідея побудови наближеного розв'язку рівняння (2) розвинена в роботах Лангера [2, 3]. Він зміг одержати «таке представлення розв'язку, який був придатним у всій області зміни аргументу x ». Тобто Лангер дістав для рівняння (2) наближений розв'язок, який містить функцію Ері, у силу чого він є придатним у точці повороту. Між тим асимптотика такого розв'язку у віддаленні від точки повороту збігається з ВКБ-асимптотикою. Представлення розв'язку, яке буде придатним у точці повороту, є основною темою досліджень сучасних авторів, що займаються асимптотичними методами.

У ряді досліджень авторів цієї статті розглянуто нові підходи до розв'язання диференціального рівняння вигляду (2). Так, гібридний метод ВКБ-Гальоркіна [4] дозволяє побудувати нові (гібридні) розв'язки вихідного рівняння в областях, вільних від точки повороту – так звані *зовнішні* асимптотики – близькі до точного при будь-яких значеннях λ , як великих, так і малих. Знаходження формул зв'язку між гібридними ВКБ-Гальоркін розв'язками, які є придатними ліворуч і праворуч від точки повороту, здійснюється за допомогою *внутрішнього* розвинення. Внутрішнє розвинення побудовано гібридним методом збурювань-Гальоркіна [5] в σ -околі точки повороту, а точніше в інтервалі $[-\sigma_1, \sigma_2]$. Застосування зазначених гібридних підходів дозволяє зрощувати зовнішні та внутрішню асимптотики, використовуючи вже не граничний перехід (при малих λ його взагалі не можливо здійснити), а деякі інші умови. В статті буде показано, що умовою зрощення трьох розв'язків може виступати неперервність y і y' у *точках зрощення*. Результатом розв'язання задачі є аналітичний розв'язок, придатний усюди, включаючи саму точку повороту та її окіл. За допомогою принципів варіаційного числення запропоновано критерій оптимального вибору параметрів – σ_1 і σ_2 .

Взагалі, гібридний підхід ВКБ-Гальоркіна, ідею якого запропоновано та наведено в роботі [4], дотепер успішно застосовується до розв'язання диференціальних рівнянь із змінними коефіцієнтами і параметром при старшій або старших похідних [6,7]. При цьому, наприклад, для рівняння вигляду (2) розв'язки побудовані лише в областях, де функція q не містила ані точок повороту, ані полюсів. Наведене тут дослідження в деякою мірою компенсує цей пробіл, розвиваючи ідеї, закладені в роботі [4].

2. ПОБУДОВА ЗОВНІШНІХ АСИМПТОТИК ЗА ДОПОМОГОЮ ГІБРИДНОГО ВКБ-ГАЛЬОРКІН ПІДХОДУ

Отже, заповізьмемося побудувати на інтервалі $x \in [-a, b]$, $a > 0, b > 0$ наближений аналітичний розв'язок диференціального рівняння зі змінним коефіцієнтом і точкою повороту

$$\varepsilon^2 y'' - f(x) y = 0, \quad (4)$$

де

$$\begin{cases} f(x) < 0, & -a \leq x < 0, \\ f(x) > 0, & 0 < x \leq b, \end{cases} \text{ i } f(0) = 0, f'(0) \neq 0,$$

а $\varepsilon > 0$ – параметр, початково передбачуваний малим. Умову $f(0) = 0$ можна вважати загальною, оскільки до неї можна звести будь-який інший випадок $f(c) = 0$, $c \neq 0$ заміною $t = x - c$.

Граничні умови покладемо такими

$$y(-a) = A \text{ i } y(b) = B. \quad (5)$$

При малих значеннях параметра $\varepsilon \ll 1$ наближений розв'язок рівняння (4) можна одержати за допомогою методу фазних інтегралів. Так, двочленне ВКБ-розв'инення має вигляд:

$$y_{WKB} = \exp \int (\varepsilon^{-1} \psi_0 + \psi_1) dx. \quad (6)$$

Підставимо вираз (6) у рівняння (4). Збираючи коефіцієнти при однакових ступенях параметра ε , та розв'язуючи відповідні рівняння, можна знайти

$$\psi_0 = \begin{cases} \pm i(-f(x))^{1/2}, & x < 0, \\ \pm f^{1/2}(x), & x > 0, \end{cases} \quad (7)$$

де $i = \sqrt{-1}$, i

$$\psi_1 = -\frac{\psi_0'}{2\psi_0} = \begin{cases} -\frac{1}{4} \frac{d}{dx} \ln(-f(x)), & x < 0, \\ -\frac{1}{4} \frac{d}{dx} \ln f(x), & x > 0. \end{cases} \quad (8)$$

З урахуванням (7) і (8) загальний ВКБ-розв'язок ліворуч і праворуч від точки $x = 0$ (позначимо його відповідно як y_{WKB}^+) запишеться так:

$$y_{WKB}^-(x, \varepsilon) = \frac{1}{(-f)^{1/4}} \left[c_1 \cos \left(\varepsilon^{-1} \int_{-a}^x (-f)^{1/2} d\tau \right) + c_2 \sin \left(\varepsilon^{-1} \int_{-a}^x (-f)^{1/2} d\tau \right) \right], \quad x < 0, \quad (9)$$

$$y_{WKB}^+(x, \varepsilon) = \frac{1}{f^{1/4}} \left[a_1 \exp \left(-\varepsilon^{-1} \int_x^b f^{1/2} d\tau \right) + a_2 \exp \left(\varepsilon^{-1} \int_x^b f^{1/2} d\tau \right) \right], \quad x > 0. \quad (10)$$

Можна вважати, що формули (9) і (10) дають два різних представлення однієї і тієї ж функції $y(x)$, які є придатними по різні сторони від точки повороту. Ясно, що довільні постійні a_1, a_2 й c_1, c_2 у розв'язках (9) і (10) повинні бути зв'язані між собою, оскільки рівняння (4) має другий порядок і його розв'язок визначається лише двома довільними постійними.

Як було зазначено вище, для відшукування додаткових співвідношень між цими постійними необхідно використовувати певні формули зв'язку для областей $x > 0$ і $x < 0$. Взагалі ця процедура припускає побудову так званого внутрішнього розв'инення рівняння (4), що є придатним в околі $x = 0$, і його подальше зрощення (тобто узгодження) з областями $x > 0$ і $x < 0$ за допомогою граничного переходу.

Однак у випадку, якщо функція f у рівнянні (4) не задана спеціальним способом, здійснити процедуру побудови внутрішнього розв'инення та зробити граничний перехід для його зрощення із зовнішніми розв'иненнями неможливо, а в кожному конкретному випадкові досить громіздко. Недолік одержаного в такий спосіб розв'язку рівняння (4) полягає в тому, що він буде задаватися трьома окремими розв'иненнями – (9), (10) і внутрішнім – придатними в трьох областях, що перекриваються, тобто не буде *рівномірно придатним*. Більше того, такий розв'язок буде дійсним лише при малих ε , тому що всі три згадані розв'инення, що входять до нього, були побудовані саме по такій передумові.

Підхід, запропонований нижче, доставляє розв'язок рівняння (4), звільнений від подібних недоліків. Цей розв'язок буде а) складеним, тобто складатися з трьох окремих розв'инень, зрощених між собою так, що

загальний розв'язок буде рівномірно придатним на всій області свого визначення; б) дійсним на широкому інтервалі зміни параметра ε , що є особливо цінним.

Опишемо коротко послідовні етапи, реалізація яких складає сутність запропонованого нами підходу. Отже, гібридні ВКБ-Гальоркін розв'язки рівняння (4) будуються ліворуч і праворуч від точки повороту відповідно на інтервалах $[-a, -\sigma_1]$ і $[\sigma_2, b]$, де $-\sigma_1$ і σ_2 – невідомі параметри. В околі точки повороту, на інтервалі $[-\sigma_1, \sigma_2]$ за допомогою методу збурювань-Гальоркіна побудуємо внутрішнє розвинення. Для того, щоб зростити всі три розв'язки в точках $x = -\sigma_1$ і $x = \sigma_2$, будемо вимагати неперервності самих розв'язків у цих точках, а також неперервності їхніх перших похідних. Отриманий у такий спосіб безперервний складений розв'язок (а саме його точність) буде залежати від вибору параметрів $-\sigma_1$ і σ_2 . Для їхнього відшукування ми формулюємо варіаційну задачу: досліджуємо на екстремум функціонал, для якого рівняння (4) являється рівнянням Ейлера. При підстановці у функціонал отриманого гібридного розв'язку, дослідження на екстремум вихідного функціонала перетворюється в дослідження на екстремум функції двох змінних $\varphi(-\sigma_1, \sigma_2)$.

Розглянемо всі етапи докладніше.

Модифіковане гібридне ВКБ-Гальоркін розвинення вихідного рівняння в двох наближеннях буде таким:

$$y_H = \exp \int (\delta_0 \psi_0 + \psi_1) dx, \quad (11)$$

де функції ψ_0, ψ_1 визначені раніше (формули 7, 9), δ_0 – невідома «амплітуда» функції ψ_0 . Відповідно до методики гібридного ВКБ-Гальоркін підходу для визначення δ_0 в розвиненні (11), необхідно зажадати виконання умови ортогональності нев'язки

$$R = \varepsilon^2 [\delta_0^2 \psi_0^2 + \delta_0 (\psi_0' + 2\psi_0 \psi_1) + \psi_1^2 + \psi_1'] - f(x), \quad (12)$$

яка виходить при підстановці (11) до рівняння (4) та координатної функції ψ_0 . Ця умова має вигляд:

$$\int_{\Omega^\pm} R \psi_0 dx = 0, \quad (13)$$

де $\Omega^- = [-a, -\sigma_1]$ і відповідно $\psi_0 = \pm i(-f)^{1/2}$, $\psi_1 = -\frac{(-f)'}{4(-f)}$,

$\Omega^+ = [\sigma_2, b]$ і відповідно $\psi_0 = \pm f^{1/2}$, $\psi_1 = -\frac{f'}{4f}$.

У загальному випадку умова (13) з урахуванням (12) і відповідних позначень для ψ_0, ψ_1 являє собою квадратне алгебраїчне рівняння відносно δ_0 :

$$\delta_0^2 \int_{\Omega^\pm} \psi_0^3 dx + \int_{\Omega^\pm} (\psi_1^2 + \psi_1' - \varepsilon^{-2} f) \psi_0 dx = 0, \quad (14)$$

звідки знайдемо

$$\delta_{0,2}^- = \pm \sqrt{\frac{\int_{-a}^{-\sigma_1} \frac{2(-f)'^2 - (-f)''(-f)}{4(-f)^{3/2}} dx}{\int_{-a}^{-\sigma_1} (-f)^{3/2} dx} + \frac{1}{\varepsilon^2}}, \quad \delta_{0,2}^+ = \pm \sqrt{\frac{\int_{\sigma_2}^b \frac{2f'^2 - f''f}{4f^{3/2}} dx}{\int_{\sigma_2}^b f^{3/2} dx} + \frac{1}{\varepsilon^2}}. \quad (15)$$

У формулах (15) зовнішній знак « $\pm$ » не залежить від знака відповідної функції ψ_0 .

Підстановка першої формули (15) та відповідних функцій $\psi_0 = \pm i(-f)^{1/2}$ і ψ_1 у розвинення (11) дає загальний гібридний розв'язок на інтервалі $[-a, -\sigma_1]$:

$$y_H^-(x, \varepsilon) = \frac{1}{(-f)^{1/4}} \left[\tilde{c}_1 \cos \left(\delta_0^- \int_{-a}^x (-f)^{1/2} d\tau \right) + \tilde{c}_2 \sin \left(\delta_0^- \int_{-a}^x (-f)^{1/2} d\tau \right) \right], \quad x < 0. \quad (16)$$

Аналогічно, з урахуванням другої формули (15) та функцій $\psi_0 = \pm f^{1/2}$ і ψ_1 , в інтервалі $[\sigma_2, b]$ загальний гібридний розв'язок запишеться так:

$$y_{\text{WKB}}^+(x, \varepsilon) = \frac{1}{f^{1/4}} \left[\tilde{a}_1 \exp \left(-\delta_0^+ \int_x^b f^{1/2} d\tau \right) + \tilde{a}_2 \exp \left(\delta_0^+ \int_x^b f^{1/2} d\tau \right) \right], \quad x > 0. \quad (17)$$

У формулах (16), (17) $\tilde{c}_n, \tilde{a}_n$ – довільні постійні. Як бачимо, ВКБ-Гальоркін розв'язки (16), (17) також, як і (9), (10), непридатні в околі точки повороту. Цей окіл є для гібридного розв'язку так званим прикордонним шаром, тобто областю різкої зміни його поведінки. Виникає ідея зростити розв'язки (16) і (17) за допомогою гібридного внутрішнього розвинення, побудованого в інтервалі $[-\sigma_1, \sigma_2]$, що цілком покриває прикордонний шар, і є придатним в ньому. Усі три розвинення ми «гладко» зростимо в точках $x = -\sigma_1$ і $x = \sigma_2$, вимагаючи в них неперервність y і y' .

3. ПОБУДОВА ВНУТРІШНЬОЇ АСИМПТОТИКИ ЗА ДОПОМОГОЮ ГІБРИДНОГО ЗБУРЮВАНЬ-ГАЛЬОРКІН ПІДХОДУ

Уведемо в околі нуля розтягнуту змінну

$$\xi = x\varepsilon^{-\nu} \text{ або } x = \xi\varepsilon^{\nu}, \quad (18)$$

де величина ν вважається додатною і визначається в процесі подальшого аналізу. З урахуванням заміни (18) рівняння (4) набуває вигляду:

$$\varepsilon^{2-2\nu} \frac{d^2 y}{d\xi^2} - f(\xi\varepsilon^{\nu}) y = 0. \quad (19)$$

Для того, щоб стало можливим побудувати наближений розв'язок рівняння (19) у вигляді розвинення по ступенях параметра ε , покладемо $\nu = 3/2$. У цьому випадку граничною формою рівняння (19) буде:

$$\frac{d^2 y}{d\xi^2} - \varepsilon f(\xi\varepsilon^{3/2}) y = 0. \quad (20)$$

В передумові того, що $\varepsilon \ll 1$, на першому етапі наближений розв'язок рівняння (20) на інтервалі $[-\sigma_1, \sigma_2]$ зобразимо так:

$$y(\xi) = \sum_{j=0}^N \varepsilon^j y_j(\xi). \quad (21)$$

Помітимо, що розвинення (21) може бути використано як розв'язок рівняння (20) лише при малих ε . Але навіть і в цьому випадку для одержання хоч скільки-небудь прийнятної асимптотики необхідно залучати досить велику кількість членів розвинення. Відповідно до методики збурювань-Гальоркін підходу, ми будемо (21) з метою відшукування $N+1$ координатних функцій $\{y_j\}$, необхідних для побудови на другому етапі нового розвинення – гібридного, яке буде позбавлене від головного недоліку (21) – «сильної» залежності від величини ε .

Підстановка (21) у (20) дасть рекурентну систему $N+1$ диференціальних рівнянь відносно $\{y_j\}$

$$\text{для } \varepsilon^0: \quad \frac{d^2 y_0}{d\xi^2} = 0, \quad (22)$$

$$\text{для } \varepsilon^j: \quad \frac{d^2 y_j}{d\xi^2} - f(\xi\varepsilon^{3/2}) y_{j-1} = 0. \quad (23)$$

Розв'язавши її, одержимо:

$$y_0(\xi) = C_0\xi + C_1, \quad (24)$$

$$y_j(\xi) = \int \left(\int f(\xi \varepsilon^{3/2}) y_{j-1}(\xi) d\xi + C_{j+1} \right) d\xi + C_{j+2}, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (25)$$

де $C_0, \dots, C_{j+2}$ – довільні постійні, що підлягають визначенню з граничних умов для рівняння (20). На цьому етапі ці постійні знайти не можна, оскільки для рівняння (20) граничні умови ще не сформульовані. Це буде зроблено нижче.

Відповідно до гібридного методу збурювань-Гальоркіна [5] новий «уточнений» розв'язок $\tilde{y}$ рівняння (20) в інтервалі $[-\sigma_1, \sigma_2]$ зобразимо так:

$$\tilde{y}(\xi, \varepsilon) = y_0(\xi) + \sum_{j=1}^N a_j y_j(\xi), \quad (26)$$

де $\{a_j\}$ – невідомі «амплітуди» знайдених на першому кроці координатних функцій (25). Зробивши в (26) зворотний перехід до невідомого x (згідно з (18) маємо $\xi = x\varepsilon^{-3/2}$), одержимо шуканий внутрішній наближений збурювань-Гальоркін розв'язок $\tilde{y}^i$ рівняння (4), придатний в околі $x = 0$, а саме на інтервалі $[-\sigma_1, \sigma_2]$. Коефіцієнти $\{a_j\}$ внутрішнього розв'язку можуть бути знайдені з умови:

$$\int_{-\sigma_1}^{\sigma_2} \left\{ \varepsilon^2 \tilde{y}^{i''} - f(x) \tilde{y}^i \right\} y_k dx = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (27)$$

Варто помітити, що усі вони в підсумку будуть залежати від поки що невідомих параметрів $-\sigma_1, \sigma_2$ і довільних постійних $\{C_j\}$.

4. ЗРОЩЕННЯ ВНУТРІШНІХ ТА ЗОВНІШНІХ АСИМПТОТИК

Тепер, щоб зростити $\tilde{y}^i$ з y_H^- та y_H^+ у точках $x = -\sigma_1$ і $x = \sigma_2$, що з математичної точки зору припускає відшукування співвідношень між довільними постійними цих розв'язків, будемо вимагати виконання умов неперервності розв'язків

$$y_H^-(-\sigma_1, \varepsilon) = \tilde{y}^i(-\sigma_1, \varepsilon), \quad y_H^+(\sigma_2, \varepsilon) = \tilde{y}^i(\sigma_2, \varepsilon), \quad (28)$$

і неперервності їхніх перших похідних

$$\frac{dy_H^-}{dx}(-\sigma_1, \varepsilon) = \frac{d\tilde{y}^i}{dx}(-\sigma_1, \varepsilon), \quad \frac{dy_H^+}{dx}(\sigma_2, \varepsilon) = \frac{d\tilde{y}^i}{dx}(\sigma_2, \varepsilon). \quad (29)$$

На кінцях інтервалу $x \in [-a, b]$ для розв'язків y_H^- і y_H^+ , нагадаємо, існують граничні умови (5):

$$y_H^-(-a, \varepsilon) = A \quad \text{та} \quad y_H^+(b, \varepsilon) = B. \quad (30)$$

Зазначимо, що розв'язок $\tilde{y}^i$ у N -му наближенні містить $2N + 2$ довільних постійних $\{C_j\}$. Розв'язки y_H^- і y_H^+ у сумі мають 4 довільні постійні. Таким чином, загальне число невідомих довільних постійних, що підлягають визначенню, є $2N + 6$. Після підстановки виразу (26) для $\tilde{y}^i$ в умови (28), останні перетворюються в систему $2N + 2$ рівнянь вигляду:

$$y_0(-\sigma_1) = y_H^-(-\sigma_1), \quad y_1(-\sigma_1) = y_2(-\sigma_1) = \dots = y_N(-\sigma_1) = 0, \quad (31)$$

$$y_0(\sigma_2) = y_H^+(\sigma_2), \quad y_1(\sigma_2) = y_2(\sigma_2) = \dots = y_N(\sigma_2) = 0, \quad (32)$$

яка в сукупності із чотирма рівняннями (29), (30) дає необхідну кількість рівнянь (а саме $2N + 6$) для відшукування невідомих $\{C_j\}$ і $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2$. Усі вони будуть у підсумку виражені через невідомі параметри $-\sigma_1$ і σ_2 , критерій вибору яких запропоновано нижче.

Запишемо остаточний складений розв'язок вихідного рівняння (4) у вигляді:

$$Y(x, \varepsilon, \sigma_1, \sigma_2) = y_H^-(x, \varepsilon)H(-x - \sigma_1) + \tilde{y}^i(x, \varepsilon)H(x + \sigma_1)H(-x + \sigma_2) + \\ + y_H^+(x, \varepsilon)H(x - \sigma_2), \quad (33)$$

де H – одинична функція Хевісайду.

Підставимо розв'язок (33) у функціонал, дослідження якого на екстремум реалізує рівняння (4). Неважко перевірити, що цей функціонал має вигляд:

$$V[y] = - \int_{-a}^b [\varepsilon^2 (y')^2 + f(x)y^2] dx. \quad (34)$$

Таким чином, значення $-\sigma_1, \sigma_2$ повинні бути такими, щоб функція Y (33), будучи припустимою кривою і розв'язком рівняння Ейлера (4), доставляла екстремум функціоналові V (34). Дослідження функціонала V на екстремум у цьому випадку еквівалентно дослідженню на екстремум функції $\varphi(-\sigma_1, \sigma_2) = V[Y(x, \varepsilon, -\sigma_1, \sigma_2)]$. Іншими словами умова $\delta V[y] = 0$ перетворюється на систему рівнянь щодо невідомих $-\sigma_1, \sigma_2$:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_1} = 0, & \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_2} = 0. \end{cases} \quad (35)$$

В аналітичному вигляді система (35) не може бути розв'язана і тому розв'язується чисельно.

На рисунках 1–3 і 4–6 побудовані графіки гібридних розв'язків Y (33) при граничних умовах задачі $y(-1) = -1$, $y(1) = 3$ і $y(-1) = 2$, $y(1) = -1$ відповідно для значень $\varepsilon = 0.05, 0.1, 0.5$ і знайдених у кожному випадку пар $(-\sigma_1, \sigma_2)$. Внутрішнє розвинення $\tilde{y}^i$ має перший порядок ($N = 1$), тобто два члена. Як функцію f оберемо $f(x) = x$. У цьому випадку вихідне рівняння (4) є рівнянням Ері та має точний аналітичний розв'язок. Для порівняння на рисунках наведені точний розв'язок (кола) і ВКБ-Гальоркін розв'язок (пунктир).

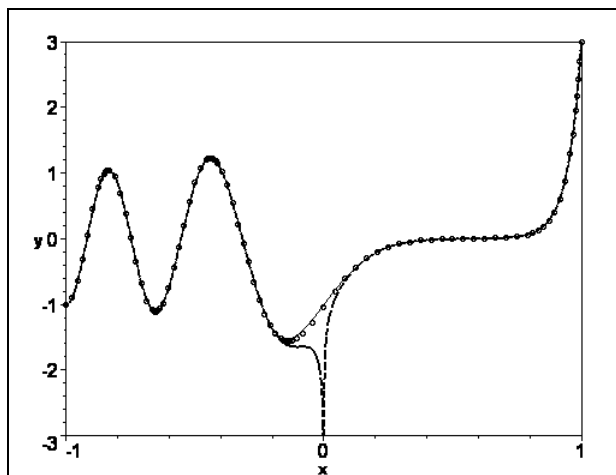


Рис. 1 Порівняльний аналіз розв'язків рівняння (4) при $f(x) = x$: точного (кола), ВКБ-Гальоркін (пунктир) і гібридного Y (неперервна лінія) для $\varepsilon = 0.05$, $y(-1) = -1$, $y(1) = 3$ і $(-\sigma_1, \sigma_2) = (-0.21526, 0.16712)$

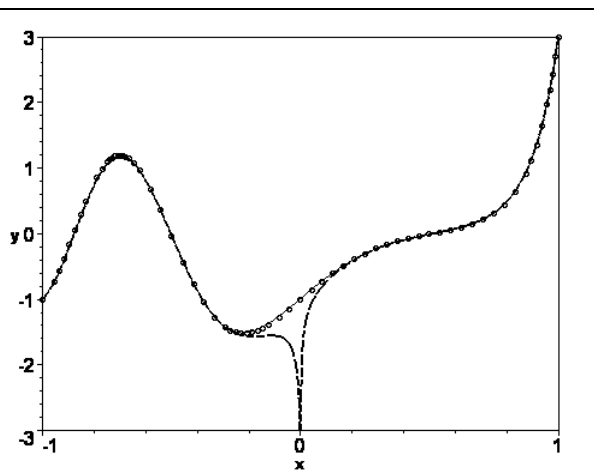


Рис. 2 Порівняльний аналіз розв'язків рівняння (4) при $f(x) = x$: точного (кола), ВКБ-Гальоркін (пунктир) і гібридного Y (неперервна лінія) для $\varepsilon = 0.1$, $y(-1) = -1$, $y(1) = 3$ і $(-\sigma_1, \sigma_2) = (-0.34972, 0.25822)$

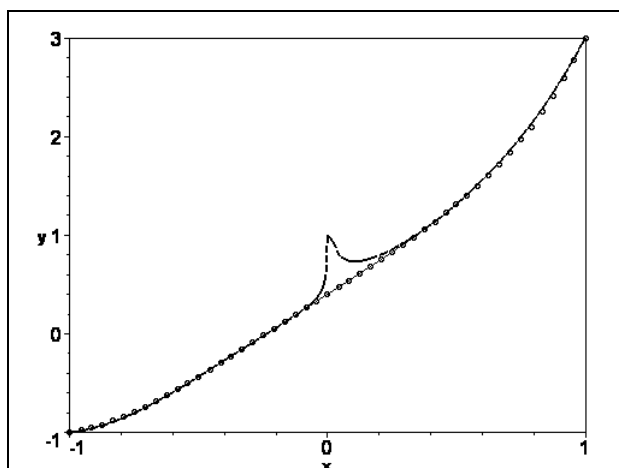


Рис. 3 Порівняльний аналіз розв'язків рівняння (4) при $f(x) = x$: точного (кола), ВКБ-Гальоркін (пунктир) і гібридного Y (неперервна лінія) для $\varepsilon = 0.5$, $y(-1) = -1$, $y(1) = 3$ і $(-\sigma_1, \sigma_2) = (-0.52317, 0.46309)$

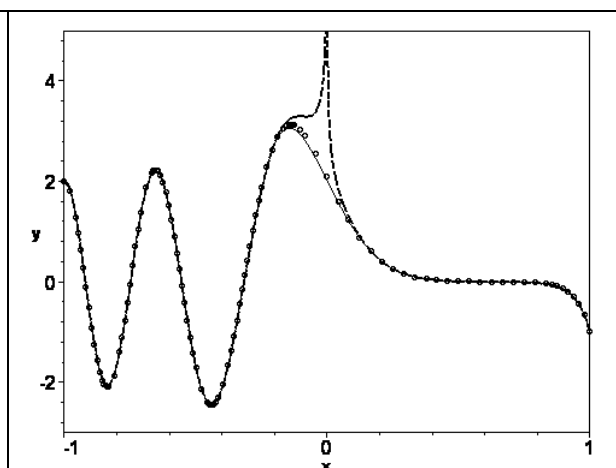


Рис. 4 Порівняльний аналіз розв'язків рівняння (4) при $f(x) = x$: точного (кола), ВКБ-Гальоркін (пунктир) і гібридного Y (неперервна лінія) для $\varepsilon = 0.05$, $y(-1) = 2$, $y(1) = -1$ і $(-\sigma_1, \sigma_2) = (-0.21447, 0.16738)$

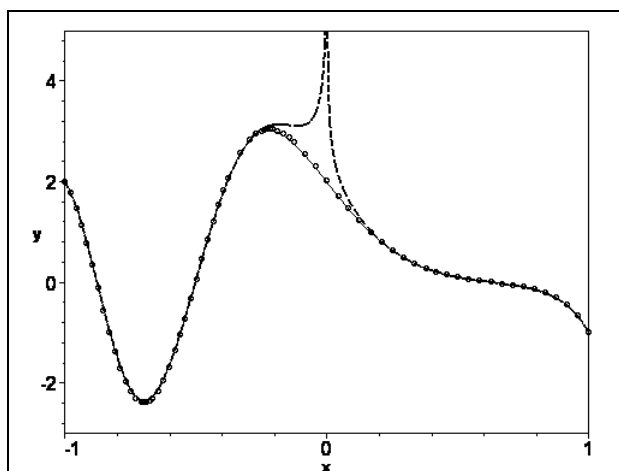


Рис. 5 Порівняльний аналіз розв'язків рівняння (4) при $f(x) = x$: точного (кола), ВКБ-Гальоркін (пунктир) і гібридного Y (неперервна лінія) для $\varepsilon = 0.1$, $y(-1) = 2$, $y(1) = -1$ і $(-\sigma_1, \sigma_2) = (-0.31855, 0.25112)$

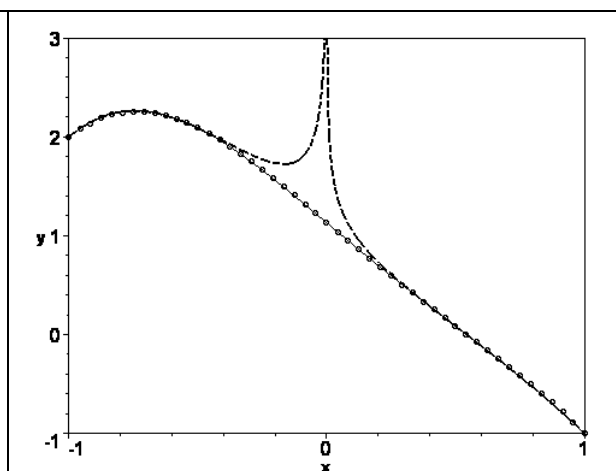


Рис. 6 Порівняльний аналіз розв'язків рівняння (4) при $f(x) = x$: точного (кола), ВКБ-Гальоркін (пунктир) і гібридного Y (неперервна лінія) для $\varepsilon = 0.5$, $y(-1) = 2$, $y(1) = -1$ і $(-\sigma_1, \sigma_2) = (-0.62614, 0.40591)$

Як бачимо, побудований нами складений гібридний розв'язок Y (33) при оптимальному виборі $-\sigma_1$ і σ_2 добре збігається з точним розв'язком задачі на широкому інтервалі зміни головного параметра збурювань задачі ε .

5. ВИСНОВКИ

У цій роботі, яка є частиною досліджень авторів у цьому напрямку, запропоновано новий підхід до побудови наближеного аналітичного розв'язку високого ступеня точності рівняння другого порядку із параметром і точкою повороту. Підхід засновано на використанні гібридних методів ВКБ-Гальоркіна, збурювань-Гальоркіна, а також прийомів варіаційного обчислення. Як було з'ясовано, застосування підходу при розв'язанні подібного класу задач дозволяє уникнути обчислювально-аналітичних труднощів, громіздких рутинних перетворень, які закономірно виникають при використанні класичних методів збурювань (багатьох масштабів, зрощених розвинень, ВКБ-наближень). Отриманий за допомогою наведеного підходу розв'язок природним способом урятовано від недоліків відомих асимптотичних розвинень (перш за все локальності області застосування) – він є рівномірно придатним у

всій області зміни аргументу, включаючи окіл точки повороту, а також є дійсним на широкому інтервалі зміни параметра збурювання задачі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Хединг Дж. Введение в метод фазовых интегралов. – М.: Мир, 1965. – 238 с.
2. Найфэ А. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984. – 536 с.
3. Langer R. The asymptotic solution of ordinary linear differential equations of the second order with special reference to turning point // Trans. Amer. Math. Soc. – 1949. – № 67. – P. 45–62.
4. Gristchak V.Z., Dmitrijeva Ye.M. A Hybrid WKB–Galerkin Method and its Application // Technishe Mechanik. – 1995. – 15, № 3. – P. 281–294.
5. Geer J.F. and Andersen C.M. A hybrid perturbation Galerkin technique for differential equations containing a parameter // Appl Math Rev. – 1989. – №42 (11), P. 69–77.
6. Гришак В.З., Дмитриева Е.М. Решение некоторых линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами с использованием гибридного ВКБ–Галеркин метода // Придніпровський науковий вісник. Машинобудування, природничі та технічні науки. – 1997. – № 43 (54). – С.1–3.
7. Герасімов Т.С., Гришак В.З. Застосування гібридного ВКБ–Гальоркін підходу до розрахунку розподілу температурного поля у диску змінної товщини // Вісник Запорізького державного університету (Серія: фізико-математичні науки). – 2001. – №2. – С.34–42.

УДК 539.3

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ FORTU

Гоменюк С.И., к.ф.-м.н., доцент

Запорожский государственный университет

В статье описано применение инструментальной системы анализа задач механики FORTU для численного исследования методом конечных элементов напряженно-деформированного состояния конструкций из композитных материалов. Рассмотрено применение макро- и микроподхода для расчета таких классов задач.

Ключевые слова: метод конечных элементов, система FORTU, композитные материалы, многослойные пластины

Гоменюк С.І. РОЗРАХУНОК КОНСТРУКЦІЙ ІЗ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ СИСТЕМИ FORTU / Запорізький державний університет, Україна

У статті описано застосування інструментальної системи аналізу задач механіки FORTU для чисельного дослідження методом скінченних елементів напружено-деформівного стану конструкцій із композитних матеріалів. Розглянуто застосування макро- та мікропідходів для дослідження таких класів задач.

Ключові слова: метод скінченних елементів, система FORTU, композитні матеріали, багатошарові пластины

Gomenyuk S. SOLUTION OF DESIGNS FROM COMPOSITE OF MATERIALS WITH USE OF INSTRUMENTAL SYSTEM FORTU / Zaporizhzhya State University, Ukraine

In article the application of instrumental system of the analysis of problems of the mechanics FORTU for numerical research by a method of finite elements is intense - is deformed condition of designs from composite of materials is described. The application macro- and microapproach for research of such classes of tasks is considered.

Key words: a method of final elements, system FORTU, composite materials, mulilayer of a plate

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании современных машин и механизмов, эксплуатация которых осуществляется в режиме повышенных механических или температурных нагрузок, в настоящее время часто используются композитные материалы, прочностные и термоустойчивые характеристики которых значительно превосходят свойства традиционных материалов. Однако для их практического применения требуется наличие эффективных и научно обоснованных численных методов, при помощи которых можно было бы моделировать напряженно-деформированное состояние конструкций из композитных материалов.

Метод конечных элементов (МКЭ) успешно зарекомендовал себя как один из наиболее эффективных численных методов, применяемых для исследования напряженно-деформируемого состояния. Однако его применение для исследования конструкций из композитных материалов требует учета специфики их внутреннего строения. Как правило, современные композитные материалы состоят из армирующей основы и наполнителя или (и) нескольких слоев прочных материалов, соединяемых между собой некоторым более мягким (и дешевым) наполнителем. Для численного расчета конструкций из композитных материалов чаще всего применяют два подхода: *микроподход* – когда учитывается внутренняя структура материала, и *макроподход* – когда фактически материал рассматривается как сплошное анизотропное вещество. Практическая реализация микроподхода с помощью МКЭ осложняется проблемой построения соответствующей конечно-элементной модели, учитывающей внутреннюю структуру материала. Однако она позволяет получить более точные результаты. Реализация макроподхода требует предварительного экспериментального получения упругих характеристик композита по разным направлениям, зато сам расчет сложностей не представляет.

В данной статье описано применение инструментальной системы анализа задач механики FORTU [1,2] для расчета конструкций из композитных материалов. В качестве тестовой задачи решались задачи о четырехосном изгибе пластины из композитного материала [3].

ПЛАСТИНА ИЗ ПЛАСТМАССЫ, АРМИРОВАННОЙ УГЛЕРОДНЫМ ВОЛОКНОМ

На рис. 1 приведена расчетная схема задачи о четырехосном изгибе пластины из пластмассы, армированной углеродным волокном.

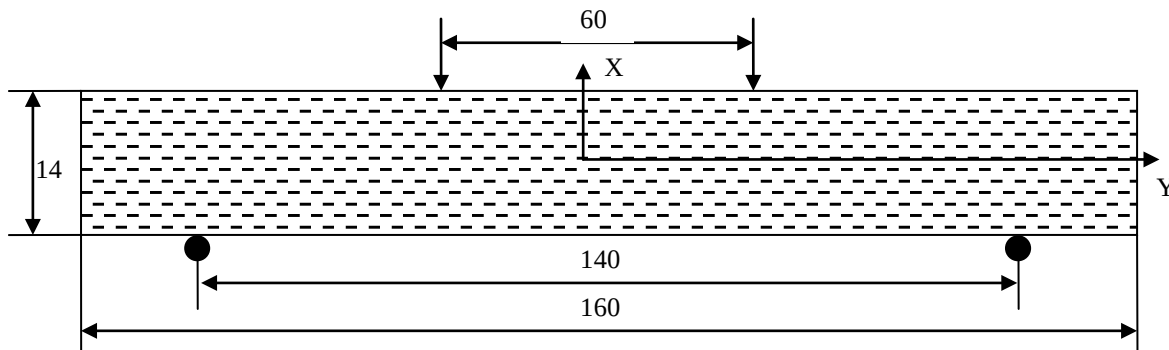


Рис. 1. Испытание на четырехосный изгиб пластины

С помощью препроцессора системы FORTU была получена дискретная модель пластины, состоящая из 1120 конечных элементов в форме линейных треугольников и 640 узлов (Рис. 2). Для учета композитной структуры пластмассы был использован макроподход. Так как силы, действующие на пластину, направлены перпендикулярно плоскостям расположения углеволокна, рассматривалось плоскостное направление. Упругие постоянные: $E_x = 14000 \text{ кг/мм}^2$, $E_y = 3000 \text{ кг/мм}^2$,

$$G_{xy} = 938 \text{ кг/мм}^2, \nu_{xy} = 0,30 \text{ кг/мм}^2, \nu_{yz} = 0,33 \text{ кг/мм}^2.$$

Уравнения состояния в плоскостном направлении имеют вид [3].

$$\sigma_x = \frac{E_2}{(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2^2)} \left[n(1-n\nu_2^2)\varepsilon_x + n\nu_2(1+\nu_1)\varepsilon_y \right]$$

$$\sigma_y = \frac{E_2}{(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2^2)} \left[n\nu_2(1+\nu_1)\varepsilon_x + (1-\nu_1^2)\varepsilon_y \right]$$

$$\sigma_{xy} = \frac{E_2}{(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2^2)} m_2(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2^2)\varepsilon_{xy},$$

$$n = \frac{E_1}{E_2}, \quad m_2 = \frac{G_2}{E_2}, \quad E_1 = E_x, \quad E_2 = E_y, \quad \nu_1 = \nu_{zx}, \quad \nu_2 = \nu_{yz} = n\nu_{xy}.$$

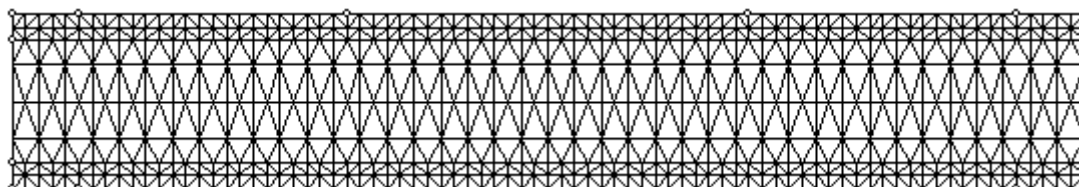


Рис. 2. Дискретная модель пластины

Расчет был выполнен в перемещениях. Фрагмент программы на языке FORTU-2, описывающий вышеприведенные соотношения, имеет вид:

```
...
E1  = Ex
E2  = Ey
G2  = Gxy
m1  = mzx
m2  = mxy * E2 / E1
n   = E1 / E2
m   = G2 / E2
k1  = 1 - m1 - 2 * n * (m2^2)
k2  = E2 / (1 + m1) / k1

Exx = diff(u,x)
Eyy = diff(v,y)
Exy = diff(u,y) + diff(v,x)

Sxx = k2 * (n * (1 - n*m2^2) * Exx + n * m2 * (1 + m1) * Eyy)
Syy = k2 * (n * m2 * (1 + m1) * Exx + (1-m1^2) * Eyy)
Sxy = k2 * m * (1 + m1) * k1 * Exy

U    = 0.5*Integral(Sxx & Exx + Syy & Eyy + Sxy & Exy)
...
```

Распределение основных функций по пластине, полученное при помощи постпроцессора системы FORTU, приведено на рис. 3-10.

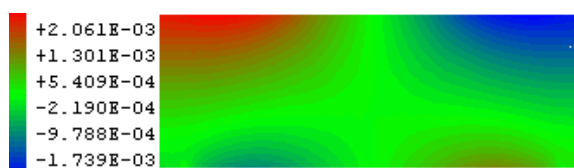


Рис. 3. Перемещение u

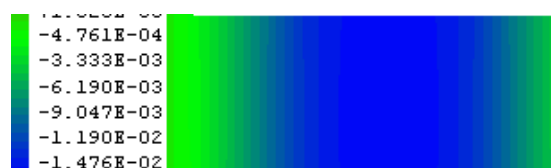
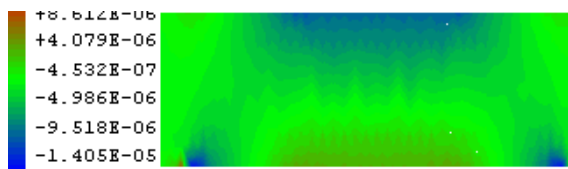
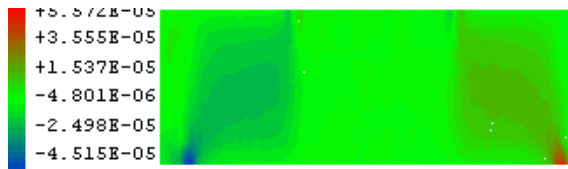
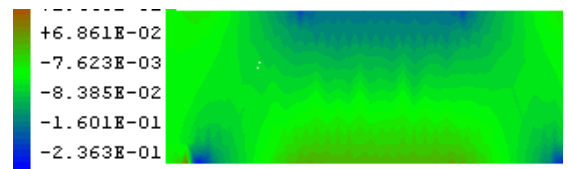
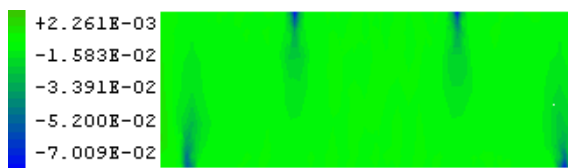


Рис. 4. Перемещение v

Рис. 5. Деформации ε_x Рис. 6. Деформации ε_y Рис. 7. Деформации ε_{xy} Рис. 8. Напряжения σ_x Рис. 9. Напряжения σ_y Рис. 10. Напряжения σ_{xy}

На рис. 11 приведено распределение напряжений σ_x по различным слоям пластины ($y = -7, y = -5, y = 0$).

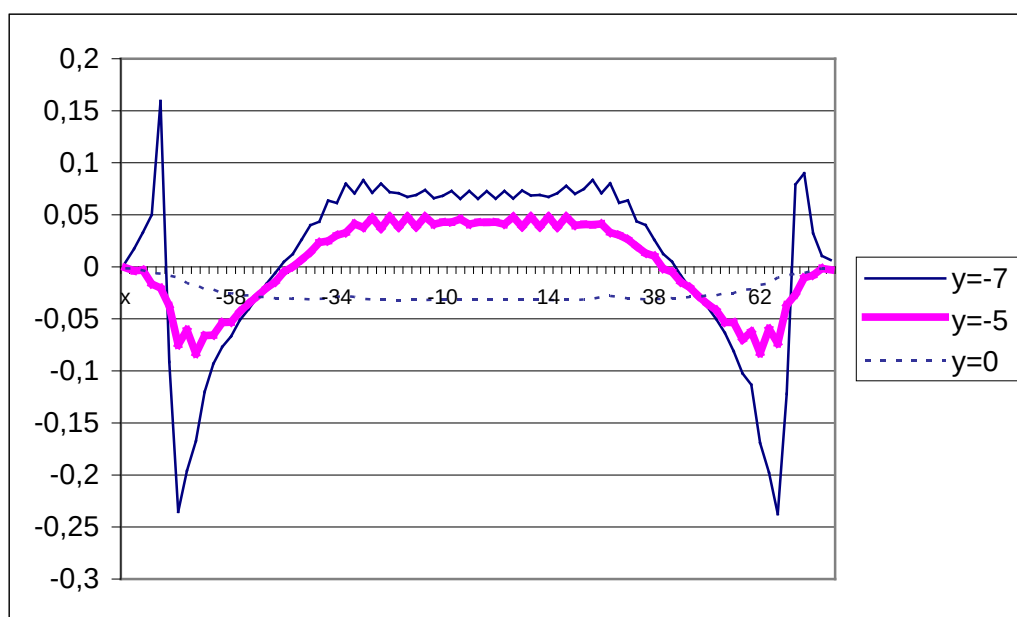


Рис. 11. Распределение σ_x по слоям пластины из пластмассы, армированной углеродным волокном

ПЛАСТИНА ИЗ ПЛАСТМАССЫ, АРМИРОВАННОЙ СТЕКЛОВОЛОКНОМ

Расчет производился по той же схеме, что и в предыдущем разделе. Упругие постоянные:

$$E_x = 2000 \text{ кг/мм}^2, E_y = 400 \text{ кг/мм}^2,$$

$$G_{xy} = 137 \text{ кг/мм}^2, \nu_{xy} = 0,30 \text{ кг/мм}^2, \nu_{yz} = 0,33 \text{ кг/мм}^2.$$

На рис. 12 приведено распределения напряжений σ_x по различным слоям пластины.

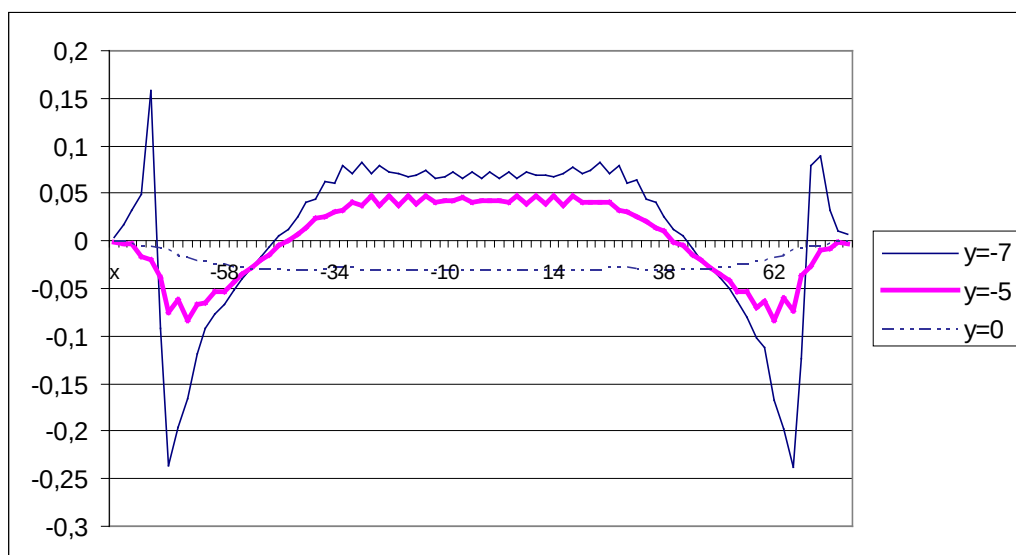


Рис. 12. Распределение σ_x по слоям пластины из пластмассы, армированной стекловолокном

СЛОИСТАЯ ПЛАСТИНА С НАПОЛНИТЕЛЕМ

На рис. 13 приведена расчетная схема задачи о четырехосном изгибе слоистой пластины с наполнителем. В качестве наполнителя, расположенного в центральной части пластины, использовалась пластмасса, армированная углеволокном, а в качестве облицовочного материала - пластмасса, армированная стекловолокном.

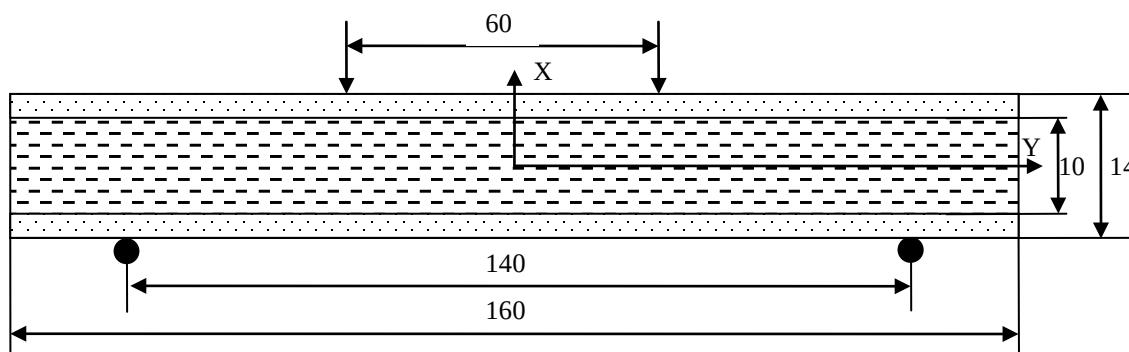


Рис. 13. Испытание на четырехосный изгиб многослойной пластины

Для расчета такого комбинированного композита использовался гибридный метод, сочетающий в себе макро- и микроподход. Конечно-элементная дискретная модель, используемая в расчете, приведена на рис. 2.

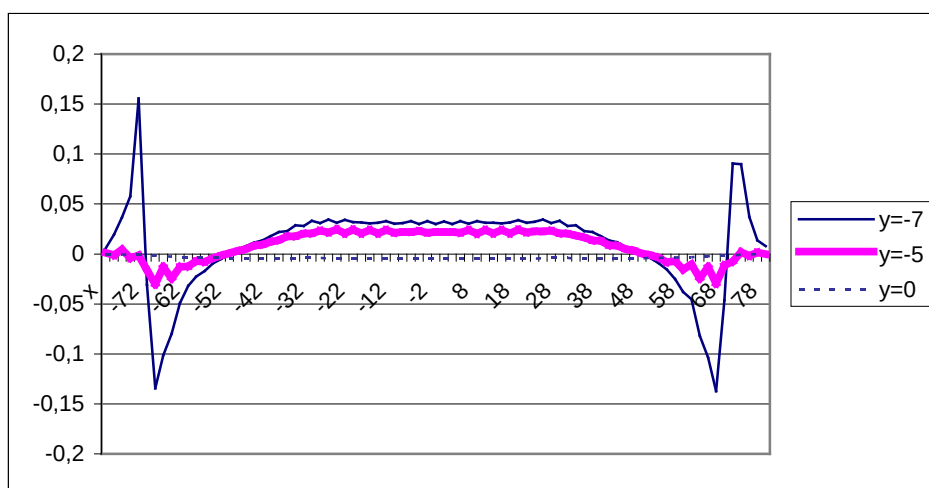
В таблице 1 приведены упругие характеристики пластмассы армированной стекловолокном и пластмассы армированной углеволокном, использовавшиеся в расчете. Фрагмент программы на FORTU-2, описывающий упругие постоянные, имеет вид:

```
...
IF y > 5 OR y < -5
  E1 = Ex1
  E2 = Ey1
ELSE
  E1 = Ex2
  E2 = Ey2
ENDIF
...
```

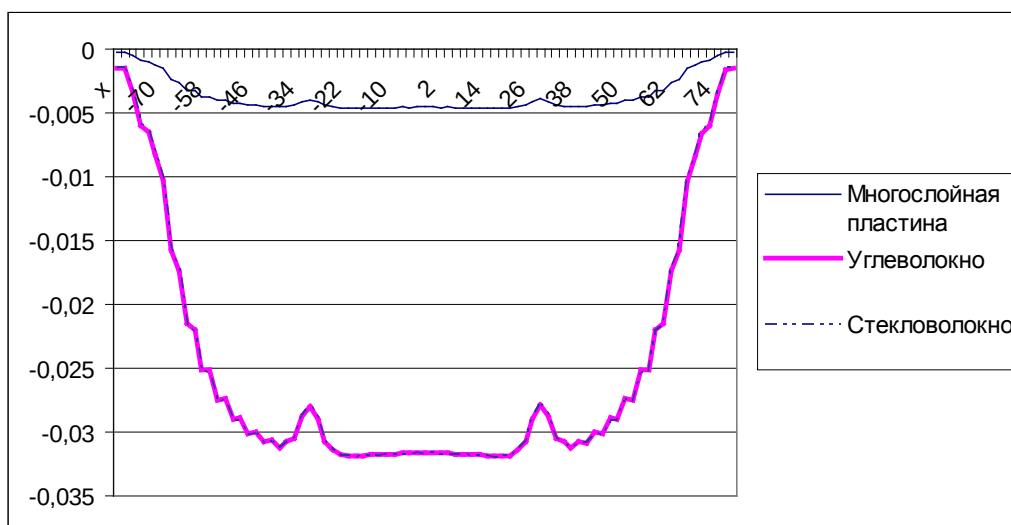
Таблица 1. - Характеристики пластмасс

	Пластмасса, армированная углеродным волокном	Пластмасса, армированная стекловолокном
$E_x, \text{кг} / \text{мм}^2$	14000	2000
$E_y, \text{кг} / \text{мм}^2$	3000	400
$G_{xy}, \text{кг} / \text{мм}^2$	938	137
$\nu_{xy}, \text{кг} / \text{мм}^2$	0.30	0.30
$\nu_{yz}, \text{кг} / \text{мм}^2$	0.33	0.33

На рис. 14 приведено распределение напряжений σ_x для различных слоев пластины ($y = -7, y = -5, y = 0$).

Рис. 14. Распределение σ_x по многослойной пластине

На рис. 15 приведено сравнительное распределение напряжений σ_x по центру пластины для различных случаев материала.

Рис. 15. Сравнительное распределение напряжений σ_x для различных случаев материала ($y = 0$)

Полученные инструментальной системой FORTU результаты качественно совпадают с результатами, полученными в работе [3]. Следует отметить, что проблемно-ориентированный язык FORTU-2 и построенная на его базе инструментальная система FORTU, легко позволяют описывать расчетные схемы как с использованием микро- и макроподходов, так и с использованием комбинированной на их базе схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бувайло Д.П., Гоменюк С.І., Толок В.О. FORTU – мова опису схем розв'язання задач математичної фізики // Вісник ЗДУ. – 2000. №1. – С. 19-25.
2. Гоменюк С.І., Морозов Д.Н., Толок В.О. Опыт применения инструментальных систем для численного анализа задач механики // Вісник ЗДУ. – 2001. №2. – С. 22-27.
3. Фудзии Т., Дзако М. Механика разрушения композиционных материалов. – М.: Мир, 1982. – 232 с.

УДК 539.3

ПРО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ДЕЯКИХ МЕТАЛОМІСТКИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ

*Зайцева Т.А., к.ф.-м.н., доцент, Шишканова С.Ф., д.т.н., доцент, Шашкова Є.В., аспірант

**Дніпропетровський національний університет
Запорізький державний університет*

Отримано рівняння вільних коливань балки на пружній основі, що працює в умовах агресивного середовища, знайдено їхні розв'язки, визначені вирази частот та амплітуд для експоненційної та лінійної залежності розмірів перерізу від часу.

Ключові слова: диференціальне рівняння, згин, агресивне середовище, експоненційна, лінійна залежність, тримаюча конструкція, період часу, пружна основа, поперечний переріз, лінійна регресія.

*Зайцева Т.А., Шишканова С.Ф., Шашкова Є.В. О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ КОЛЕБАНИЙ НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛОЕМКИХ КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ // Днепропетровский национальный университет; Запорожский государственный университет, Украина
Получены уравнения свободных колебаний балки на упругом основании, работающей в условиях агрессивной среды, найдены их решения, определены выражения частот и амплитуд для экспоненциальной и линейной зависимости размеров сечения от времени.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, изгиб, агрессивная среда, экспоненциальная, линейная зависимость, несущая конструкция, период времени, упругое основание, поперечное сечение, линейная регрессия.

*Zaytseva T.A., Shyshkanova S.F., Shashkova Y.V. ABOUT MATHEMATICAL MODELING OF VIBRATIONS OF SOME METAL CAPACIOUS CONSTRUCTIONS ON ELASTIC FOUNDATION // Dnepropetrovsk national university, Zaporizhzhya State University, Ukraine

Free vibrations equations of beam on elastic foundation that works in aggressive surrounding are obtained and found their solutions. Expressions of frequency and amplitude for cross-section size-time exponential and linear relations are defined.

Key words: differential equation, bend, aggressive surrounding, exponential and linear relations, load-bearing construction, time period, elastic foundation, cross-section, linear regression.

При будівництві гідротехнічних споруд, виконанні робіт на суднобудівних заводах, будівництві мостів, експлуатації нафтових вишок на морі, виконанні геологорозвідувальних і нафтодобувних робіт на і під водою використовуються плаваючі металоконструкції дуже великої вантажопідйомності, понтони та інші металомісткі конструкції, які працюють на пружній основі в умовах агресивного середовища, що спричиняє інтенсивну корозію металу, суттєво зменшує розміри поперечного перерізу утримувальних конструкцій і призводить до аварій.

На відміну від багатьох сучасних машин та обладнання моральне старіння таких металоконструкцій іде більш повільно. Вони знаходяться в експлуатації тривалий період часу. Заміна таких металоконструкцій – операція, яка дорого коштує. У зв'язку з цим однією з актуальних проблем сучасного машинобудування є довговічність плаваючих кранів [1,2], понтонів та інших металомістких конструкцій, які працюють на

пружній основі в умовах надзвичайно агресивного середовища, що спричиняє інтенсивну корозію металу.

Розглянемо малі поперечні коливання балки на пружній вінклеровій основі із змінним за часом перерізом. Припустимо, що балка має хоча б одну поздовжню площину симетрії і коливання розглядаємо в цій площині. Вважатимемо прямолінійну вісь балки в недеформованому стані за вісь x . З огляду малості коливань переміщення будь-якої точки осі в момент часу t визначається координатою y . Малими зміщеннями перерізів поздовж осі і зв'язаними з цим силами інерції нехтуємо. Вважаємо, що коливання відбуваються з малими амплітудами, при яких зберігається пропорційність між силами пружності і відхиленнями від стану рівноваги, або, що те ж саме, між силами пружності та деформаціями балки. Далі, не будемо враховувати інерцію повороту елементів перерізу балки і припустимо, що поздовжня сила дорівнює нулю і що абсолютна швидкість частинок, які від'єднуються внаслідок корозії, дорівнює нулю. Наприклад, частинки мають можливість просто відпасти, вимитися водою, відокремитись внаслідок дії повітряних потоків, розчинитися в середовищі [3].

При прийнятих припущеннях диференціальне рівняння вільних коливань балки має вигляд [4,5]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + ky + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial m}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

де m , EJ – погонна маса балки і жорсткість щодо згину, k – коефіцієнт пружності основи, t – час роботи балки в конкретному циклі.

Припустимо, що погонна маса і згинна жорсткість залежать від часу, тобто

$$EJ = EJ_0 \psi_1(t), \quad m = m_0 \psi_2(t). \quad (2)$$

Уведемо безрозмірну координату $\xi = \frac{x}{l}$, яка змінюється повздовж балки від нуля до одиниці, де

l – довжина балки, і представимо шукану функцію згину $\mathcal{Y}(\xi, t)$ як добуток двох незалежних функцій:

$$\mathcal{Y}(\xi, t) = Y(\xi)T(t). \quad (3)$$

Підставлення (3) з урахуванням (2) до диференціального рівняння (1) призводить до розпаду останнього на два самостійні рівняння

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{1}{\psi_2} \frac{d\psi_2}{dt} \frac{dT}{dt} + \left(\frac{k}{m_0} + p^2 \psi_1 \right) \frac{1}{\psi_2} T = 0; \quad (4)$$

$$Y^{(4)} - \lambda^4 Y = 0, \quad \lambda^4 = \frac{p^2 l^4 m_0}{EJ_0}. \quad (5)$$

Розглянемо випадок, коли балка має прямокутний переріз, лінійні розміри якого внаслідок дії агресивного середовища зменшуються за лінійним законом залежно від часу перебування балки в умовах агресивного середовища. Через те, що для прямокутного перерізу

$$J = \frac{bh^3}{12}, \quad m = \rho bh,$$

де b – ширина поперечного перерізу, h – висота, при прийнятому припущенні, позначаючи через EJ_0 і m_0 початкові згинну жорсткість і погонну масу, одержуємо такі залежності:

$$EJ = EJ_0 [1 - \beta(\tau + t)]^4 \quad (6)$$

$$m = m_0 [1 - \beta(\tau + t)]^2 \quad (7)$$

Тут прийнято такі позначення: τ – час знаходження балки в умовах агресивного середовища до початку роботи в конкретному циклі; t – поточний час роботи балки в конкретному циклі; β – параметр, що визначається експериментально. З урахуванням залежностей (6), (7) диференціальне рівняння (4) має вигляд

$$(1-\beta\tau-\beta t)^2 \frac{d^2 T}{dt^2} - 2\beta(1-\beta\tau-\beta t) \frac{dT}{dt} + \left[\frac{k}{m_0} + p^2(1-\beta\tau-\beta t)^4 \right] \cdot T = 0. \quad (8)$$

Далі використаємо можливість одержане рівняння (8) за допомогою заміни

$$T = (1-\beta\tau-\beta t)^{-\frac{1}{2}} u(\zeta), \quad (9)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{p}{\beta} (1-\beta\tau-\beta t)^2 \quad (10)$$

звести до рівняння

$$\zeta^2 u'' + \zeta u' + \left(\zeta^2 - \frac{m_0 \beta^2 - 4k}{16 m_0 \beta^2} \right) u = 0, \quad (11)$$

яке є рівнянням Бесселя.

Тому розв'язок рівняння (8) у випадку, коли $m_0 \beta^2 - 4k \geq 0$, має вираз через функції Бесселя з дійсним індексом

$$T = (1-\beta\tau-\beta t)^{-\frac{1}{2}} [C_1 J_v(\zeta) + C_2 N_v(\zeta)]. \quad (12)$$

Тут

$$v = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4k}{m_0 \beta^2} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (13)$$

C_1, C_2 – довільні сталі;

$J_v(\zeta), N_v(\zeta)$ – функції Бесселя першого і другого роду відповідно.

У випадку, коли $m_0 \beta^2 - 4k < 0$, розв'язок рівняння (8) має вираження через дійсні функції $K_{\eta,0}(\zeta), S_{\eta,0}(\zeta)$ і інші, які є дійсними і уявними частинами функцій Бесселя з комплексним індексом [6], наприклад,

$$J_{\eta+0}(\zeta) = C \zeta^\eta [\cos \theta \cdot \ln \zeta + i \cdot \sin(\theta \cdot \ln \zeta)] \cdot [K_{\eta,0}(\zeta) + i S_{\eta,0}(\zeta)].$$

Звичайно τ набагато більше, ніж t , через те, що τ вимірюється роками (кількістю годин протягом декількох років), як час перебування балки в умовах агресивного середовища до початку роботи в конкретному циклі, а t – одиницями годин, як час роботи балки в конкретному циклі. У зв'язку з цим в рівнянні (8) маємо можливість знехтувати значенням t в порівнянні з τ там, де вони входять сумою. У такому випадку диференціальне рівняння (8) значно спроститься і набуде вигляду

$$\frac{d^2 T}{dt^2} - 2\beta \frac{1}{1-\beta\tau} \frac{dT}{dt} + \left[\frac{k}{m_0(1-\beta\tau)^2} + p^2(1-\beta\tau)^2 \right] \cdot T = 0. \quad (14)$$

Одержання розв'язків рівняння (14) не завдає великих труднощів

$$T = e^{\frac{\beta t}{1-\beta\tau}} (A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t), \quad \text{при} \quad \left[\beta^2 - \frac{k}{m_0} - p^2(1-\beta\tau)^4 \right] < 0; \quad (15)$$

$$T = e^{\frac{\beta t}{1-\beta\tau}} (A_1 + A_2 t), \quad \text{при} \quad \left[\beta^2 - \frac{k}{m_0} - p^2(1-\beta\tau)^4 \right] = 0; \quad (16)$$

$$T = e^{\frac{\beta t}{1-\beta\tau}} (A_1 e^{\omega t} + A_2 e^{-\omega t}), \text{ при } \left[\beta^2 - \frac{k}{m_0} - p^2 (1-\beta\tau)^4 \right] > 0; \quad (17)$$

$$\text{Тут } \omega = \frac{1}{1-\beta\tau} \sqrt{\left| \beta^2 - \frac{k}{m_0} - p^2 (1-\beta\tau)^4 \right|}; \quad (18)$$

A_1, A_2 – довільні сталі, що визначаються з початкових умов.

Звичайно β дуже мале ($\beta\tau < 1$), тому практично коливання балки описуються залежністю (15), із якої видно, що амплітуда коливань балки на пружній основі, яка знаходиться в умовах агресивного середовища, зростає з часом.

Другим є припущення про те, що лінійні розміри поперечного перерізу балки внаслідок дії агресивного середовища з часом зменшуються за експоненційним законом. У такому випадку одержуємо для маси одиниці довжини і згинної жорсткості балки такі залежності:

$$EJ = EJ_0 e^{-4\alpha(\tau+t)}, \quad (19)$$

$$m = m_0 e^{-2\alpha(\tau+t)}, \quad (20)$$

де α – параметр, що визначається експериментально.

З урахуванням залежностей (19),(20) диференціальне рівняння (4) набуває вигляду

$$\frac{d^2 T}{dt^2} - 2\alpha \frac{dT}{dt} + \left(\frac{k}{m_0} e^{2\alpha(\tau+t)} + p^2 e^{-2\alpha(\tau+t)} \right) T = 0. \quad (21)$$

Через те, що звичайно τ більше ніж t , у рівнянні (21) нехтуємо значенням t у порівнянні з τ там, де вони входять сумою. Одержимо в такому випадку диференціальне рівняння (21), що матиме більш простий вигляд

$$\frac{d^2 T}{dt^2} - 2\alpha \frac{dT}{dt} + \left(\frac{k}{m_0} e^{2\alpha\tau} + p^2 e^{-2\alpha\tau} \right) T = 0. \quad (22)$$

Розв'язок рівняння (22) легко визначається:

$$T = e^{\alpha t} (C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t) \text{ при } \alpha^2 - \left(\frac{k}{m_0} e^{2\alpha\tau} + p^2 e^{-2\alpha\tau} \right) < 0; \quad (23)$$

$$T = e^{\alpha t} (C_1 + C_2 t) \text{ при } \alpha^2 - \left(\frac{k}{m_0} e^{2\alpha\tau} + p^2 e^{-2\alpha\tau} \right) = 0; \quad (24)$$

$$T = e^{\alpha t} (C_1 e^{\omega_1 t} + C_2 e^{-\omega_1 t}) \text{ при } \alpha^2 - \left(\frac{k}{m_0} e^{2\alpha\tau} + p^2 e^{-2\alpha\tau} \right) > 0; \quad (25)$$

$$\text{Тут } \omega_1 = \sqrt{\left| \alpha^2 - \left(\frac{k}{m_0} e^{2\alpha\tau} + p^2 e^{-2\alpha\tau} \right) \right|}; \quad C_1, C_2 - \text{довільні сталі.}$$

Таким чином, припускаючи, що лінійні розміри поперечного перерізу балки на пружній основі з часом зменшуються за експоненційним законом, одержуємо з виразу (23), як і в попередньому випадку, що амплітуда коливань балки, яка знаходиться в умовах агресивного середовища, зростає з часом [7].

Під час роботи металокопункцій в умовах агресивного середовища потрібно знайти закони, за якими змінюються розміри працюючих металокопункцій залежно від часу роботи таких копункцій в умовах агресивного середовища, щоб прогнозувати термін безаварійної роботи. Для визначення параметрів цих законів, здавалось би, достатньо зробити заміри змін розмірів копункцій. Але це не завжди можна виконати, крім того, геометричні заміри можуть підвести через те, що, наприклад, при корозії розміри перерізів балки можуть незначно змінитися, але жорсткісні характеристики мають можливість

змінитися дуже сильно. Тому бажано проводити заміри частот власних коливань і за їхнім набором визначати параметри законів, згідно з якими змінюються жорсткісні характеристики, маса, розміри. Через те, що в загальному вигляді розглядання задачі при всіх типах статичного і динамічного навантаження, що діє в умовах агресивного середовища на таку складну конструкцію, як мостовий кран, наприклад, на цей час не є можливим, доцільно розглянути, насамперед, спрощену модель крана у вигляді його головної утримувальної балки.

Розглянемо власні коливання балки на двох опорах, у якої згинна жорсткість EJ і погонна маса m залежать від часу t і координати перерізу x таким чином:

$$EJ = \varphi_1(x) f_1(t), \quad m(x, t) = \varphi_2(x) f_2(t). \quad (26)$$

Рівняння власних коливань

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = -m(x, t) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (27)$$

можливо звести до двох рівнянь

$$\varphi_1(x) X^{(4)} + 2\varphi_1'(x) X^{(3)} + \varphi_1''(x) X'' - \lambda^4 \varphi_2(x) X = 0, \quad (28)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \lambda^4 \frac{f_1(t)}{f_2(t)} T = 0, \quad (29)$$

якщо припустити, що шуканий розв'язок

$$y(x, t) = X(x) \cdot T(t). \quad (30)$$

Розглянемо спочатку випадок, коли $\varphi_1(x) = 1, \varphi_2(x) = 1$, тобто повздовж довжини головної балки зміна лінійних розмірів відбувається однаково. Тоді рівняння (28) перейде в

$$X^{(4)} - \lambda^4 X = 0. \quad (31)$$

Припустимо, що

$$EJ = EJ_0 e^{-4\beta(\tau+t)}, \quad m = m_0 e^{-2\beta(\tau+t)}. \quad (32)$$

Тоді рівняння (29) для визначення $T(t)$ набуває вигляду

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + p^2 e^{-2\beta(\tau+t)} T = 0, \quad (33)$$

$$p^2 = \lambda^4 \frac{EJ_0}{m_0}.$$

Його розв'язок є

$$T(t) = C_1 I_0 \left(\frac{p}{\beta} e^{-\beta(\tau+t)} \right) + C_2 N_0 \left(\frac{p}{\beta} e^{-\beta(\tau+t)} \right), \quad (34)$$

коефіцієнти якого визначаються з початкових умов; $I_0(z), N_0(z)$ – функції Бесселя першого і другого роду. Через те, що τ значно більше ніж t , у рівнянні (33) нехтуємо t в порівнянні з τ , одержимо

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + p^2 e^{-2\beta\tau} T = 0, \quad (35)$$

його розв'язки

$$T_n(t) = C_{1n} \cos \omega_n t + C_{2n} \sin \omega_n t, \quad (36)$$

$$\omega_n = p_n e^{-\beta\tau} = \frac{n^2 \pi^2}{e^2} \lambda_0 e^{-\beta\tau}; \quad \lambda_0^2 = \frac{EJ_0}{m_0}. \quad (37)$$

Якщо позначити

$$\frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ_0}{m_0}} = e^{\tau_0}, \quad (38)$$

то вираз (37) можливо записати у вигляді

$$z = -\beta\tau + \tau_0, \text{ де } z = \ln\left(\frac{\omega_n}{n^2 \pi^2}\right), \quad (39)$$

що припустимо розглядати як рівняння лінійної регресії z на τ , коефіцієнти якої β і τ_0 можна визначити за методом найменших квадратів.

Таким чином, якщо зміна лінійних розмірів відбувається рівномірно повздовж довжини головної балки, то за набором власних частот ω_n , заміряних у різний час, можливо визначити параметри β і τ_0 , що входять до прийнятого закону змінення жорсткості і маси.

Випадок, коли нерівномірно розповсюджується зміна згинної жорсткості та погонної маси повздовж довжини головної балки, можна звести до лінійної регресії, якщо врахувати, що

$$EJ = EJ_0 e^{-\alpha\xi} f_1(t), \quad m = m_0 e^{-\alpha\xi} f_2(t), \quad \xi = \frac{x}{l}. \quad (40)$$

При прийнятих раніше припущеннях відносно $f_1(t)$, $f_2(t)$, із рівняння (35) одержуємо розв'язок (36), у якому частота дорівнює

$$\omega_n = p_n e^{-\beta\tau} = \frac{k_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ_0}{m_0}} e^{-\beta\tau}, \quad (41)$$

$$k_n = f(\lambda, \alpha). \quad (42)$$

$$\text{Позначимо } e^{\tau_0} = \frac{f^2(\lambda, \alpha)}{l^2} \sqrt{\frac{EJ_0}{m_0}} \quad (43)$$

і одержимо

$$\ln \omega_n = -\beta\tau + \tau_0 \quad (44)$$

рівняння лінійної регресії $\ln \omega_n$ на τ .

Тепер розглянемо іншу залежність згинної жорсткості і погонної маси від часу. Нехай

$$EJ = EJ_0 \frac{1}{[\beta(\tau + t) + l]^4}, \quad m = m_0 \frac{1}{[\beta(\tau + t) + l]^2}. \quad (45)$$

Диференціальне рівняння (29) перейде в

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + p^2 \frac{1}{(\beta\tau + \beta t + l)^2} T = 0, \quad (46)$$

яке при $\tau \gg t$ запишемо у вигляді

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + p^2 \frac{1}{(\beta\tau + l)^2} T(t) = 0, \quad (47)$$

$$\omega_n = p_n \frac{1}{\beta\tau + 1}, \quad p_n = \sqrt{\frac{EJ_0}{m_0}} \cdot \frac{l^2}{l^2\pi^2}. \quad (48)$$

Позначимо $\frac{1}{\omega_n} = z$ і одержимо рівняння лінійної регресії

$$z = \rho\tau + \tau_0, \quad \tau_0 = \frac{1}{p_n}, \quad \rho = \beta\tau_0. \quad (49)$$

Випадок, коли зміна лінійних розмірів відбувається нерівномірно повздовж довжини головної балки теж можливо привести до лінійної регресії, якщо в (26) з урахуванням (45) вважати, що

$$\varphi_1(\xi) = (\alpha\xi - 1)^8, \quad \varphi_2(\xi) = (\alpha\xi - 1)^4 \quad (50)$$

Виконуючи подальшу ідентифікацію математичної моделі змінення згинної жорсткості і погонної маси, знайдемо за допомогою методів математичної статистики, зокрема метода найменших квадратів, параметри лінійної регресії. Використовуючи критерій згоди, визначаємо найбільш вірогідні закони змінення згинної жорсткості, погонної маси.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бабаев Н.Н., Лентяков В.Г. Некоторые вопросы общей вибрации судов.-Л.: Судпромгиз, 1961.-308 с.
2. Петухов П.З., Ксюгин Г.П., Серлин Л.Г. Специальные краны.-М.: Машиностроение, 1985.-246 с.
3. Петров Л.Н. Коррозия под напряжением.-К.: Вища шк., 1986.-142 с.
4. Коренев В.Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в бесселевых функциях.-М.: ГИФМЛ, 1960.-458 с.
5. Мещерский И.В. Работы по механике тел переменной массы.-М.: ГИТТЛ, 1952.-280 с.
6. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций.-М.: ИЛ, 1949.-Т.1.-798 с.
7. Зайцева Т.А., Шишканова С.Ф. Изменение амплитудно-частотных характеристик гидротехнических сооружений при интенсивной коррозии// Вибродиагностика машин и механизмов. Методы и средства.: Сборник научных трудов. ЦИАМ, Москва, ЗМИ, Запорожье, 1987.-С.64-69.

УДК 517.9+519.3

КОМБИНИРОВАННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Колодяжный В.М., к.ф.-м. н., доцент

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, г. Харьков

В статье предлагается алгоритм построения приближенного решения двумерной нестационарной начально-краевой задачи теплопроводности с использованием геометрически структурированных атомарных функций. Эти функции помогают моделировать характерные особенности процесса отвердевания отливки сложной формы. Использовались различные способы приближения и их комбинации для построения решения исходной задачи.

Ключевые слова: атомарные функции, теория R-функций, метод взвешенных невязок.

Колодяжний В.М. КОМБІНОВАНЕ НАБЛИЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКА НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ / Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України.

У статті пропонується алгоритм побудови наближеного розв'язку двовимірної нестационарної початково-крайової задачі теплопровідності з використанням геометрично структурованих атомарних функцій. Ці функції допомагають моделювати характерні особливості процесу затвердіння відливки

складної форми. Використовувались різні способи наближення та їхньої комбінації для побудови розв'язку вихідної задачі.

Ключові слова: атомарні функції, теорія R-функцій, метод зважуваних нев'язок.

Kolodyazhny V.M. COMBINED APPROXIMATION OF THE SOLUTION OF THE NONSTATIONARY HEAT CONDUCTION PROBLEM / A.M.Pidgorny Institute of Mechanical Engineering Problems of NAS of the Ukraine

In the article the construction algorithm had been introduced for the structure of the approximate solution two-dimensional nonstationary initial boundary value problem of heat conduction using the geometrical structured atomic functions. These functions help simulate the typical peculiarities of the solidification process of the complex form cast. The different ways of approximation and their combination have been used for construction of the solution of a primitive problem.

Key words: atomic functions, R-functions theory, weighted residual method.

Особенности протекания технологических процессов при формировании фасонных отливок определяют разработку такой математической модели, которая позволяла бы учитывать геометрические и теплофизические характеристики с достаточной достоверностью [1]. При исследовании процессов затвердевания расплава металла в металлических литейных формах (кокилях) характерной особенностью является то, что процесс формирования отливки начинается с образования у стенок формы корки затвердевшего металла, которая нарастает со временем, заполняя всю область отливки [2-3]. Анализ тепловых полей в процессе формирования отливки должен существенно учитывать геометрическую конфигурацию отливки и изменения теплофизических параметров от температуры, так как в процессе затвердевания отливка последовательно находится в трех фазовых состояниях: жидком, твердо-жидком и твердом.

В статье рассматривается такое построение приближенного решения математической модели, описывающей тепловые поля при затвердевании отливки, при котором проблеме учета указанных характеристик уделяется основное внимание. С целью упрощения изложения автор ограничивается двумерной моделью, но предлагаемый подход распространяется на реальные трехмерные отливки.

Обратимся к базовой нестационарной задаче – начально-краевой нелинейной задаче для параболического уравнения второго порядка в ограниченной области Ω с границей $\partial\Omega$:

$$c\rho(u)\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}[\lambda(u)\operatorname{grad} u] - \gamma(x, y)u + q(x, y, t), \quad (1)$$

функции $\rho(u)$, $\lambda(u)$, $\gamma(x, y)$ непрерывны в замкнутой области $\overline{\Omega}$.

Пусть на различных участках $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ границы $\partial\Omega$, $\partial\Omega = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$ задаются граничные условия:

$$\begin{aligned} u &= f_1(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_1, \quad 0 < t < \tau; \\ u &= f_2(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_2, \quad 0 < t < \tau; \\ -\lambda(u)\frac{\partial u}{\partial \nu} + \alpha(u)u &= f_3(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_3, \quad 0 < t < \tau, \end{aligned} \quad (2)$$

где ν – направление внешней нормали к Γ_3 . Представим условие на участке Γ_3 границы $\partial\Omega$: в несколько измененном виде, считая, что

$$f_3(x, y) = \frac{\alpha(u)}{\lambda(u)} u_{cp} = h(u)u_{cp}, \quad u_{cp} \text{ — температура окружающей среды.}$$

Тогда это условие принимает следующий вид:

$$-\frac{\partial u}{\partial \nu} + h(u)u = f_3(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_3, \quad 0 < t < \tau.$$

Отметим также, что практическая постановка задачи предусматривает задание граничных функций $f_s(x, y)$, $s=1,2,3$, на конечном множестве граничных точек.

Начальное условие задается температурой расплава металла, заливаемого в литейную форму:

$$u(x, y, 0) = T_z(x, y). \quad (3)$$

Исходную нестационарную задачу с помощью известных приемов дискретизации по времени сводим к последовательности нелинейных стационарных задач для каждого из m априорно задаваемых временных интервалов, на которые разбивается процесс решения задачи.

Следуя [4], представим $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{p+1} - u_p}{\Delta t}$, $\Delta t = \frac{\tau}{m}$. Исходная краевая задача в результате операции дискретизации по времени получает стационарную формулировку:

$$\frac{c\rho(u_{p+1})}{\Delta t} u_{p+1} - \operatorname{div}[\lambda(u_{p+1}) \operatorname{grad} u_{p+1}] + \gamma(x, y) u_{p+1} = q(x, y, t_p) + \frac{c\rho(u_{p+1}) u_p}{\Delta t}.$$

$$u_{p+1} = f_1(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_1, \quad t_p < t < t_{p+1};$$

$$u_{p+1} = f_2(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_2, \quad t_p < t < t_{p+1};$$

$$-\frac{\partial u_{p+1}}{\partial \nu} + h(u_{p+1}) u_{p+1} = f_3(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_3, \quad t_p < t < t_{p+1}, \quad p = 0, 1, 2, \dots, m.$$

Поиск решения данной нелинейной стационарной краевой задачи может быть осуществлен благодаря методу последовательных приближений, что позволяет перейти к рассмотрению соответствующих каждому временному слою линейных краевых задач. В этом случае на k -м шаге приближения приходится искать решение следующей краевой задачи:

$$\frac{c\rho(u_{p+1}^k)}{\Delta t} u_{p+1}^{k+1} - \operatorname{div}[\lambda(u_{p+1}^k) \operatorname{grad} u_{p+1}^{k+1}] + \gamma(x, y) u_{p+1}^{k+1} = q(x, y, t_p) + \frac{c\rho(u_{p+1}^k)}{\Delta t} u_p.$$

$$u_{p+1}^{k+1} = f_1(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_1, \quad t_p < t < t_{p+1};$$

$$u_{p+1}^{k+1} = f_2(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_2, \quad t_p < t < t_{p+1};$$

$$-\frac{\partial u_{p+1}^{k+1}}{\partial \nu} + h(u_{p+1}^k) u_{p+1}^{k+1} = f_3(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_3, \quad t_p < t < t_{p+1}, \quad (4)$$

$$u_{p+1}^0 = u_p, \quad u_0 = T_z(x, y), \quad p = 0, 1, 2, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots$$

Решение линейной краевой задачи может быть выполнено приближенно методом взвешенных невязок Галеркина или модификацией метода – методом Галеркина-Петрова [5], что позволяет получить интегральную формулировку исходной задачи.

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к следующей комбинированной задаче теории приближения. Построить функцию, заданную в области Ω , удовлетворяющую на границе $\partial\Omega$ области граничным условиям (4) и, при этом, обеспечить выполнение дополнительного ограничения, задаваемого в форме интегрального условия вида:

$$\int_{\Omega} \Psi_i \left\{ \frac{c\rho(u_{p+1}^k)}{\Delta t} u_{p+1}^{k+1} - \operatorname{div}[\lambda(u_{p+1}^k) \operatorname{grad} u_{p+1}^{k+1}] + \right. \\ \left. + \gamma(x, y) u_{p+1}^{k+1} - q(x, y, t_p) - \frac{c\rho(u_{p+1}^k)}{\Delta t} u_p \right\} d\Omega = 0, \quad (5)$$

где Ψ_i – функции некоторой системы функций, образующих базис в сепарабельном гильбертовом пространстве. Это условие должно выполняться на классе функций из пространства $W_2^{(1)}(\Omega)$,

удовлетворяющих на участках Γ_1 и Γ_2 границы $\partial\Omega$ соответствующим граничным условиям, что становится очевидным в результате применения интегрирования по частям, после чего данное условие, представляется в виде:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left\{ \frac{c\rho(u_{p+1}^k)}{\Delta t} u_{p+1}^{k+1} \psi_i - \lambda(u_{p+1}^k) \nabla u_{p+1}^{k+1} \nabla \psi_i + \right. \\ \left. + \gamma(x, y) u_{p+1}^k \psi_i - q(x, y, t_p) \psi_i - \frac{c\rho(u_{p+1}^k)}{\Delta t} u_p^k \psi_i \right\} d\Omega + \\ + \int_{\Gamma_3} \{ h(u_{p+1}^k) u_{p+1}^{k+1} \psi_i - f_3(x, y) \psi_i \} d\partial\Omega = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Теперь опишем вспомогательные функции, которые будут использованы для построения функции, аппроксимирующей решение рассматриваемой краевой задачи. Пусть функция $\omega(x, y)$ описывает границу $\partial\Omega$ области Ω . Построение данной функции осуществляется методами теории R-функций [6], что обеспечивает выполнение условий:

$$\begin{aligned} \omega(x, y) &= 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega, \\ \omega(x, y) &> 0, \quad (x, y) \in \Omega, \\ \omega(x, y) &< 0, \quad (x, y) \notin \overline{\Omega}. \end{aligned}$$

Конструктивные приемы позволяют наделить данную функцию свойством нормальности, т.е. для любой точки $M(x, y) \in \Omega$: $\omega(x, y) = \rho(M, \partial\Omega)$, где $\rho(\cdot, \cdot)$ определяет расстояние от точки М до ближайшей точки границы по направлению нормали к $\partial\Omega$.

Участки границы $\partial\Omega$ пусть описываются соответствующими функциями $\omega_s(x, y)$, $s = 1, 2, 3$:

$$\begin{aligned} \omega_1(x, y) &= 0, \quad (x, y) \in \Gamma_1, \\ \omega_2(x, y) &= 0, \quad (x, y) \in \Gamma_2, \\ \omega_3(x, y) &= 0, \quad (x, y) \in \Gamma_3. \end{aligned}$$

Обозначим через $gut[x, y, \omega(x, y)]$ геометрически структурированную C^∞ гладкую атомарную функцию, которую будем определять в виде:

$$gut[x, y, \omega(x, y)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-it\omega(x, y)] \prod_{k=1}^{\infty} \frac{\sin t 2^{-k}}{t 2^{-k}} dt.$$

Носителем данной функции, $\text{supp } gut[x, y, \omega(x, y)]$, будет приграничная полоса единичной ширины в обе стороны от границы $\partial\Omega$. Конфигурация области носителя определяется геометрическим рисунком границы области Ω . Некоторые свойства данной функции приведены в [7].

Использование нормальной функции $\omega(x, y)$ при воспроизведении $gut[x, y, \omega(x, y)]$ позволяет получать эквидистантные линии относительно границы $\partial\Omega$. На эквидистантных линиях $\partial\Omega_r$, расположенных внутри области и которые будем называть внутренними сдвигами границы, определяем соответствующие функции $gut_r[x, y, \omega(x, y)]$, где через $\omega_r(x, y)$ будем обозначать функции, описывающие геометрию r -й линии внутреннего сдвига границы $\partial\Omega$.

Отметим характерное свойство суммы функций $gut_r[x, y, {}_r\omega(x, y)]$, построенных на всех линиях внутренних сдвигов границы $\partial\Omega$ на половину длины носителя по направлению, нормальному к границе: $\sum_r gut_r[x, y, {}_r\omega(x, y)] = 1$.

Как следует из постановки задачи, построение искомого приближения связано с решением вопроса приближения с интерполяцией граничных условий, при котором значения приближающей функции должны в точности совпадать со значениями граничных функций $f_s(x, y)$, $s=1, 2, 3$, в заданном конечном множестве точек. Представим граничные функции в виде интерполяционных двухмерных полиномов, степень которых n_s определяется количеством p_s точек $\{x_l, y_l\}_{l=1}^{p_s}$, в которых соответствующая граничная функция задается:

$$P_{n_s}(x, y) = \sum_{\substack{\mu+\sigma \leq n_s \\ \mu, \sigma=0}}^{n_s} \lambda_{\mu\sigma}^s x^\mu y^\sigma, \quad n_s = \sum_{k=1}^{p_s+1} k, \quad s=1, 2, 3.$$

Составляя системы линейных алгебраических уравнений, определяем соответствующие множества коэффициентов $\{\lambda_{\mu\sigma}^s\}$ из условий интерполяции

$$P_{n_s}(x_\alpha, y_\alpha) = f_s(x_\alpha, y_\alpha), \quad \alpha = \overline{1, p_s}, \quad s=1, 2, 3.$$

Таким образом, исходные граничные условия приобретают следующую форму:

$$\begin{aligned} u_{p+1}^{k+1} &= \sum_{\substack{\mu+\sigma \leq n_1 \\ \mu, \sigma=0}}^{n_1} \lambda_{\mu\sigma}^1 x^\mu y^\sigma, \quad (x, y) \in \Gamma_1, \quad t_p < t < t_{p+1}; \\ u_{p+1}^{k+1} &= \sum_{\substack{\mu+\sigma \leq n_2 \\ \mu, \sigma=0}}^{n_2} \lambda_{\mu\sigma}^2 x^\mu y^\sigma, \quad (x, y) \in \Gamma_2, \quad t_p < t < t_{p+1}; \\ \frac{\partial u_{p+1}^{k+1}}{\partial \nu} + h(u_{p+1}^k) u_{p+1}^{k+1} &= \sum_{\substack{\mu+\sigma \leq n_3 \\ \mu, \sigma=0}}^{n_3} \lambda_{\mu\sigma}^3 x^\mu y^\sigma, \quad (x, y) \in \Gamma_3, \quad t_p < t < t_{p+1}, \\ p &= 0, 1, 2, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

На следующем этапе рассмотрим вопрос о совместном приближении функций u и $B_3 u$ (B_3 – оператор граничного условия на Γ_3 , заданных на различных участках границы. При этом необходимо решить вопрос о продолжении граничных условий вовнутрь области Ω . Данные вопросы для рассматриваемой системы граничных условий решаются в результате построения функции (структуры), точно удовлетворяющей на границе $\partial\Omega$ области заданным условиям согласно конструктивным приемам теории R-функций [6, 8]. Следуя [9], искомая структура может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} w(p_1, p_2) &= \omega_1 \omega_2 p_1 + \Phi + \frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{\omega_1 \omega_2 + \omega_3} \times \\ &\times \left[\sum_{\substack{\mu+\sigma \leq n_3 \\ \mu, \sigma=0}}^{n_3} \lambda_{\mu\sigma}^3 x^\mu y^\sigma + \omega_3 p_2 + D_1^{(1-2)}(\omega_1 \omega_2 p_1) - D_1^{(1-2)}\Phi - h\omega_1 \omega_2 p_1 - h\Phi \right], \end{aligned}$$

где p_1 и p_2 функции, вид которых определяется в процессе решения задачи приближения; функция Φ образуется в результате склейки [6] граничных условий на Γ_1 и Γ_2 :

$$\Phi = \frac{\tau_1 \sum_{\substack{\mu+\sigma \leq n_1 \\ \mu, \sigma=0}}^{n_1} \lambda_{\mu\sigma}^1 x^\mu y^\sigma + \tau_2 \sum_{\substack{\mu+\sigma \leq n_2 \\ \mu, \sigma=0}}^{n_2} \lambda_{\mu\sigma}^2 x^\mu y^\sigma}{\tau_1 + \tau_2}, \quad \tau_v = \omega_v^{-1}, \quad v = 1, 2;$$

дифференциальный оператор $D_1^{1-2} = \frac{\partial(\omega_1 \omega_2)}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial(\omega_1 \omega_2)}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y}$, позволяющий осуществить продолжение производной по нормали, заданной на границе области на всю область [8].

Аппроксимирующие функции p_1 и p_2 должны обеспечить приближение функций заданных соответственно на участках Γ_3 и $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$. Этим условием выбирается конечное множество узловых точек, с помощью которых будет реализовываться алгоритм вычисления коэффициентов аппроксимирующих полиномов: $p_1 = \sum_{\mu+\sigma \leq q_{01}} c_{\mu\sigma}^{01} x^\mu y^\sigma$, $p_2 = \sum_{\mu+\sigma \leq q_{02}} c_{\mu\sigma}^{02} x^\mu y^\sigma$.

Процедура построения искомого приближения будет базироваться на идее кусочного приближения, давно применяемого в приложениях [10-11]. Однако эта идея реализуется на основе использования новых математических средств и конструктивных приемов теории приближения.

Носители введенных ранее функций $gut_r[x, y, {}_r\omega(x, y)]$ разбивают основную область $\partial\Omega$ на частичные подобласти O_ξ ($\xi = 0, 1, 2, \dots, \chi$); число χ для всех возможных разбиений считаем фиксированным. Каждая подобласть должна иметь с областью Ω общие внутренние точки, однако не обязаны целиком лежать в области Ω . Искомую функцию будем приближать в отдельных областях O_ξ различными функциями с помощью класса аппроксимирующих полиномов:

$$P_q(x, y, C^q) = \left\{ \sum_{\mu+\sigma \leq q} c_{\mu\sigma} x^\mu y^\sigma \right\}.$$

Определим конструктивный вид аппроксимирующих функций для каждой частичной подобласти. Для подобласти O_o , включающей границу $\partial\Omega$, приближение будем искать в виде

$$\Psi_o = gut[x, y, \omega(x, y)] w \left(\sum_{\mu+\sigma \leq q_{01}} c_{\mu\sigma}^{01} x^\mu y^\sigma, \sum_{\mu+\sigma \leq q_{02}} c_{\mu\sigma}^{02} x^\mu y^\sigma \right).$$

Вид функций для последующих подобластей определяем по подобной схеме, но с различными степенями аппроксимирующих функций (степень аппроксимирующих полиномов зависит от количества точек, необходимых для определения коэффициентов аппроксимирующего полинома):

$$\Psi_r = gut_r[x, y, {}_r\omega(x, y)] \sum_{\mu+\sigma \leq q_r} c_{\mu\sigma}^r x^\mu y^\sigma, \quad r = 1, 2, \dots, \chi$$

Окончательная конструкция приближающей функции (искомое решение краевой задачи) будет иметь вид:

$$u_{ap} = \sum_{r=0}^{\chi} \Psi_r.$$

Искомое множество коэффициентов, таким образом, задается l -мерным вектором:

$$C = (C^{q_{01}}, C^{q_{02}}, C^{q_1}, \dots, C^{q_\chi}) = \left(\left\{ c_{\mu\sigma}^{01} \right\}_1^{q_{01}}, \left\{ c_{\mu\sigma}^{01} \right\}_1^{q_{01}}, \left\{ c_{\mu\sigma}^1 \right\}_1^{q_1}, \dots, \left\{ c_{\mu\sigma}^\chi \right\}_1^{q_\chi} \right),$$

$$q_{01} + q_{02} + \sum_{r=1}^{\chi} q_r = l.$$

Поиск неизвестных коэффициентов выполняется по схеме условного приближения, для чего в области Ω должны быть распределены l узлов. В каждом узле обеспечивается выполнение интегрального условия (6). Так как из общего количества узлов определенная часть их попадает в соответствующие области O_ξ (их количество задается степенью аппроксимирующего полинома), остается решить вопрос о том, где должны располагаться в области O_ξ эти узлы.

Благодаря тому, что используемые для приближения функции $gut_r[x, y, {}_r\omega(x, y)]$ имеют конечные носители, то область интегрирования в интегральном условии будет определяться носителями этих функций. Свойства функций $gut_r[x, y, {}_r\omega(x, y)]$ позволяют выбрать в качестве одной из возможных схем расположения узлов для в подобластях $O_\xi, \xi = 0, 1, 2, \dots, \chi$, с целью удовлетворения интегральных условий, линию ${}_r\omega(x, y) = 0$, являющуюся направляющей для носителя соответствующей функции $gut_r[x, y, {}_r\omega(x, y)]$. Расположим указанные узлы равномерно вдоль линии ${}_r\omega(x, y) = 0$.

Остается вопрос выбора метода численного интегрирования по областям, задаваемым носителями функций $gut_r[x, y, {}_r\omega(x, y)], r = 0, 1, 2, \dots, \chi$. Данный вопрос требует специального рассмотрения и поэтому не входит в материал данной статьи. Отметим лишь, что для его решения используется методика работы [12].

Алгоритм численного интегрирования контурного интеграла в условии (6) также может быть модифицирован, благодаря наличию в подынтегральной функции геометрически структурированной атомарной функции.

Предложенный подход построения функций, аппроксимирующих решение краевой задачи теплопроводности, ориентирован на описание тепловых полей, формируемых в процессе затвердевания отливки сложной конфигурации. Так как построение аппроксимирующих функций выполняется в отдельных областях, конфигурация которых зависит от конфигурации исходной области отливки, то теплофизические параметры могут задаваться в каждой области в зависимости от стадии процесса затвердевания с учетом фазового состояния соответствующей области отливки [2-3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Баландин Г.Ф. Основы теории формирования отливки.
2. Ч.1. – М.: Машиностроение, 1976. – 328 с.
3. Ч.2. – М.: Машиностроение, 1979. – 335 с.
4. Флемингс М. Процессы затвердевания. – М.: Мир, 1979. – 335 с.
5. Оно А. Затвердевание металлов. – М.: Металлургия, 1980. – 149 с.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 735с.
7. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. – М.: Мир, 1985. – 589 с.
8. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 551 с.
9. Колодяжный В.М. Геометрично структуровані атомарні функції // Доповіді НАН України (направлено в печать).
10. Колодяжный В.М., Рвачев В.А. О приближении функций, удовлетворяющих граничным условиям // В сб. Теоретические и прикладные вопросы алгебры и дифференциальных уравнений. – К.: Ин-т математики, 1976. – С.49-53.
11. Рвачев В.Л., Рвачев В.А. Неклассические методы теории приближений в краевых задачах. – К.: Наук. думка, 1979. – 271 с.
12. Коллатц Л., Крабе В. Теория приближений. Чебышевские приближения. – М.: Наука, 1978. – 271 с.

13. Klotter K. Technische Schwingungslehre. – Berlin, Göttingen, Heidelberg: V.I. Aufl. 2, 1951. – 399 p.
14. Kolodyazhny V.M., Shevchenko A.O. The Numerical Schemes of Measure Determination for the Geometric Measurable Objects // Мат. методи та фіз.-мех. поля, 2002.

УДК 681.142.2

ПОСТРОЕНИЕ РИСУНКА ГРАФА С МИНИМАЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ

Кондратьева Н.А., к.ф.-м.н., доцент, Курапов С.В., к.ф.-м.н., доцент

Запорожский государственный университет

В данной работе рассматривается математическая модель для построения рисунка графа с минимальным числом пересечений. Задача построения рисунка графа с минимальным числом пересечений непланарного графа может быть представлена как поиск (выделение) подмножества циклов из совместного множества единичных циклов и дубль-циклов, достигающих нулевого значения функционала Мак-Лейна, а их количество определяется цикломатическим числом графа за вычетом минимального числа пересекающихся ребер.

Ключевые слова: математическая модель, планарный граф, единичный цикл, дубль-цикл.

Кондрат'єва Н.О., Курапов С.В. ПОБУДОВА РИСУНКА ГРАФА З МІНІМАЛЬНИМ ЧИСЛОМ ПЕРЕТИНАНЬ / Запорізький державний університет, Україна

У даній роботі розглядається математична модель для побудови рисунка графа з мінімальним числом перетинань. Задача побудови рисунка графа з мінімальним числом перетинань непланарного графа може бути подана як пошук (виділення) підмножини циклів із спільної множини одиничних циклів і дубль-циклів, що досягають нульового значення функціонала Мак-Лейна, а їхня кількість визначається цикломатичним числом графа за відрахуванням мінімального числа пересічних ребер.

Ключові слова: математична модель, планарний граф, одиничний цикл, дубль-цикл.

Kondratyeva N.A., Kurapov S.V. CONSTRUCTION OF THE FIGURE OF GRAPH WITH MINIMUM NUMBER OF INTERSECTIONS / Zaporizhzhya State University, Ukraine

In the given paper the mathematical model for the construction of the figure of graph with minimum number of intersections is considered. The problem of construction of the figure of graph with minimum number of intersections of the not planar graph can be submitted as searching (selection) of a subset of cycles from a compatible set of unit cycles and doubles-cycles reaching a zero value of a Mack-Lains' functional, and their amount is defined by cyclomatic number of the graph without minimum number of intersected edges.

Key words: mathematical model, planar graph, unit cycle, double-cycle.

Теория вращений, введенная в [1], позволяет описывать плоский рисунок планарного графа. Однако применить теорию вращений для описания рисунка непланарного графа не удастся по двум причинам: во-первых, одно и то же вращение вершин δ неплоского рисунка графа G создает множество рисунков, где существуют различные неоднозначные случаи пересечения ребер; во-вторых, такое вращение индуцирует циклы, включающие в себя одно и тоже ребро дважды при обходе данного цикла, как в прямом, так и в обратном направлении. А именно, второе важно исключить при использовании теоремы Мак-Лейна при построении рисунков графа. Поэтому необходимо разработать другие математические модели, однозначно описывающие пересечение ребер в случае построения рисунка непланарного графа. Описанию таких математических моделей и посвящена данная статья.

ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНАРНОГО КАРКАСА ДЛЯ НЕПЛАНАРНОГО ГРАФА

Ранее для построения плоского рисунка планарного графа был применен функционал Мак-Лейна, и было показано, что нулевое значение функционала Мак-Лейна достигается на подмножестве единичных циклов (τ -циклов), причем количество независимых (базисных) циклов определяется цикломатическим числом планарного графа [2].

$$F(C_{v(G)}^{\tau}) = 0, \quad (1)$$

где $C_{v(G)}^{\tau}$ - множество единичных циклов с мощностью, равной цикломатическому числу планарного графа.

Задача построения рисунка графа с минимальным числом пересечений непланарного графа может быть представлена как поиск (выделение) подмножества циклов из совместного множества единичных циклов

и дубль-циклов, достигающих нулевого значения функционала Мак-Лейна, а их количество определяется цикломатическим числом графа за вычетом минимального числа пересекающихся ребер

$$F\left(C_{v(G)-m_{\min}}^{\tau+d}\right)=0, \quad (2)$$

где $C_{v(G)-m_{\min}}^{\tau+d}$ - совместное подмножество единичных циклов C^{τ} и дубль-циклов C^d , порожденных удалением минимального количества пересекающихся ребер; $m_{\min}$ - минимальное количество пересекающихся ребер.

$$C^{\tau+d} = C^{\tau} \cup C^d. \quad (3)$$

Связный суграф, построенный с применением данной системы циклов, будем впредь называть планарным каркасом для непланарного графа.

Любой дубль-цикл образуется из линейной комбинации зависимых циклов, кольцевая сумма которых есть $\emptyset$. Учитывая также, что

$$C_{\ell}^d \oplus C_p^d = \emptyset, \quad (4)$$

отсюда следует, что

$$C_{\ell}^d = C_p^d. \quad (5)$$

Будем обозначать дубль-цикл слева в (5) как

$$C_{\ell}^d = \sum_{\ell=1}^{n_1} C_{\ell}^{\tau}, \quad (6)$$

где n_1 – количество единичных циклов, образующих левый дубль-цикл.

Дубль-цикл, стоящий справа в (5), будем обозначать как

$$C_p^d = \sum_{p=1}^{n_2} C_p^{\tau}, \quad (7)$$

где n_2 – количество единичных циклов, образующих правый дубль-цикл.

Будем обозначать элемент пересечения двух единичных циклов, стоящих слева как $(\mu_{ij})_{\ell}$ в случае, если

$$|C_i^{\tau} \cap C_j^{\tau}| = 1, \quad i \neq j.$$

Объединение всех элементов пересечения, стоящих слева, будем обозначать как

$$\omega_{\ell} = \cup (\mu_{ij})_{\ell}. \quad (8)$$

Элемент пересечения двух единичных циклов, стоящих справа, будем обозначать как $(\mu_{ij})_p$ в случае,

$$\text{если } |C_i^{\tau} \cap C_j^{\tau}| = 1, \quad i \neq j.$$

Объединение всех элементов пересечения, стоящих справа, будем обозначать как

$$\omega_p = \cup (\mu_{ij})_p. \quad (9)$$

Тогда через $ensem(\omega_{\ell}, \omega_p)$ будем обозначать ребра, участвующие в пересечении внутри дубль-цикла.

В качестве примера рассмотрим следующий дубль-цикл.

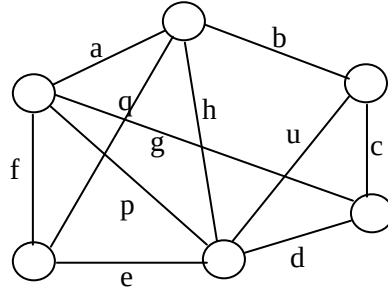


Рис.1 Дубль-цикл

Множество единичных векторов имеет вид:

$$C_1^r = \{a, b, c, g\}; \quad C_2^r = \{d, g, p\}; \quad C_3^r = \{p, f, e\}; \quad C_4^r = \{a, f, q\}; \quad C_5^r = \{q, e, h\}; \quad C_6^r = \{b, h, u\}; \\ C_7^r = \{c, d, u\}.$$

$$(\mu_{12})_\ell = \{a, b, c, g\} \cap \{d, g, p\} = \{g\};$$

$$(\mu_{23})_\ell = \{d, g, p\} \cap \{p, f, e\} = \{p\};$$

$$(\mu_{45})_p = \{a, f, q\} \cap \{q, e, h\} = \{q\};$$

$$(\mu_{56})_p = \{q, e, h\} \cap \{b, h, u\} = \{h\};$$

$$(\mu_{67})_p = \{b, h, u\} \cap \{c, d, u\} = \{u\}.$$

$$\omega_\ell = \{g\} \cup \{p\} = \{g, p\};$$

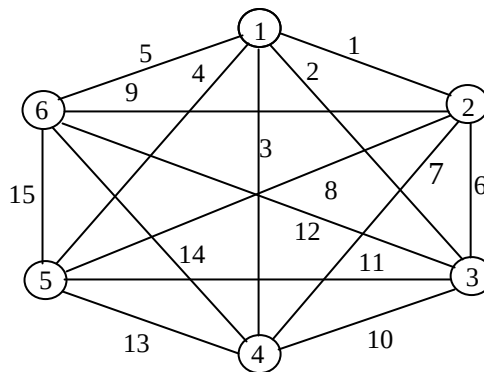
$$\omega_p = \{g\} \cup \{h\} \cup \{u\} = \{g, h, u\}.$$

$$\text{ensem} (\{g, p\}, \{g, h, u\}).$$

$$C_1^d = C_1^r \oplus C_2^r \oplus C_3^r = \{a, b, c, g\} \oplus \{d, g, p\} \oplus \{p, f, e\} = \{a, b, c, d, e, f\};$$

$$C_2^d = C_4^r \oplus C_5^r \oplus C_6^r \oplus C_7^r = \{a, f, q\} \oplus \{q, e, h\} \oplus \{b, h, u\} \oplus \{c, d, u\} = \{a, b, c, d, e, f\}.$$

Пример 1 Построить планарный каркас для непланарного графа K_6 .

Рис.2 Граф K_6

Множество единичных циклов для графа K_6

$$C_1^r = \{1, 2, 6\}; \quad C_2^r = \{1, 3, 7\}; \quad C_3^r = \{1, 4, 8\}; \quad C_4^r = \{1, 5, 9\}; \quad C_5^r = \{2, 3, 10\}; \quad C_6^r = \{2, 4, 11\}; \quad C_7^r = \{2, 5, 12\}; \\ C_8^r = \{3, 4, 13\}; \quad C_9^r = \{3, 5, 14\}; \quad C_{10}^r = \{4, 5, 15\}; \quad C_{11}^r = \{6, 7, 10\}; \quad C_{12}^r = \{6, 8, 11\}; \quad C_{13}^r = \{6, 9, 12\};$$

$$C_{14}^r = \{7,8,13\}; C_{15}^r = \{7,9,14\}; C_{16}^r = \{8,9,15\}; C_{17}^r = \{10,11,13\}; C_{18}^r = \{10,12,14\}; C_{19}^r = \{11,12,15\}; C_{20}^r = \{13,14,15\}.$$

Для заданного графа K_6 имеем также пятнадцать совокупностей зависимых систем, состоящих из четырех единичных циклов.

$$\begin{aligned} C_1^r \oplus C_2^r \oplus C_5^r \oplus C_{11}^r &= \emptyset; C_1^r \oplus C_3^r \oplus C_6^r \oplus C_{12}^r = \emptyset; C_1^r \oplus C_4^r \oplus C_7^r \oplus C_{13}^r = \emptyset; \\ C_2^r \oplus C_3^r \oplus C_8^r \oplus C_{14}^r &= \emptyset; C_2^r \oplus C_4^r \oplus C_9^r \oplus C_{15}^r = \emptyset; C_3^r \oplus C_4^r \oplus C_{10}^r \oplus C_{16}^r = \emptyset; \\ C_5^r \oplus C_6^r \oplus C_8^r \oplus C_{17}^r &= \emptyset; C_5^r \oplus C_7^r \oplus C_9^r \oplus C_{18}^r = \emptyset; C_6^r \oplus C_7^r \oplus C_{10}^r \oplus C_{19}^r = \emptyset; \\ C_8^r \oplus C_9^r \oplus C_{10}^r \oplus C_{20}^r &= \emptyset; C_{11}^r \oplus C_{12}^r \oplus C_{14}^r \oplus C_{17}^r = \emptyset; C_{11}^r \oplus C_{13}^r \oplus C_{15}^r \oplus C_{18}^r = \emptyset; \\ C_{12}^r \oplus C_{13}^r \oplus C_{16}^r \oplus C_{19}^r &= \emptyset; C_{14}^r \oplus C_{15}^r \oplus C_{16}^r \oplus C_{20}^r = \emptyset; C_{17}^r \oplus C_{18}^r \oplus C_{19}^r \oplus C_{20}^r = \emptyset. \end{aligned}$$

Отсюда получаем сорок пять дубль-циклов и пересекающихся (ensembles) ребер.

$$C_1^r \oplus C_2^r \oplus C_5^r \oplus C_{11}^r = \emptyset \text{ порождает следующие дубль-циклы:}$$

$$C_1^r \oplus C_5^r = C_2^r \oplus C_{11}^r = \{1,3,6,10\}, \text{ ensem } \{2,7\};$$

$$C_1^r \oplus C_2^r = C_5^r \oplus C_{11}^r = \{2,3,6,7\}, \text{ ensem } \{1,10\};$$

$$C_1^r \oplus C_{11}^r = C_2^r \oplus C_5^r = \{1,2,7,10\}, \text{ ensem } \{3,6\}.$$

$$C_1^r \oplus C_3^r \oplus C_6^r \oplus C_{12}^r = \emptyset \text{ порождает следующие дубль-циклы:}$$

$$C_1^r \oplus C_6^r = C_3^r \oplus C_{12}^r = \{1,4,6,11\}, \text{ ensem } \{2,8\};$$

$$C_1^r \oplus C_3^r = C_6^r \oplus C_{12}^r = \{2,4,6,8\}, \text{ ensem } \{1,11\};$$

$$C_1^r \oplus C_{12}^r = C_3^r \oplus C_6^r = \{1,2,8,11\}, \text{ ensem } \{4,6\}.$$

$$C_1^r \oplus C_4^r \oplus C_7^r \oplus C_{13}^r = \emptyset \text{ порождает следующие дубль-циклы:}$$

$$C_1^r \oplus C_7^r = C_4^r \oplus C_{13}^r = \{1,5,6,12\}, \text{ ensem } \{2,9\};$$

$$C_1^r \oplus C_4^r = C_7^r \oplus C_{13}^r = \{2,5,6,9\}, \text{ ensem } \{1,12\};$$

$$C_1^r \oplus C_{13}^r = C_4^r \oplus C_7^r = \{1,2,9,12\}, \text{ ensem } \{5,6\}.$$

$$C_2^r \oplus C_3^r \oplus C_8^r \oplus C_{14}^r = \emptyset \text{ порождает следующие дубль-циклы:}$$

$$C_2^r \oplus C_8^r = C_3^r \oplus C_{14}^r = \{1,4,7,13\}, \text{ ensem } \{3,8\};$$

$$C_2^r \oplus C_3^r = C_8^r \oplus C_{14}^r = \{3,4,7,8\}, \text{ ensem } \{1,13\};$$

$$C_2^r \oplus C_{14}^r = C_3^r \oplus C_8^r = \{1,3,8,13\}, \text{ ensem } \{4,7\}.$$

$$C_2^r \oplus C_4^r \oplus C_9^r \oplus C_{15}^r = \emptyset \text{ порождает следующие дубль-циклы:}$$

$$C_2^r \oplus C_9^r = C_4^r \oplus C_{15}^r = \{1,5,7,14\}, \text{ ensem } \{3,9\};$$

$$C_2^r \oplus C_4^r = C_9^r \oplus C_{15}^r = \{3,5,7,9\}, \text{ ensem } \{1,14\};$$

$$C_2^r \oplus C_{15}^r = C_4^r \oplus C_9^r = \{1,3,9,14\}, \text{ ensem } \{5,7\}.$$

$$C_3^r \oplus C_4^r \oplus C_{10}^r \oplus C_{16}^r = \emptyset \text{ порождает следующие дубль-циклы:}$$

$$C_3^r \oplus C_{10}^r = C_4^r \oplus C_{16}^r = \{1,5,8,15\}, \text{ensem } \{4,9\};$$

$$C_3^r \oplus C_4^r = C_{10}^r \oplus C_{16}^r = \{4,5,8,9\}, \text{ensem } \{1,15\};$$

$$C_3^r \oplus C_{16}^r = C_4^r \oplus C_{10}^r = \{1,4,9,15\}, \text{ensem } \{5,8\}.$$

$$C_5^r \oplus C_6^r \oplus C_8^r \oplus C_{17}^r = \emptyset \text{ породжає наступні дубль-цикли:}$$

$$C_5^r \oplus C_8^r = C_6^r \oplus C_{17}^r = \{2,4,10,13\}, \text{ensem } \{3,11\};$$

$$C_5^r \oplus C_6^r = C_8^r \oplus C_{17}^r = \{3,4,10,11\}, \text{ensem } \{2,13\};$$

$$C_5^r \oplus C_{17}^r = C_6^r \oplus C_8^r = \{2,3,11,13\}, \text{ensem } \{4,10\}.$$

$$C_5^r \oplus C_7^r \oplus C_9^r \oplus C_{18}^r = \emptyset \text{ породжає наступні дубль-цикли:}$$

$$C_5^r \oplus C_9^r = C_7^r \oplus C_{18}^r = \{2,5,10,14\}, \text{ensem } \{3,12\};$$

$$C_5^r \oplus C_7^r = C_9^r \oplus C_{18}^r = \{3,5,10,12\}, \text{ensem } \{2,14\};$$

$$C_5^r \oplus C_{18}^r = C_7^r \oplus C_9^r = \{2,3,12,14\}, \text{ensem } \{5,10\}.$$

$$C_6^r \oplus C_7^r \oplus C_{10}^r \oplus C_{19}^r = \emptyset \text{ породжає наступні дубль-цикли:}$$

$$C_6^r \oplus C_{10}^r = C_7^r \oplus C_{19}^r = \{2,5,11,15\}, \text{ensem } \{4,12\};$$

$$C_6^r \oplus C_7^r = C_{10}^r \oplus C_{19}^r = \{4,5,11,12\}, \text{ensem } \{2,15\};$$

$$C_6^r \oplus C_{19}^r = C_7^r \oplus C_{10}^r = \{2,4,12,15\}, \text{ensem } \{5,11\}.$$

$$C_8^r \oplus C_9^r \oplus C_{10}^r \oplus C_{20}^r = \emptyset \text{ породжає наступні дубль-цикли:}$$

$$C_8^r \oplus C_{10}^r = C_9^r \oplus C_{20}^r = \{3,5,13,15\}, \text{ensem } \{4,14\};$$

$$C_8^r \oplus C_9^r = C_{10}^r \oplus C_{20}^r = \{4,5,13,15\}, \text{ensem } \{3,15\};$$

$$C_8^r \oplus C_{20}^r = C_9^r \oplus C_{10}^r = \{3,4,14,15\}, \text{ensem } \{5,13\}.$$

$$C_{11}^r \oplus C_{12}^r \oplus C_{14}^r \oplus C_{17}^r = \emptyset \text{ породжає наступні дубль-цикли:}$$

$$C_{11}^r \oplus C_{14}^r = C_{12}^r \oplus C_{17}^r = \{6,8,10,13\}, \text{ensem } \{7,11\};$$

$$C_{11}^r \oplus C_{12}^r = C_{14}^r \oplus C_{17}^r = \{7,8,10,11\}, \text{ensem } \{6,13\};$$

$$C_{11}^r \oplus C_{17}^r = C_{12}^r \oplus C_{14}^r = \{6,7,11,13\}, \text{ensem } \{8,10\}.$$

$$C_{11}^r \oplus C_{13}^r \oplus C_{15}^r \oplus C_{18}^r = \emptyset \text{ породжає наступні дубль-цикли:}$$

$$C_{11}^r \oplus C_{15}^r = C_{13}^r \oplus C_{18}^r = \{6,9,10,14\}, \text{ensem } \{7,12\};$$

$$C_{11}^r \oplus C_{13}^r = C_{15}^r \oplus C_{18}^r = \{7,9,10,12\}, \text{ensem } \{6,14\};$$

$$C_{11}^r \oplus C_{18}^r = C_{13}^r \oplus C_{15}^r = \{6,7,12,14\}, \text{ensem } \{9,10\}.$$

$$C_{12}^r \oplus C_{13}^r \oplus C_{16}^r \oplus C_{19}^r = \emptyset \text{ породжає наступні дубль-цикли:}$$

$$C_{12}^r \oplus C_{16}^r = C_{13}^r \oplus C_{19}^r = \{6,9,11,15\}, \text{ensem } \{8,12\};$$

$$C_{12}^r \oplus C_{13}^r = C_{16}^r \oplus C_{19}^r = \{8,9,11,12\}, \text{ ensem } \{6,15\};$$

$$C_{12}^r \oplus C_{19}^r = C_{13}^r \oplus C_{16}^r = \{6,8,12,15\}, \text{ ensem } \{9,11\}.$$

$C_{14}^r \oplus C_{15}^r \oplus C_{16}^r \oplus C_{20}^r = \emptyset$ порождает следующие дубль-циклы:

$$C_{14}^r \oplus C_{16}^r = C_{15}^r \oplus C_{20}^r = \{7,9,13,15\}, \text{ ensem } \{8,14\};$$

$$C_{14}^r \oplus C_{15}^r = C_{16}^r \oplus C_{20}^r = \{8,9,13,14\}, \text{ ensem } \{7,15\};$$

$$C_{14}^r \oplus C_{20}^r = C_{15}^r \oplus C_{16}^r = \{7,8,14,15\}, \text{ ensem } \{9,13\}.$$

$C_{17}^r \oplus C_{18}^r \oplus C_{19}^r \oplus C_{20}^r = \emptyset$ порождает следующие дубль-циклы:

$$C_{17}^r \oplus C_{19}^r = C_{18}^r \oplus C_{20}^r = \{10,12,13,15\}, \text{ ensem } \{11,14\};$$

$$C_{17}^r \oplus C_{18}^r = C_{19}^r \oplus C_{20}^r = \{11,12,13,14\}, \text{ ensem } \{10,15\};$$

$$C_{17}^r \oplus C_{20}^r = C_{18}^r \oplus C_{19}^r = \{10,11,14,15\}, \text{ ensem } \{12,13\}.$$

Множество $C^{\tau+d} = C^{\tau} \cap C^d$ данного графа K_6 имеет вид:

$$C_1^r = \{1,2,6\}; C_2^r = \{1,3,7\}; C_3^r = \{1,4,8\}; C_4^r = \{1,5,9\}; C_5^r = \{2,3,10\};$$

$$C_6^r = \{2,4,11\}; C_7^r = \{2,5,12\}; C_8^r = \{3,4,13\}; C_9^r = \{3,5,14\}; C_{10}^r = \{4,5,15\}; C_{11}^r = \{6,7,10\};$$

$$C_{12}^r = \{6,8,11\}; C_{13}^r = \{6,9,12\}; C_{14}^r = \{7,8,13\}; C_{15}^r = \{7,9,14\}; C_{16}^r = \{8,9,15\}; C_{17}^r = \{10,11,13\};$$

$$C_{18}^r = \{10,12,14\}; C_{19}^r = \{11,12,15\}; C_{20}^r = \{13,14,15\}.$$

$$C_1^d = \{1,3,6,10\}, \text{ ensem } \{2,7\}; C_2^d = \{2,3,6,7\}, \text{ ensem } \{1,10\}; C_3^d = \{1,2,7,10\}, \text{ ensem } \{3,6\};$$

$$C_4^d = \{1,4,6,11\}, \text{ ensem } \{2,8\}; C_5^d = \{2,4,6,8\}, \text{ ensem } \{1,11\}; C_6^d = \{1,2,8,11\}, \text{ ensem } \{4,6\};$$

$$C_7^d = \{1,5,6,12\}, \text{ ensem } \{2,9\}; C_8^d = \{2,5,6,9\}, \text{ ensem } \{1,12\}; C_9^d = \{1,2,9,12\}, \text{ ensem } \{5,6\};$$

$$C_{10}^d = \{1,4,7,13\}, \text{ ensem } \{3,8\}; C_{11}^d = \{3,4,7,8\}, \text{ ensem } \{1,13\}; C_{12}^d = \{1,3,8,13\}, \text{ ensem } \{4,7\};$$

$$C_{13}^d = \{1,5,7,14\}, \text{ ensem } \{3,9\}; C_{14}^d = \{3,5,7,9\}, \text{ ensem } \{1,14\}; C_{15}^d = \{1,3,9,14\}, \text{ ensem } \{5,7\};$$

$$C_{16}^d = \{1,5,8,15\}, \text{ ensem } \{4,9\}; C_{17}^d = \{4,5,8,9\}, \text{ ensem } \{1,15\}; C_{18}^d = \{1,4,9,15\}, \text{ ensem } \{5,8\};$$

$$C_{19}^d = \{2,4,10,13\}, \text{ ensem } \{3,11\}; C_{20}^d = \{3,4,10,11\}, \text{ ensem } \{2,13\}; C_{21}^d = \{2,3,11,13\}, \text{ ensem } \{4,10\};$$

$$C_{22}^d = \{2,5,10,14\}, \text{ ensem } \{3,12\}; C_{23}^d = \{3,5,10,12\}, \text{ ensem } \{2,14\}; C_{24}^d = \{2,3,12,14\}, \text{ ensem } \{5,10\};$$

$$C_{25}^d = \{2,5,11,15\}, \text{ ensem } \{4,12\}; C_{26}^d = \{4,5,11,12\}, \text{ ensem } \{2,15\}; C_{27}^d = \{2,4,12,15\}, \text{ ensem } \{5,11\};$$

$$C_{28}^d = \{3,5,13,15\}, \text{ ensem } \{4,14\}; C_{29}^d = \{4,5,13,14\}, \text{ ensem } \{3,15\}; C_{30}^d = \{3,4,14,15\}, \text{ ensem } \{5,13\};$$

$$C_{31}^d = \{6,8,10,13\}, \text{ ensem } \{7,11\}; C_{32}^d = \{7,8,10,11\}, \text{ ensem } \{6,13\}; C_{33}^d = \{6,7,11,13\}, \text{ ensem } \{8,10\};$$

$$C_{34}^d = \{6,9,10,14\}, \text{ ensem } \{7,12\}; C_{35}^d = \{7,9,10,12\}, \text{ ensem } \{6,14\}; C_{36}^d = \{6,7,12,14\}, \text{ ensem } \{9,10\};$$

$$C_{37}^d = \{6,9,11,15\}, \text{ ensem } \{8,12\}; C_{38}^d = \{8,9,11,12\}, \text{ ensem } \{6,15\}; C_{39}^d = \{6,8,12,15\}, \text{ ensem } \{9,11\};$$

$$C_{40}^d = \{7,9,13,15\}, \text{ ensem } \{8,14\}; C_{41}^d = \{8,9,13,14\}, \text{ ensem } \{7,15\}; C_{42}^d = \{7,8,14,15\}, \text{ ensem } \{9,13\};$$

$$C_{43}^d = \{10,12,13,15\}, \text{ ensem } \{11,14\}; C_{44}^d = \{11,12,13,14\}, \text{ ensem } \{10,15\}; C_{45}^d = \{10,11,14,15\}, \text{ ensem } \{12,13\}.$$

Выберем $C_1^d = \{1,3,6,10\}$, ensem $\{2,7\}$. После выбора этого цикла множество циклов сократится; должны быть убраны все циклы, содержащие 2 и 7 ребер:

$$\begin{aligned}
C_3^r &= \{1,4,8\}; & C_4^r &= \{1,5,9\}; & C_8^r &= \{3,4,13\}; & C_9^r &= \{3,5,14\}; & C_{10}^r &= \{4,5,15\}; & C_{12}^r &= \{6,8,11\}; \\
C_{13}^r &= \{6,9,12\}; & C_{16}^r &= \{8,9,15\}; & C_{17}^r &= \{10,11,13\}; & C_{18}^r &= \{10,12,14\}; & C_{19}^r &= \{11,12,15\}; & C_{20}^r &= \{13,14,15\}; \\
C_1^d &= \{1,3,6,10\}, \text{ensem } \{2,7\}; & C_{16}^d &= \{1,5,8,15\}, \text{ensem } \{4,9\}; & C_{17}^d &= \{4,5,8,9\}, \text{ensem } \{1,15\}; \\
C_{18}^d &= \{1,4,9,15\}, \text{ensem } \{5,8\}; & C_{28}^d &= \{3,5,13,15\}, \text{ensem } \{4,14\}; & C_{29}^d &= \{4,5,13,14\}, \text{ensem } \{3,15\}; \\
C_{30}^d &= \{3,4,14,15\}, \text{ensem } \{5,13\}; & C_{37}^d &= \{6,9,11,15\}, \text{ensem } \{8,12\}; & C_{38}^d &= \{8,9,11,12\}, \text{ensem } \{6,15\}; \\
C_{39}^d &= \{6,8,12,15\}, \text{ensem } \{9,11\}; & C_{43}^d &= \{10,12,13,15\}, \text{ensem } \{11,14\}; & C_{44}^d &= \{11,12,13,14\}, \text{ensem } \{10,15\}; \\
C_{45}^d &= \{10,11,14,15\}, \text{ensem } \{12,13\}.
\end{aligned}$$

Выберем $C_{28}^d = \{3,5,13,15\}, \text{ensem } \{4,14\}$ и удалим все циклы, содержащие 4 и 14 ребра. Оставшееся множество циклов будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
C_4^r &= \{1,5,9\}; & C_{12}^r &= \{6,8,11\}; & C_{13}^r &= \{6,9,12\}; & C_{16}^r &= \{8,9,15\}; & C_{17}^r &= \{10,11,13\}; & C_{19}^r &= \{11,12,15\}; \\
C_1^d &= \{1,3,6,10\}, \text{ensem } \{2,7\}; & C_{28}^d &= \{3,5,13,15\}, \text{ensem } \{4,14\}; & C_{29}^d &= \{4,5,13,14\}, \text{ensem } \{3,15\}; \\
C_{30}^d &= \{3,4,14,15\}, \text{ensem } \{5,13\}; & C_{37}^d &= \{6,9,11,15\}, \text{ensem } \{8,12\}; & C_{38}^d &= \{8,9,11,12\}, \text{ensem } \{6,15\}; \\
C_{39}^d &= \{6,8,12,15\}, \text{ensem } \{9,11\}.
\end{aligned}$$

Выберем $C_{37}^d = \{6,9,11,15\}, \text{ensem } \{8,12\}$ и удалим все циклы, содержащие 8 и 12 ребра. Оставшееся множество циклов будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
C_4^r &= \{1,5,9\}; & C_{17}^r &= \{10,11,13\}; & C_1^d &= \{1,3,6,10\}, \text{ensem } \{2,7\}; \\
C_{28}^d &= \{3,5,13,15\}, \text{ensem } \{4,14\}; & C_{37}^d &= \{6,9,11,15\}, \text{ensem } \{8,12\}.
\end{aligned}$$

Функционал Мак-Лейна для данной системы циклов равен 0, и можно построить планарный каркас для графа K_6 (см. рис. 3.). Следует заметить, что данный планарный каркас является не единственным для непланарного графа K_6 .

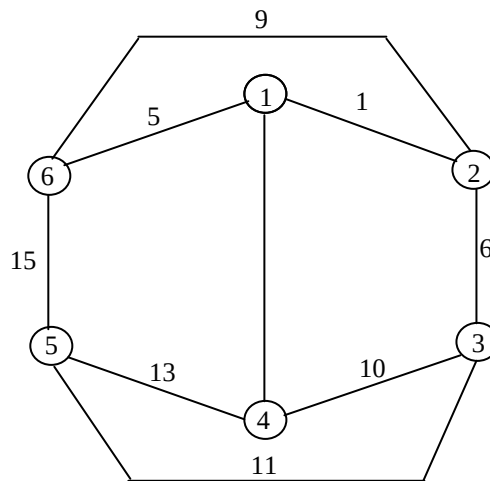


Рис.3. Один из планарных каркасов для непланарного графа K_6

ПОСТРОЕНИЕ РИСУНКА НЕПЛАНАРНОГО ГРАФА С МИНИМАЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ

Построение планарного каркаса является первым этапом для построения рисунка непланарного графа с минимальным числом пересечений. Второй этап построения заключается в укладке пересекающихся ребер внутри каждого дубль-цикла.

Пример 2. Построить рисунок непланарного графа K_6 с минимальным числом пересечений.

Из предыдущего примера $C_1^d = \{1,3,6,10\}$, $\text{ensem } \{2,7\}$; $C_{28}^d = \{3,5,13,15\}$, $\text{ensem } \{4,14\}$; $C_{37}^d = \{6,9,11,15\}$, $\text{ensem } \{8,12\}$.

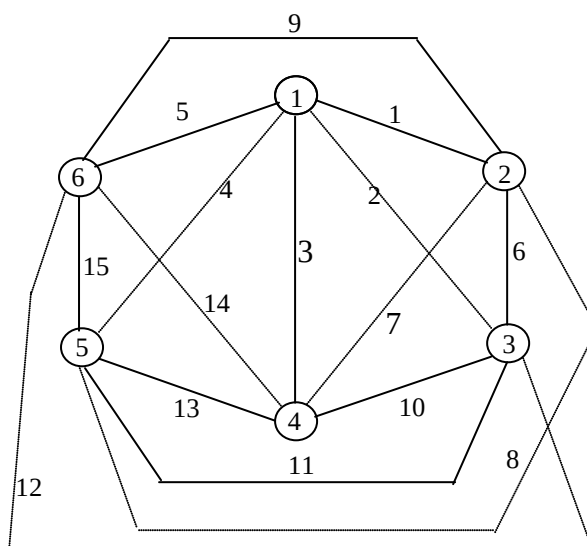


Рис. 4. Рис. Граф K_6 с минимальным числом пересечений

ЛИТЕРАТУРА

1. Рингель Г. Теорема о раскраске карт. – М.: Мир, 1977. – 126с.
2. Курапов С.В., Перепелица В.А. Идентификация рисунка графа на плоскости//Актуальные проблемы развития общественной мысли и практики управления: Сборник научных трудов/ Запорожский институт государственного и муниципального управления. - Вып.2. – Запорожье, 1996. – С.225-232.

УКД 539.3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ПЛАСТИНИ В УМОВАХ АГРЕСИВНОГО СЕРЕДОВИЩА

Лобур О.В., аспірант, *Зайцева Т.А., к.ф.-м.н., доцент, Шишканова С.Ф., д.т.н., доцент

*Запорізький державний університет
Дніпропетровський національний університет

Із використанням законів динаміки для тіл змінної маси отримано рівняння коливань пластинок в умовах агресивного середовища, знайдені розв'язки цих рівнянь, визначені вирази частот і амплітуд для деяких спеціальних залежностей товщин пластинок від часу.

Ключові слова: математична модель, змінна маса, пластинка, пружність, амплітуда, частота, диференціальне рівняння.

Лобур О.В., *Зайцева Т.А., Шишканова С.Ф. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНКИ В УСЛОВИЯХ АГРЕССИВНОЙ СРЕДЫ / Запорожский государственный университет, *Днепропетровский национальный университет, Украина.

С использованием законов динамики для тел переменной массы получены уравнения колебаний пластинок в условиях агрессивной среды, найдены решения этих уравнений, определены выражения частот и амплитуд для некоторых специальных зависимостей толщин пластинок от времени.

Ключевые слова: математическая модель, переменная масса, пластинка, упругость, амплитуда, частота, дифференциальные уравнения.

Lobur E.V., *Zaytseva T.A., Shyshkanova S.F. MATHEMATICAL MODELING OF PLATE VIBRATION IN AGGRESSIVE SURROUNDING / Zaporizhzhya State University, *Dnepropetrovsk National University, Ukraine.

The equations of plate vibrations in aggressive surrounding are obtained with use of dynamics laws for bodies with variable mass. Their solutions are found. Expressions of frequency and amplitude for some plate thickness-time special relations are defined.

Key words: mathematical models, variable mass, plate, elastic, amplitude, frequency, differential equations.

У багатьох задачах механіки доводиться вивчати рух систем, у яких розміри, отже і маси окремих елементів, є заданими функціями часу. Наприклад, коливна панель із теплозахисним екраном, що обгоряє, плаваюча крижина, маса якої зростає внаслідок намерзання або спадає внаслідок танення, елементи конструкцій в умовах агресивного середовища металургійних і хімічних підприємств, де внаслідок інтенсивної корозії зменшуються розміри конструкції, робочі і напрямівні лопатки компресору і турбіни газотурбінних двигунів, які зазнають корозійно-ерозійного зносу, та ін.

Аналіз впливу інтенсивної корозії на коливання елементів металоконструкцій дозволяє оцінювати і прогнозувати ступінь ерозійно-корозійних пошкоджень за змінням амплітудно-частотних характеристик елементів конструкцій, що періодично фіксуються вібраційними датчиками.

Розглянемо малі поперечні коливання круглої пластини, товщина якої є величиною змінною за часом. Припустимо, що нормальні сили в серединній поверхні пластини відсутні. Диференціальне рівняння пружної поверхні пластини в цьому випадку має вигляд [1]

$$D\Delta\Delta w = q, \quad (1)$$

де у випадку вільних коливань q - сила інерції, яку для змінної маси представлено виразом [2]

$$q = -m \frac{\partial v}{\partial t} - (v - u) \frac{\partial m}{\partial t} \quad (2)$$

при припущенні, що до системи безперервно приєднуються (від'єднуються) частинки нескінченно малих мас таким чином, що швидкості точок системи змінюються неперервно, тоді як швидкості частинок змінюються на скінченну величину в момент їх приєднання (від'єднання) до системи. У виразі (2) через u позначено абсолютну швидкість приєднаних (від'єднаних) частин.

Припустимо, що абсолютна швидкість від'єднаних частин дорівнює нулю, тоді диференціальне рівняння (1) вільних коливань пластини набуде вигляду

$$D\Delta\Delta w + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial m}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

Тут w - динамічний вгін пластини, m - маса одиниці площини пластини, D - циліндрична жорсткість, t - час роботи пластини в конкретному циклі. Припускаючи, що товщина пластини змінюється за часом, отже і маса одиниці площини пластини та її циліндрична жорсткість є функціями часу, позначимо

$$D = D_0 \psi_1(t), \quad m = m_0 \psi_2(t). \quad (4)$$

Подамо шукану функцію вгину $w(r, \varphi, t)$ як добуток у вигляді

$$w(r, \varphi, t) = W(r, \varphi) T(t). \quad (5)$$

Тут $r = \frac{\rho}{r_0}$ - безрозмірна координата, що змінюється повздовж радіуса пластини від нуля до одиниці,

r_0 - радіус пластини, ρ, φ - полярні координати. Внесемо вираз (5) до диференціального рівняння (3) і, враховуючи позначення (4), одержимо, що рівняння (3) перетвориться у два самостійні рівняння

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{1}{\psi_2} \frac{d\psi_2}{dt} \frac{dT}{dt} + \frac{\psi_1 \omega^2}{\psi_2} T = 0 \quad (6)$$

$$\Delta \Delta W - \lambda^4 W = 0 \quad (7)$$

$$\lambda^4 = \frac{\omega^2 m_0}{r_0^4 D_0}. \quad (8)$$

Величина ω визначається, якщо відомі власні значення λ розглядуваної крайової задачі. Припустимо, що пластина затиснена повздовж контуру, тобто

$$W = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial r} = 0 \text{ при } r = 1. \quad (9)$$

Вгин такої пластини є функцією, яка обмежена в центрі пластини і не має особливостей типу зосередженої сили при $r = 0$. Тому розв'язок рівняння (7) має вигляд:

$$W = [C_1 J_n(\lambda r) + C_2 I_n(\lambda r)] \sin(n\varphi + \alpha), \quad (10)$$

де C_1, C_2 - деякі сталі, $J_n(\lambda r)$, $I_n(\lambda r)$ - функція Бесселя першого роду і модифікована функція Бесселя першого роду індексу n .

Через те, що в нашому випадку пластина затиснена повздовж контуру, з межових умов (9) одержуємо однорідні рівняння першого степеня відносно сталих C_1, C_2 . Для того, щоб ця система мала не тривіальні, тобто відмінні від нуля, розв'язки, необхідно, щоб визначник, складений із коефіцієнтів при невідомих, дорівнював нулю, звідки отримуємо:

$$J_n(\lambda_n) I_n'(\lambda_n) - J_n'(\lambda_n) I_n(\lambda_n) = 0. \quad (11)$$

Це трансцендентне рівняння має нескінченну множину коренів

$$\lambda_n = \lambda_{1n}, \lambda_{2n}, \dots$$

де $\lambda_{1n}, \lambda_{2n}, \dots$ - корені (11) при певному значенні n , які обчислені рядом авторів, таблицю вказаних коренів можна знайти, зокрема, у довіднику [3]. Далі, використовуючи (8), легко виразити ω через корені рівняння (11)

$$\omega(k, n) = r_0^2 \lambda_{kn}^2 \sqrt{\frac{D_0}{m_0}}. \quad (12)$$

Після визначення ω приступимо до розв'язання рівняння (6). Розглянемо випадок, коли товщина пластини h внаслідок дії агресивного середовища з часом змінюється обернено пропорційно часу знаходження пластини в умовах агресивного середовища, тобто

$$h = \frac{h_0}{\beta(\tau + t) + 1}.$$

Тут h_0 - початкова товщина пластини, τ - час перебування пластини в умовах агресивного середовища до початку роботи в конкретному циклі, t - поточний час роботи пластини в конкретному циклі, β - параметр, що визначається експериментально.

Через те, що для пластини

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad m = \gamma h \quad (13)$$

де E - модуль пружності, ν - коефіцієнт Пуассона, γ - щільність пластини, то при прийнятому припущенні, позначаючи через D_0 і m_0 початкові циліндричну жорсткість і масу одиниці площі пластини, одержуємо такі залежності:

$$D = D_0 \frac{1}{[\beta(\tau + t) + 1]^3}, \quad (14)$$

$$m = m_0 \frac{1}{[\beta(\tau + t) + 1]}. \quad (15)$$

З урахуванням залежностей (14), (15) диференціальне рівняння (6) матиме вигляд

$$\frac{d^2 T}{dt^2} - \beta \frac{1}{[\beta(\tau + t) + 1]} \frac{dT}{dt} + \frac{\omega^2}{[\beta(\tau + t) + 1]^2} T = 0. \quad (16)$$

Отримане рівняння (16) є рівнянням, яке перетворюється в рівняння Ейлера [4] за допомогою заміни

$$\xi = [\beta(\tau + t) + 1].$$

Тому розв'язок рівняння (16) має вигляд

$$T = A_1(\beta\tau + \beta t + 1)^{1+s} + A_2(\beta\tau + \beta t + 1)^{1-s} \quad \text{при} \quad \beta^2 - \omega^2 > 0, \quad (17)$$

$$T = (\beta\tau + \beta t + 1)[A_1 + A_2 \ln(\beta\tau + \beta t + 1)] \quad \text{при} \quad \beta^2 - \omega^2 = 0 \quad (18)$$

$$T = (\beta\tau + \beta t + 1)[A_1 \cos(s \ln(\beta\tau + \beta t + 1)) + A_2 \sin(s \ln(\beta\tau + \beta t + 1))] \quad \text{при} \quad \beta^2 - \omega^2 < 0. \quad (19)$$

Тут

$$s = \sqrt{\left|1 - \frac{\omega^2}{\beta^2}\right|}, \quad (20)$$

A_1, A_2 - довільні сталі, що визначаються з початкових умов.

Звичайно β дуже мале, тому практично коливання пластини описуються виразом (19), з якого видно, що амплітуда коливань пластини, що знаходиться в умовах агресивного середовища, зростає з часом [5].

Розглянемо випадок, коли змінюється жорсткість пластини, але маса не змінюється, тобто частинки практично не від'єднуються, як це приблизно буває при корозії, тоді у виразах (4) $\psi_2(t) = C$ і рівняння (6) має вигляд:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \psi_1 \frac{\omega^2}{C} T = 0. \quad (21)$$

При прийнятому припущенні (14) (відносні зміни жорсткості) диференціальне рівняння (21) перетворюється в рівняння

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{\omega^2}{(\beta\tau + \beta t + 1)^3} T = 0, \quad (22)$$

розв'язок якого представимо у вигляді:

$$T = z \left[C_1 J_1 \left(\frac{2\omega}{\beta} \frac{1}{z} \right) + C_2 N_1 \left(\frac{2\omega}{\beta} \frac{1}{z} \right) \right], \quad (23)$$

де $z = \sqrt{\beta\tau + \beta t + 1}$,

$J_1 \left(\frac{2\omega}{\beta} \frac{1}{z} \right)$, $N_1 \left(\frac{2\omega}{\beta} \frac{1}{z} \right)$ - функції Бесселя першого і другого роду першого порядку.

Якщо припустити, що деякі частини від'єднуються з нульовою абсолютною швидкістю, тобто маса і жорсткість змінюються, але швидкість змінення маси мала, що також відбувається при корозії, тоді в рівнянні (6) $\frac{d\psi_2}{dt} = 0$ і рівняння перетворюється в таке

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{\psi_1 \omega^2}{\psi_2} T = 0. \quad (24)$$

Коли закони змінення жорсткості і маси (14),(15) залишити такими самими, то рівняння (24) матиме вигляд:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{\omega^2}{(\beta\tau + \beta t + 1)^2} T = 0 \quad (25)$$

його розв'язком є функції

$$T = C_1 (\beta\tau + \beta t + 1)^{\frac{1}{2}+s} + C_2 (\beta\tau + \beta t + 1)^{\frac{1}{2}-s} \text{ при } \beta^2 - 4\omega^2 > 0, \\ T = \sqrt{\beta\tau + \beta t + 1} [C_1 + C_2 \ln(\beta\tau + \beta t + 1)] \text{ при } \beta^2 - 4\omega^2 = 0 \quad (26)$$

$$T = \sqrt{\beta\tau + \beta t + 1} [C_1 \cos(s \ln(\beta\tau + \beta t + 1)) + C_2 \sin(s \ln(\beta\tau + \beta t + 1))] \text{ при } \beta^2 - 4\omega^2 < 0.$$

Тут

$$2s = \sqrt{\left| 1 - \frac{4\omega^2}{\beta^2} \right|}.$$

Далі розглянемо випадок, коли змінюється маса, але жорсткість залишається незмінною, що можливо в певному наближенні, при коливаннях пластини з теплозахисним екраном, який обгоряє. У цьому випадку в залежностях (4) треба покласти $\psi_1(t) = C$, тоді рівняння (6) майже залишить свій вигляд

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{1}{\psi_2} \frac{d\psi_2}{dt} \frac{dT}{dt} + \frac{C\omega^2}{\psi_2} T = 0. \quad (27)$$

Отримане рівняння (27) при прийнятому законі змінення маси перетворюється в рівняння

$$\frac{d^2 T}{dt^2} - \frac{\beta}{(\beta\tau + \beta t + 1)} \frac{dT}{dt} + \omega^2 (\beta\tau + \beta t + 1) T = 0, \quad (28)$$

яке має такий розв'язок

$$T = (\beta\tau + \beta t + 1) \left[C_1 J_{2/3} \left(\frac{2}{3} \frac{\omega}{\beta} \sqrt{(\beta\tau + \beta t + 1)^3} \right) + C_2 N_{2/3} \left(\frac{2}{3} \frac{\omega}{\beta} \sqrt{(\beta\tau + \beta t + 1)^3} \right) \right]. \quad (29)$$

Якщо припустити, що жорсткість стала, а маса змінюється, але повільно, тоді в рівнянні (6) треба покласти $\psi_1(t) = C$, $\frac{d\psi_2(t)}{dt} \approx 0$ і при прийнятому припущенні про змінення маси (15) рівняння (6) перетвориться в таке

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 (\beta\tau + \beta t + 1) T = 0. \quad (30)$$

Розв'язком одержаного рівняння є функції

$$T = \sqrt{\beta\tau + \beta t + 1} \left[C_1 J_{1/3} \left(-\frac{2}{3} \frac{\omega}{\beta} \sqrt{(\beta\tau + \beta t + 1)^3} \right) + C_2 N_{1/3} \left(-\frac{2}{3} \frac{\omega}{\beta} \sqrt{(\beta\tau + \beta t + 1)^3} \right) \right]. \quad (31)$$

Аналогічні випадки розглянуто і при інших степеневих законах змінення товщини пластини, а також при експоненційному законі

$$h = h_0 e^{-\alpha(\tau+t)}, \quad (32)$$

параметр якого α визначається експериментально, τ - час роботи пластини в умовах агресивного середовища до початку роботи в конкретному циклі, t - поточний час роботи в конкретному циклі.

При експоненційному законі (32) змінення товщини пластини рівняння (22), (25), (30) перетворюються у такі відповідно для $k = 3, 2, -1$:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 e^{-k\alpha(\tau+t)} T = 0.$$

Таким чином, запропоновано моделі оцінювання і прогнозування ступеня пошкоджень за змінням амплітудно-частотних характеристик елементів конструкцій, що працюють в умовах агресивного середовища.

ЛІТЕРАТУРА

1. Хронин Д.В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов. - М.:Машиностроение, 1970. -412с.
2. Мещерский И.В. Работы по механике тел переменной массы. -М.:ГИТТЛ, 1952. -280с.
3. Янке Е., Эмде В., Леш Ф. Специальные функции. -М.: Наука, 1964. -344с.
4. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. -М.:ГИФМЛ, 1961. - 704с.
5. Шишканова С.Ф. Аналитические методы оценки параметров колебаний пластинки переменной массы. Вибродиагностика машин и механизмов. Методы и средства: Сб. научн. трудов.-М.-Запорожье, 1987. С.119-123.

УДК 517.929.7

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ РУХОМОГО ТІЛА

*Ляшенко В.П., к. ф.-м.н., професор, Кирилах Н.Г., старший викладач

**Кременчуцький державний політехнічний університет,
Інститут економіки та нових технологій*

Розглядається задача на спряження визначення температурного розподілу у двошаровому рухомому циліндрі з джерелами тепла, що діють у поверхневому шарі. Розглядається нелокальна інтегральна умова та умова імпедансного типу на границі циліндрів.

Ключові слова: задача на спряження, нелокальна інтегральна умова, умова імпедансного типу.

Ляшенко В.П., Кирилах Н.Г. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ПОДВИЖНОГО ТЕЛА / Кременчугский государственный политехнический университет, Институт экономики и новых технологий, Украина

Рассматривается задача на сопряжение определения температурного распределения в двухслойном цилиндре с источниками тепла, действующими в поверхностном слое. Применяется нелокальное интегральное условие и условие импедансного типа на границе цилиндров.

Ключевые слова: задача на сопряжение, нелокальное интегральное условие, условие импедансного типа.

Lyashenko V., Kirilaha N. MATHEMATICAL MODEL OF INDUCTION HEAT OF A RELATIVE FRAME SKEW FIELD / Kremenchuk State polytechnic University, Institute of economics and advanced technologies, Kremenchuk, Ukraine

The problem on conjugation of definition temperature allocation in the two-sheeted relative frame cylinder with radiants of heat is considered which work in a surface stratum. The nonlocal integrated condition and condition of an impedance type on boundary of cylinders is applied.

Key words: a problem on conjugation, nonlocal integrated condition, condition of an impedance type.

При нагріванні зразків циліндричної форми індукційним способом джерела тепла за рахунок скін-ефекту зосереджені в поверхневому шарі товщиною Δ , а далі, у напрямку радіуса, нагрівання йде шляхом передачі тепла теплопровідністю [1]. Математична модель температурного поля зони нагріву середовища індукційним способом може бути представлена як розігрів двошарового циліндра одночасно внутрішніми і зовнішніми джерелами тепла. При цьому в зовнішньому циліндрі з товщиною стінки Δ діє джерело тепла потужністю W , а до внутрішнього циліндра тепло передається за рахунок теплопровідності.

Математична модель такого температурного розподілу приводить до розв'язання задачі на спряження для рівняння теплопровідності $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$,

де $\Omega: \{0 < z < L, \quad 0 < r < r_0 - \Delta, \quad r_0 - \Delta < r < r_0\}$, Γ_i - границі циліндрів [2].

$$\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \nu c \rho_n \frac{\partial T}{\partial z} = \begin{cases} \frac{J^2 \rho_0 (1 + \beta T)}{\pi^2 S^2}, & r - \Delta \leq r < r_0, \\ 0, & 0 < r < r_0 - \Delta \end{cases} \quad (1)$$

$$0 < z < L,$$

$$T(r, 0) = T_0, \quad T(r, L) = T_L, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(r_0 - \Delta - 0, z)}{\partial r} = \frac{\partial T(r_0 - \Delta + 0, z)}{\partial r}, \quad (3)$$

$$T(r_0 - \Delta - 0, z) = T(r_0 - \Delta + 0, z), \quad (4)$$

$$\lambda \frac{\partial T(r_0, z)}{\partial r} = -\alpha(T - T_c), \quad \frac{\partial T(0, z)}{\partial r} = 0. \quad (5)$$

Найбільший інтерес представляє температурний розподіл у внутрішньому циліндрі. Для визначення теплового потоку на поверхні внутрішнього циліндра застосуємо оператор усереднення

$$u(z) = \frac{2}{S} \int_{r_0 - \Delta}^{r_0} T(r, z) r dr \quad \text{до рівняння (1) і з врахуванням умов на границі області} \quad (3) \text{ отримаємо:}$$

$$\lambda(r_0 - \Delta) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0 - \Delta + 0} = \frac{\lambda S}{2} \frac{d^2 u}{dz^2} - \frac{1}{2} \nu c \rho_n \frac{du}{dz} + \frac{J^2 \rho_0 + 2\pi^2 S r_0 \alpha T_c}{2\pi^2 S} + \frac{J^2 \rho_0 \beta - 2\pi^2 S r_0 \alpha}{2\pi^2 S} u \quad (6)$$

Якщо розділити обидві частини рівняння (6) на $(r_0 - \Delta)$, скористатися умовою спряження (4), і прийняти $u(z) \approx T(r_0 - \Delta, z)$, прийдемо до крайової умови на границі внутрішнього і зовнішнього циліндрів:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0 - \Delta - 0} = \frac{\lambda S}{2(r_0 - \Delta)} \frac{d^2 T}{dz^2} - \frac{\nu c \rho_n S}{2(r_0 - \Delta)} \frac{dT}{dz} + \frac{J^2 \rho_0 + 2\pi^2 S r_0 \alpha T_c}{2\pi^2 S(r_0 - \Delta)} + \frac{J^2 \rho_0 \beta - 2\pi^2 S r_0 \alpha}{2\pi^2 S(r_0 - \Delta)} T. \quad (7)$$

Таким чином задача (1)- (5) звелась до задачі для внутрішнього циліндра з крайовою умовою імпедансного типу на його поверхні.

$$\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \nu c \rho_n \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

$$0 < r < r_0 - \Delta, \quad 0 < z < L$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0 - \Delta - 0} = \frac{\lambda S}{2(r_0 - \Delta)} \frac{d^2 T}{dz^2} - \frac{\nu c \rho_n S}{2(r_0 - \Delta)} \frac{dT}{dz} + \frac{J^2 \rho_0 + 2\pi^2 S r_0 \alpha T_c}{2\pi^2 S(r_0 - \Delta)} + \frac{J^2 \rho_0 \beta - 2\pi^2 S r_0 \alpha}{2\pi^2 S(r_0 - \Delta)} T, \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (9)$$

Після переходу до безрозмірних координат і параметрів і застосування заміни $u = \theta(x, \rho) \cdot e^{\frac{Pe}{2}x}$ задача набуде вигляду:

$$\eta^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \eta^2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{Pe^2}{4} \theta = 0, \quad 0 < \rho < 1, \quad 0 < x < 1 \quad (10)$$

$$\theta(\rho, 0) = 0, \quad \theta(\rho, 1) = uL \cdot e^{-\frac{Pe}{2}} = \theta_L \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=1} = \left(A \frac{Pe^2}{4} - B \frac{Pe}{2} + C \right) \theta + A \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + D e^{-\frac{Pe}{2} x} \quad (12)$$

де

$$\rho = \frac{r}{r_0 - \Delta}, \quad x = \frac{z}{L}, \quad u = \frac{T - T_1}{T_c}, \quad uL = \frac{T_L - T_1}{T_c}, \quad Pe = \frac{v c \rho_n L}{\lambda}, \quad \eta = \frac{L}{r_0 - \Delta} \quad (13)$$

$$A = \frac{S}{2L^2}, \quad B = \frac{v c \rho_n S}{2\lambda L}, \quad C = \frac{I^2 \rho_0 \beta - 2\pi^2 r_0 S \alpha}{2\pi^2 S \lambda},$$

$$D = \frac{I^2 \rho_0 \beta T_1 + I^2 \rho_0 + 2\pi^2 r_0 S \alpha (T_c - T_1)}{2\pi^2 S \lambda T_c} \quad (14)$$

Розв'язок задачі (10)- (12) шукаємо у вигляді суми [3]: $\theta(x, \rho) = \theta_1(x, \rho) + \theta_2(x, \rho)$. При цьому $\theta_1(x, \rho)$ і $\theta_2(x, \rho)$ розв'язками задач є

$$\eta^2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \rho^2} + \eta^2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta_1}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} - \frac{Pe^2}{4} \theta_1 - \frac{Pe^2}{4} \theta_L \cdot x = 0, \quad 0 < \rho < 1, \quad 0 < x < 1, \quad (15)$$

$$\theta_1(\rho, 0) = 0, \quad \theta_1(\rho, 1) = 0, \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_1}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0$$

$$\left. \frac{\partial \theta_1}{\partial \rho} \right|_{\rho=1} = \left(A \frac{Pe^2}{4} - B \frac{Pe}{2} + C \right) \theta_1 + A \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + D e^{-\frac{Pe}{2} x} + \left(A \frac{Pe^2}{4} - B \frac{Pe}{2} + C \right) \theta_L x, \quad (17)$$

$$\eta^2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \rho^2} + \eta^2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta_2}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < \rho < 1, \quad 0 < x < 1, \quad (18)$$

$$\theta_2(\rho, 0) = 0, \quad \theta_2(\rho, 1) = \theta_L, \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_2}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \theta_2}{\partial \rho} \right|_{\rho=1} = 0, \quad (20)$$

Розв'язком задачі (18)-(20) є функція $\theta_2(\rho, x) = \theta_L \cdot x$.

Для задачі (15)- (17) застосуємо перетворення Фур'є :

$$\tilde{\Theta} = \int_0^1 \theta_1(\rho, x) K(\beta_m, x) dx, \quad (21)$$

де ядро перетворення $K(\beta_m, x) = \sqrt{2} \sin(\beta_m \cdot x)$, власні числа β_m визначаються з рівняння $tg(\beta_m) = 0$, тобто $\beta_m = \pi m$ [3]. У просторі зображень для кожного m отримаємо розв'язок у вигляді:

$$\tilde{\Theta}_m(\rho) = \frac{(T_m R_m + P_m S_m) \eta}{(\sqrt{P_m} I_1(\frac{\sqrt{P_m}}{\eta}) - T_m I_0(\frac{\sqrt{P_m}}{\eta}) \cdot \eta) \cdot P_m} I_0(\frac{\sqrt{P_m}}{\eta} \rho) \quad (22)$$

Перехід до оригіналу здійснюється за формулою обергання [3]:

$$\theta_1(\rho, x) = \sum_{m=1}^{\infty} K(\beta_m, x) \cdot \tilde{\Theta}_m(\rho) \quad (23)$$

У реальних технологічних процесах температура в кінці зони нагріву, як правило, невідома. Тому при моделюванні такого процесу перша крайова умова не завжди адекватно описує температурний розподіл. Замість першої крайової умови введемо нелокальну інтегральну умову, що визначає баланс енергії зони відпалу.

$$c\rho_n \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0-\Delta} [T_1(r, z) - T_0] r dr d\varphi dz + c\rho_n \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{r_0-\Delta}^{r_0} [T_2(r, z) - T_0] r dr d\varphi dz + \frac{r_0 \alpha L}{v} \int_0^L \int_0^{2\pi} [T_2(r, z) - T_c] d\varphi dz = \frac{J^2 \rho_0 L}{\pi^2 S^2 v} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} [1 + \beta T_2(r, z)] r dr d\varphi dz, \quad (24)$$

де $T_1(r, z)$ – температура внутрішнього циліндра, $T_2(r, z)$ – температура зовнішнього циліндра. Після переходу до безрозмірних координат, перетворень, використовуючи умову спряження, задачу визначення температурного розподілу у внутрішньому циліндрі з використанням нелокальної інтегральної умови можна записати у вигляді

$$\eta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \eta^2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - Pe \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad 0 < \rho < 1, \quad 0 < x < 1, \quad (25)$$

$$u(\rho, 0) = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0, \quad (26)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 u(\rho, x) \rho d\rho dx = M + N \int_0^1 u(1, x) dx, \quad (27)$$

де

$$M = \frac{I^2 \rho_0 L (1 + \beta T_0) + 2\pi^2 S r_0 \alpha L (T_c - T_0)}{2\pi^2 S v c \rho_n T_c (r_0 - \Delta)^2},$$

$$N = \frac{I^2 \rho_0 L \beta - \pi^2 S v c \rho_n \Delta (2r_0 - \Delta) - 2\pi^2 S r_0 \alpha L}{2\pi^2 S v c \rho_n (r_0 - \Delta)^2} \quad (28)$$

Застосуємо метод поділу змінних [3]. Шукаємо розв'язок у вигляді добутку: $u(\rho, x) = T(x) \cdot R(\rho)$. При цьому приходимо до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь з параметром μ :

$$\eta^2 R'' + \eta^2 \frac{1}{\rho} R' - \mu R = 0 \quad (29)$$

$$T'' - Pe T' + \mu T = 0 \quad (30)$$

Загальний розв'язок рівняння (29) має вигляд:

$$R(\rho) = C_{11} I_0\left(\frac{\sqrt{\lambda} \rho}{\eta}\right) + C_{12} K_0\left(\frac{\sqrt{\lambda} \rho}{\eta}\right), \quad (31)$$

де $I_0(x)$, $K_0(x)$ – функції Бесселя.

З крайової умови (26) випливає, що $\left. \frac{\partial R}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0$, а це можливо при $C_{12} = 0$. Нетривіальні розв'язки

рівняння (30), з урахуванням крайової умови (26), існують тільки при $\mu > \frac{Pe^2}{4}$.

$$T(x) = C_{21} \sin\left(\frac{\sqrt{Pe^2 - 4\mu}}{2} x\right) + C_{22} \cos\left(\frac{\sqrt{Pe^2 - 4\mu}}{2} x\right), \quad (32)$$

а з (26) випливає, що $T(0) = 0$, тому приймаємо $C_{22} = 0$.

Отже, розв'язок рівняння (25), що задовольняє умовам (26) має вигляд

$$u(\rho, x) = C \cdot I_0\left(\frac{\sqrt{\mu}\rho}{\eta}\right) e^{\frac{Pe}{2}x} \sin(\sigma x), \quad (33)$$

де
$$\sigma = \frac{\sqrt{Pe^2 - 4\mu}}{2}.$$

З іншого боку, зрозуміло, що шукана функція приймає найбільше значення на границі області при

$x = 1$, тому приймаємо $\sigma = \frac{\pi}{2}$, тоді $\mu = \frac{Pe^2 + \pi^2}{4}$. Для визначення константи C у виразі (33)

зажаємо виконання умови (27). Після перетворень маємо

$$C = \frac{M(Pe^2 + 4\sigma^2)}{4\left(e^{\frac{Pe}{2}} \frac{Pe}{2} + \frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{\mu}}{\eta} I_1\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\eta}\right) - NI_0\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\eta}\right)\right)} \quad (34)$$

Підставивши (34) в (33), отримаємо розв'язок задачі (25)- (27) у вигляді

$$u(\rho, x) = \frac{M(Pe^2 + 4\sigma^2)}{4\left(e^{\frac{Pe}{2}} \frac{Pe}{2} + \frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{\mu}}{\eta} I_1\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\eta}\right) - NI_0\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\eta}\right)\right)} I_0\left(\frac{\sqrt{\mu}\rho}{\eta}\right) e^{\frac{Pe}{2}x} \sin(\sigma x) \quad (35)$$

На рис. 1 зображені графіки температурних розподілів, отримані по розв'язках задачі (8)-(9) (пунктирна лінія) і розв'язкам (35) задачі (25)- (27) (суцільна лінія). Аналізуючи дані чисельних експериментів, можна стверджувати, що розв'язок задачі з інтегральною умовою (27) більш точно визначає температурний розподіл.

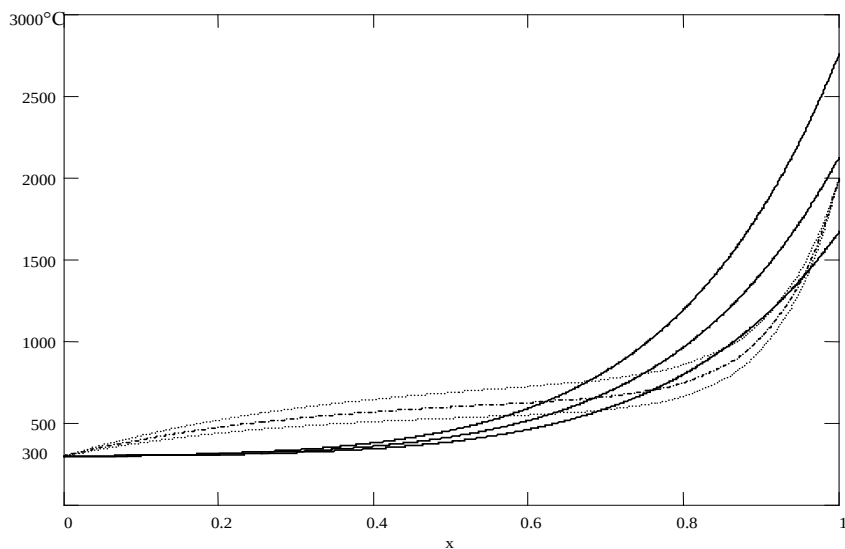


Рис.1 Графіки температурних розподілів при різних значеннях сили струму

$T_c = 298^\circ\text{K}$, $T_0 = 300^\circ\text{K}$, $T_1 = 2000^\circ\text{K}$, $c = 140 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$,
 $\alpha = 90 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{K}$, $\lambda = 126 \text{ Вт/м}\cdot\text{K}$, $\rho_n = 19.1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$,
 $r_0 = 0.005 \text{ м}$, $\Delta = 0.001 \text{ м}$, $L = 0.5 \text{ м}$,
 $v = 0.0009 \text{ м/с}$,
 1) $I = 320 \text{ А}$, 2) $I = 350 \text{ А}$, 3) $I = 380 \text{ А}$

Застосування нелокальної інтегральної умови розширює можливість моделювання процесів з урахуванням законів збереження енергії.

ЛІТЕРАТУРА

1. Свенчанский А.Д. Перспективы развития электротермии и электротермического оборудования. // Современное состояние электропечестроения. - М.: Информэлектро, 1975. - 68 с.
2. Ляшенко В.П. Индукционный нагрев движущейся проволоки // Нелинейные дифференциальные уравнения в прикладных задачах. - К.: Ин-т математики АН УССР, 1984.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1972, -735 с.

УДК 517.95+518.517+532.533

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ЗМЕЕВИКАМ

Максименко-Шейко К.В., аспирант, Рвачев В.Л., д.ф.-м.н., профессор, академик НАН Украины,
Шейко Т.И., д.т.н., профессор

Институт проблем машиностроения им. А.Н.Подгорного НАН Украины.

В работе построены математические модели движения вязкой несжимаемой жидкости по змеевикам. Получены уравнения Навье-Стокса и неразрывности движения в криволинейных неортогональных координатах. Для определения распределения давления в жидкости по известному распределению скоростей сформулирована задача Неймана для уравнения Пуассона. Для змеевиков бесконечной длины с постоянным сечением трехмерная задача сведена к плоской.

Ключевые слова: змеевик, несжимаемая вязкая жидкость, уравнение Навье-Стокса, криволинейные неортогональные координаты, обобщенные координаты, тензор скоростей деформаций, тензор напряжений, метрический тензор, символы Кристоффеля.

Максименко-Шейко К.В., Рвачев В.Л., Шейко Т.И. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ РУХУ В'ЯЗКОЇ НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ ПО ЗМІЙОВИКАХ / Інститут проблем машинобудування А.М.Підгорного НАН України.

У роботі побудовані математичні моделі руху в'язкої нестисливої рідини по змійовиках. Отримані рівняння Нав'є-Стокса і нерозривності руху в криволінійних неортогональних координатах. Для визначення розподілення тиску в рідині за відомим розподіленням швидкостей сформульована задача Неймана для рівняння Пуассона. Для змійовиків нескінченної довжини з постійним перерізом тривимірний задачка зведена до плоскої.

Ключові слова: змійовик, нестислива в'язка, рівняння Нав'є-Стокса, криволінійні неортогональні координати, тензор швидкостей деформацій, тензор напруг, метричний тензор, символи Крістоффеля.

Maksymenko-Sheyko K.V., Rvachev V.L., Sheyko T.I. MATHEMATICAL MODELS OF INCOMPRESSIBLE VISCOUS LIQUID MOTION IN COILED PIPES / Institute for problems of mechanical engineering by A.N.Podgorny Ukrainian NAS.

In the paper the mathematical models of incompressible viscous liquid motion in coiled pipes are constructed. The equations of Navier-Stokes and continuity of motion in curvilinear non-orthogonal coordinates are obtained. For definition of pressure profile in a liquid on a known velocity distribution the problem of Neumann for a Poisson equation is formulated. For coiled pipes of infinite length with uniform cross section the 3D problem is reduced to 2D.

Key words: coiled pipe, incompressible viscous liquid, equation of Navier-Stokes, curvilinear non-orthogonal coordinates, tensor of speeds of deformations, tensor of pressure(voltage), metric tensor, symbols of Christoffel.

Закрученные потоки широко используются в энергетических установках для интенсификации тепло- и массообмена в каналах, в газотурбинных и ракетных двигателях, в вихревых МГД-генераторах и др. Как отмечено в работах члена-корреспондента НАН Украины Халатова А.А. [3], среди разнообразных способов закрутки потока (шнеки, оребрение, спиральные накладки) скрученные трубы и змеевики — простое и удобное средство для интенсификации тепло- и массообмена. Большинство математических моделей течения несжимаемой вязкой жидкости сформулировано в ортогональных координатах (декартовых, цилиндрических, сферических) [1]. Известен ряд работ [5-7], в которых трехмерное физическое поле (скалярное, векторное) может быть описано как двухмерное в криволинейных неортогональных системах координат для естественно- скрученных цилиндров и змеевиков. Целью данной работы является построение математической модели течения несжимаемой вязкой жидкости в криволинейных неортогональных координатах для змеевиков постоянного поперечного сечения и рассмотрение еще одного класса трехмерных задач, которые могут быть сведены к двухмерным.

Уравнение движения несжимаемой вязкой жидкости (уравнение Навье-Стокса) при $\mu = \text{const}$ имеет вид [1,2]:

$$\rho \frac{\partial V_i}{\partial t} + \rho V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k} = \rho f_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_k \partial x_k} \quad (1)$$

или, в векторной записи,

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = \rho \vec{f} - \nabla P + \mu \Delta \vec{V}, \quad (2)$$

где ρ — плотность, μ — коэффициент вязкости жидкости, $\vec{f}$ — интенсивность массовых сил,

$p_{ik} = -P\delta_{ik} + 2\mu V_{ik}$ — тензор напряжений, P — гидростатическое давление, $V_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right)$

— тензор скоростей деформаций, $V_{ll} \equiv \text{div} \vec{V} = 0$ — свертка тензора скоростей деформаций или уравнение неразрывности движения.

Пусть поле скоростей есть функция времени t и обобщенных координат x^1, x^2, x^3 , т.е. $\vec{V} = \vec{V}(x^1, x^2, x^3, t)$. Тогда приращение скорости частицы жидкости при перемещении из точки с координатами x^i в точку $x^i + dx^i$ равно

$$d\vec{V} = d\vec{V}_{\text{лок}} + d\vec{V}_{\text{конв}},$$

где $d\vec{V}_{\text{лок}} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dt$ — локальная часть изменения скорости, а $d\vec{V}_{\text{конв}} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x^k} dx^k$ — конвективная

часть изменения скорости, т.е. $\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial x^k} V^k$. Здесь $V^k = \frac{dx^k}{dt}$ — контравариантные

компоненты скорости. Отсюда, учитывая определение контравариантной производной $\frac{\partial \vec{V}}{\partial x^k} \vec{e}^i \equiv V_{,k}^i$,

получим контравариантные компоненты ускорения [2]:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} \vec{e}^i = \left(\frac{dV}{dt} \right)^i = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \vec{e}^i + \frac{\partial \vec{V}}{\partial x^k} \vec{e}^i V^k = \frac{\partial V^i}{\partial t} + V^k V_{,k}^i \quad (3)$$

Вычислим $p_{,k}^{ik}$ — дивергенцию тензора напряжений.

$$p_{,k}^{ik} = -P_{,k} g^{ik} + 2\mu V_{,k}^{ik}. \quad \text{Но} \quad V_{,k}^{ik} = g^{il} g^{km} \frac{1}{2} [(V_{i,m})_{,k} + (V_{m,i})_{,k}] = \frac{1}{2} g^{km} (V_{m,i}^i)_{,k} + \frac{1}{2} g^{il} (V_{l,i}^k)_{,k}.$$

Предполагая, что $\frac{\partial^2 V^i}{\partial x^k \partial x^l} = \frac{\partial^2 V^i}{\partial x^l \partial x^k}$, получим $(V_{l,i}^i)_{,k} = (V_{k,i}^i)_{,l}$.

Таким образом, в случае обобщенных координат вместо (1) имеем:

$$\rho \frac{\partial V^i}{\partial t} + \rho V^k V_{,k}^i = \rho f^i - g^{ik} \frac{\partial P}{\partial x^k} + \mu g^{km} (V_{m,i}^i)_{,k}. \quad (4)$$

Змеевики так же, как и скрученные трубы [3], являются простым и удобным средством, способствующим процессам интенсификации тепло- и массообмена.

Для построения уравнения бесконечного змеевика рассмотрим тор с сечением, уравнение границы которого $\omega(\sqrt{x^2 + y^2} - c, z) = 0$. Предполагается, что функция $\omega(\sqrt{x^2 + y^2} - c, z)$ нормализована

[4], т.е. $\frac{\partial \omega}{\partial n} \Big|_{\partial \Omega} = 1$, где n — внутренняя, нормаль к $\partial \Omega$. После подстановки $z \Leftarrow z - \alpha \arctg \frac{y}{x}$, где

$\alpha = \frac{H}{2\pi}$, в уравнение $\omega(\sqrt{x^2 + y^2} - c, z) = 0$, получим уравнение

$$\omega_b(x, y, z) \equiv \omega\left(\sqrt{x^2 + y^2} - c, z - \alpha \arctg \frac{y}{x}\right) = 0 \text{ бесконечной поверхности } \partial\Omega_b \text{ (Рис.1) [5,6,7],}$$

ограничивающей область Ω_b змеевика, с шагом H и поперечным сечением $\partial\Omega$. Нормализованное

уравнение этой поверхности будет: $\omega_1(x, y, z) \equiv \frac{\omega(r - c, \hat{z})}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{r^2} \left(\frac{\partial\omega}{\partial\hat{z}}\right)^2}} = 0$, т.е. $\frac{\partial\omega_1}{\partial n_1} \Big|_{\partial\Omega_b} = 1$, где n_1 —

внутренняя нормаль к $\partial\Omega_b$, а $\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \hat{z} = z - \alpha \arctg \frac{y}{x} \end{cases}$. Заметим, что для змеевиков $r \neq 0$.

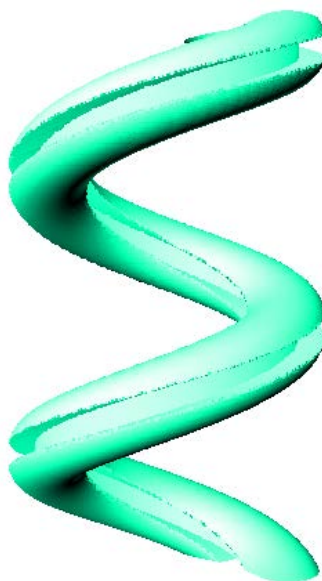


Рис. 1. Фрагмент змеевика сложного поперечного сечения, построенный в системе РАНОК [8].

Рассмотрим неортогональные криволинейные координаты, связанные с декартовыми соотношениями:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \\ z = \hat{z} + \alpha \varphi \end{cases} \quad (5)$$

и выпишем ковариантные $g_{ik} = \sum_l \frac{\partial x_l}{\partial x_i} \frac{\partial x_l}{\partial x_k}$ и контравариантные $g^{ik} = \frac{G^{ik}}{g}$ составляющие метрического тензора

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha^2 + r^2 & \alpha \\ 0 & \alpha & 1 \end{pmatrix}; g^{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & \frac{\alpha}{r^2} \\ 0 & \frac{\alpha}{r^2} & \frac{\alpha^2 + r^2}{r^2} \end{pmatrix}; \quad g = \det(g_{ik}) = r^2,$$

где G^{ik} — алгебраическое дополнение g_{ik} в определителе $g = \det(g_{ik})$.

Отличными от нуля символы Кристоффеля первого $\Gamma_{i,jk} = \Gamma_{i,kj} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{ij}}{\partial x_k} + \frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j} - \frac{\partial g_{kj}}{\partial x_i} \right)$ и второго $\Gamma_{jk}^i = \Gamma_{kj}^i = g^{il} \Gamma_{l,jk}$ рода будут следующие:

$$\Gamma_{1,22} = \Gamma_{1,22} = -r; \Gamma_{2,12} = \Gamma_{2,21} = r; \Gamma_{22}^1 = \Gamma_{22}^1 = -r; \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = \frac{1}{r}.$$

Уравнение Навье-Стокса в обобщенных координатах для установившегося движения несжимаемой вязкой жидкости в случае отсутствия массовых сил имеет вид:

$$\rho V^k V_{;k}^i = -g^{ik} \frac{\partial P}{\partial x^k} + \mu g^{km} (V_{;m}^i)_{;k} \quad (6)$$

Вычисления для первых производных $V_{;k}^i = \frac{\partial V^i}{\partial x^k} + V^j \Gamma_{jk}^i$ дают:

$$\begin{aligned} V_{,1}^1 &= \frac{\partial V^r}{\partial r}; V_{,2}^1 = \frac{\partial V^r}{\partial \varphi} - V^\varphi r; V_{,3}^1 = \frac{\partial V^r}{\partial z}; V_{,1}^2 = \frac{\partial V^\varphi}{\partial r} + \frac{V^\varphi}{r}; V_{,2}^2 = \frac{\partial V^\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V^r}{r}; \\ V_{,3}^2 &= \frac{\partial V^\varphi}{\partial z}; V_{,1}^3 = \frac{\partial V^z}{\partial r}; V_{,2}^3 = \frac{\partial V^z}{\partial \varphi}; V_{,3}^3 = \frac{\partial V^z}{\partial z}. \end{aligned}$$

(Здесь и ниже для простоты записи под z подразумевается $\hat{z}$.)

Вычисления для вторых производных $(V_{,m}^i)_{;k} = \frac{\partial V_{,m}^i}{\partial x^k} + V_{,m}^j \Gamma_{jk}^i - V_{,j}^i \Gamma_{mk}^j$ дают:

$$\begin{aligned} (V_{,1}^1)_{,1} &= \frac{\partial V_{,1}^1}{\partial x^1} = \frac{\partial^2 V^r}{\partial r^2}; (V_{,2}^1)_{,2} = \frac{\partial V_{,2}^1}{\partial x^2} - V_{,2}^2 r + V_{,1}^1 r = \frac{\partial^2 V^r}{\partial \varphi^2} - 2r \frac{\partial V^\varphi}{\partial \varphi} - V^r + r \frac{\partial V^r}{\partial r}; \\ (V_{,2}^1)_{,3} &= (V_{,3}^1)_{,2} = \frac{\partial V_{,2}^1}{\partial x^3} = \frac{\partial^2 V^r}{\partial \varphi \partial z} - r \frac{\partial V^\varphi}{\partial z}; (V_{,3}^1)_{,3} = \frac{\partial V_{,3}^1}{\partial x^3} = \frac{\partial^2 V^r}{\partial z^2}; \\ (V_{,1}^2)_{,1} &= \frac{\partial V_{,1}^2}{\partial x^1} + \frac{V_{,1}^2}{r} = \frac{\partial^2 V^\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V^\varphi}{\partial r}; \\ (V_{,2}^2)_{,2} &= \frac{\partial V_{,2}^2}{\partial x^2} + \frac{V_{,2}^2}{r} + V_{,1}^2 r = \frac{\partial^2 V^\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V^r}{\partial \varphi} + r \frac{\partial V^\varphi}{\partial r}; \\ (V_{,2}^2)_{,3} &= (V_{,3}^2)_{,2} = \frac{\partial V_{,2}^2}{\partial x^3} = \frac{\partial^2 V^\varphi}{\partial \varphi \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V^r}{\partial z}; (V_{,3}^2)_{,3} = \frac{\partial V_{,3}^2}{\partial x^3} = \frac{\partial^2 V^\varphi}{\partial z^2}; (V_{,1}^3)_{,1} = \frac{\partial V_{,1}^3}{\partial x^1} = \frac{\partial^2 V^z}{\partial r^2}; \\ (V_{,2}^3)_{,2} &= \frac{\partial V_{,2}^3}{\partial x^2} + V_{,1}^3 r = \frac{\partial^2 V^z}{\partial \varphi^2} + r \frac{\partial V^z}{\partial r}; (V_{,2}^3)_{,3} = (V_{,3}^3)_{,2} = \frac{\partial V_{,2}^3}{\partial x^3} = \frac{\partial^2 V^z}{\partial \varphi \partial z}; (V_{,3}^3)_{,3} = \frac{\partial V_{,3}^3}{\partial x^3} = \frac{\partial^2 V^z}{\partial z^2}; \end{aligned}$$

Таким образом, в нашем случае в криволинейных неортогональных координатах (5) уравнения Навье-Стокса приводятся к виду:

$$\begin{aligned}
& V^r \frac{\partial V^r}{\partial r} + V^\varphi \left(\frac{\partial V^r}{\partial \varphi} - V^\varphi r \right) + V^z \frac{\partial V_r}{\partial z} = \\
& = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 V^r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 V^r}{\partial \varphi^2} - 2r \frac{\partial V^\varphi}{\partial \varphi} - V^r + r \frac{\partial V^r}{\partial r} \right) - \frac{2\alpha}{r^2} \left(\frac{\partial^2 V^r}{\partial \varphi \partial z} - r \frac{\partial V^\varphi}{\partial z} \right) + \frac{\alpha^2 + r^2}{r^2} \frac{\partial^2 V^r}{\partial z^2} \right]; \\
& V^r \left(\frac{\partial V^\varphi}{\partial r} + \frac{V^\varphi}{r} \right) + V^\varphi \left(\frac{\partial V^\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V^r}{r} \right) + V^z \frac{\partial V^\varphi}{\partial z} = \\
& = -\frac{1}{r^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{\alpha}{r^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 V^\varphi}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial V^\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V^\varphi}{\partial \varphi^2} - \frac{2\alpha}{r^2} \left(\frac{\partial^2 V^\varphi}{\partial \varphi \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V^r}{\partial z} \right) + \frac{\alpha^2 + r^2}{r^2} \frac{\partial^2 V^\varphi}{\partial z^2} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial V^r}{\partial \varphi} \right]; \\
& V^r \frac{\partial V^z}{\partial r} + V^\varphi \frac{\partial V^z}{\partial \varphi} + V^z \frac{\partial V^z}{\partial z} = \\
& = \frac{\alpha}{r^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \varphi} - \frac{\alpha^2 + r^2}{r^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 V^z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 V^z}{\partial \varphi^2} + r \frac{\partial V^z}{\partial r} \right) - \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial^2 V^z}{\partial \varphi \partial z} + \frac{\alpha^2 + r^2}{r^2} \frac{\partial^2 V^z}{\partial z^2} \right]
\end{aligned}$$

Подставляя физические компоненты вектора скорости $\tilde{V}_r = V^r$; $\tilde{V}_\varphi = \sqrt{\alpha^2 + r^2} V^\varphi$; $\tilde{V}_z = V^z$ и переходя к безразмерному виду, имеем:

$$\begin{aligned}
& \left(\tilde{\nabla} \tilde{V} \right) \tilde{V}^r - \frac{\tilde{V}^{\varphi^2} r}{\alpha^2 + r^2} = -Eu \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\Delta \tilde{V}^r + \frac{2}{r \sqrt{\alpha^2 + r^2}} \left(\alpha \frac{\partial \tilde{V}^\varphi}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{V}^\varphi}{\partial \varphi} \right) - \frac{\tilde{V}^r}{r^2} \right]; \\
& \left(\tilde{\nabla} \tilde{V} \right) \tilde{V}^\varphi + \frac{\tilde{V}^r \tilde{V}^\varphi (r^2 + 2\alpha^2)}{r(\alpha^2 + r^2)} = Eu \sqrt{\alpha^2 + r^2} \left(-\frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \\
& + \frac{1}{\text{Re}} \left[\Delta \tilde{V}^\varphi + \frac{2\alpha^2}{r(\alpha^2 + r^2)} \frac{\partial \tilde{V}^\varphi}{\partial r} - \frac{4\alpha^2 + r^2}{(\alpha^2 + r^2)^2} \tilde{V}^\varphi - \frac{2\sqrt{\alpha^2 + r^2}}{r^3} \left(\alpha \frac{\partial \tilde{V}^r}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{V}^r}{\partial \varphi} \right) \right]; \\
& \left(\tilde{\nabla} \tilde{V} \right) \tilde{V}^z = Eu \left(\frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial P}{\partial \varphi} - \frac{\alpha^2 + r^2}{r^2} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left[\Delta \tilde{V}^z + \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{V}^z}{\partial \varphi \partial z} \right].
\end{aligned} \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned}
& \left(\tilde{\nabla} \right) f = \tilde{V}^r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\tilde{V}^\varphi}{\sqrt{\alpha^2 + r^2}} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + \tilde{V}^z \frac{\partial f}{\partial z}, \\
& \Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} - \frac{2\alpha}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi \partial z} + \frac{\alpha^2 + r^2}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.
\end{aligned}$$

(Заметим, что при $\alpha = 0$ получаем уравнения в цилиндрической системе координат.)

Граничные условия формулируются как условие прилипания частиц жидкости к твердой стенке. Это означает отсутствие как нормальной к твердой поверхности относительной скорости между частицами жидкости и близлежащими точками поверхности, так и касательных составляющих относительной скорости т.е. отсутствие скорости скольжения жидкости по поверхности. Таким образом

$$\left. \vec{V} \right|_{\partial \Omega} = 0 \tag{8}$$

Уравнение неразрывности движения имеет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{V} &\equiv \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{|g|} V^i) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x^1} (r V^1) + \frac{\partial}{\partial x^2} (V^2) + \frac{\partial}{\partial x^3} (V^3) = \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{V}^r) + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + r^2}} \frac{\partial \tilde{V}^\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{V}^z}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

По известному распределению скоростей распределение давления в жидкости может быть найдено путем решения уравнения типа Пуассона, которое получается применением к уравнению Навье-Стокса операции div .

$$-\Delta P = \operatorname{div}(\rho(\vec{V} \nabla) \vec{V}) - \operatorname{div}(\mu \Delta \vec{V})$$

Так как $\Delta \vec{V} = \nabla \operatorname{div} \vec{V} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{V}$, $\operatorname{div} \vec{V} = 0$, $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{A} = 0$, то $\operatorname{div} \Delta \vec{V} = 0$, и, следовательно,

$$-\Delta P = \rho \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\sqrt{g} (V^k V_{,k}^i) \right]$$

$$-\Delta P = \rho \frac{1}{\sqrt{g}} \left\{ (V^k V_{,k}^i) \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial x^i} + \sqrt{g} V_{,i}^k V_{,k}^i + \sqrt{g} V^k (V_{,k}^i)_{,i} \right\}$$

Так как $(V_{,k}^i)_{,i} = (V_{,i}^i)_{,k}$, а $(V_{,i}^i) = 0$, то

$$-\Delta P = \rho \left\{ \frac{1}{\sqrt{g}} (V^k V_{,k}^i) \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial x^i} + V_{,i}^k V_{,k}^i \right\}.$$

В нашем случае $g = r^2$, и поэтому

$$\begin{aligned} -\Delta P &= \rho \left\{ \frac{1}{r} (V^k V_{,k}^1) + V_{,i}^k V_{,k}^i \right\} \\ -\frac{1}{\rho} \Delta P &= \frac{1}{r} \left(V^r \frac{\partial V^r}{\partial r} + V^\varphi \left(\frac{\partial V^r}{\partial \varphi} - V^\varphi r \right) + V^z \frac{\partial V^r}{\partial z} \right) + \\ &+ 2 \left(\left(\frac{\partial V^\varphi}{\partial r} + \frac{V^\varphi}{r} \right) \left(\frac{\partial V^r}{\partial \varphi} - V^\varphi r \right) + \frac{\partial V^z}{\partial r} \frac{\partial V^r}{\partial z} + \frac{\partial V^z}{\partial \varphi} \frac{\partial V^\varphi}{\partial z} - \frac{\partial V^r}{\partial r} \left(\frac{\partial V^\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V^r}{r} \right) - \right. \\ &\left. - \frac{\partial V^z}{\partial z} \left(\frac{\partial V^\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V^r}{r} \right) - \frac{\partial V^r}{\partial r} \frac{\partial V^z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Граничное условие:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial P}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} &= (\nabla P \cdot \nabla \omega) \Big|_{\partial \Omega} = g_{ik} g^{ij} g^{km} \frac{\partial P}{\partial x^j} \frac{\partial \omega}{\partial x^m} \Big|_{\partial \Omega} = \\ &= \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} - \frac{\alpha}{r^2} \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi} \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \right) + \frac{\alpha^2 + r^2}{r^2} \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} \Big|_{\partial \Omega} = \\ &= \mu \left[\Delta \tilde{V}^r + \frac{2}{r \sqrt{\alpha^2 + r^2}} \left(\alpha \frac{\partial \tilde{V}^\varphi}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{V}^\varphi}{\partial \varphi} \right) \right] \frac{\partial \omega}{\partial r} + \\ &+ \mu \left[\Delta \tilde{V}^\varphi + \frac{2\alpha^2}{r(\alpha^2 + r^2)} \frac{\partial \tilde{V}^\varphi}{\partial r} - \frac{2\sqrt{\alpha^2 + r^2}}{r^3} \left(\alpha \frac{\partial \tilde{V}^r}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{V}^r}{\partial \varphi} \right) \right] \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} + \mu \left[\Delta \tilde{V}^z + \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{V}^z}{\partial \varphi \partial z} \right] \frac{\partial \omega}{\partial z} \end{aligned} \quad (10)$$

Для разрешимости задачи (9) при условии (10), т.е. неоднородной задачи Неймана $\frac{\partial p}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega} = f(r, \varphi, z)$

для уравнения Пуассона $-\Delta p = F(r, \varphi, z)$ необходимо выполнение условия:

$$\int_{\Omega} F d\Omega = \int_{\partial\Omega} f d\partial\Omega, \quad (11)$$

Но так как $\vec{F} = \text{div}(\rho(\vec{V}\nabla)\vec{V} + \mu\Delta\vec{V})$, а $f = ((\rho(\vec{V}\nabla)\vec{V} + \mu\Delta\vec{V}) * \vec{n})$, имеем

$$\int_{\Omega} \text{div}\left(\left(\vec{V} * \nabla\right)\vec{V} - \frac{1}{\text{Re}}\Delta\vec{V}\right) d\Omega = \int_{\partial\Omega} \left(\left(\left(\vec{V} * \nabla\right)\vec{V} - \frac{1}{\text{Re}}\Delta\vec{V}\right) * \vec{n}\right) d\partial\Omega, \quad (12)$$

то есть формулу Остроградского:

$$\int_{\Omega} \text{div}\vec{\Psi} d\Omega = \int_{\partial\Omega} (\vec{\Psi} * \vec{n}) d\partial\Omega,$$

которая справедлива для любого $\vec{\Psi}$, а, следовательно, и для любого вектора скорости, т.е. условие выполняется автоматически.

Так как вектор скорости направлен по касательной к линии тока, то для змеевика постоянного поперечного сечения положим: $V^r = 0$; $V^z = 0$. Тогда из уравнения неразрывности движения получим:

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + r^2}} \frac{\partial \check{V}^\varphi}{\partial \varphi} = 0;$$

Следовательно, $\check{V}^\varphi = \check{V}^\varphi(r, z)$.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\alpha}{\alpha^2 + r^2} \frac{\partial P}{\partial \varphi}$$

Тогда:
$$\mu \left[\Delta \check{V}^\varphi + \frac{2\alpha^2}{r(\alpha^2 + r^2)} \frac{\partial \check{V}^\varphi}{\partial r} - \frac{4\alpha^2 + r^2}{(\alpha^2 + r^2)^2} \check{V}^\varphi \right] = -\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + r^2}} \frac{\partial P}{\partial \varphi}; \quad (13)$$

$$V^\varphi\Big|_{\partial\Omega} = 0 \quad (14)$$

$$-\frac{1}{\rho} \Delta P = -\frac{3\alpha^2 + r^2}{(\alpha^2 + r^2)^2} V^{\varphi^2} - \frac{2r}{\alpha^2 + r^2} V^\varphi \frac{\partial V^\varphi}{\partial r} \quad (15)$$

$$\frac{\partial P}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega} = \frac{2\alpha\mu}{r\sqrt{\alpha^2 + r^2}} \frac{\partial V^\varphi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial r} \quad (16)$$

Таким образом, от трехмерных краевых задач (7)-(10) приходим к двумерным задачам (13)-(16), для решения которых могут быть применены методы наименьших квадратов или Бубнова-Галеркина для (13)-(14) и метод Рунге для (15)-(16) на основе теории R-функций [4]. Следует отметить, что вывод системы (7) в криволинейных неортогональных координатах позволит получать решения существенно трехмерных задач. Использование метода R-функций дает возможность рассматривать змеевики неклассических поперечных сечений, строить нормализованные уравнения их поверхностей и структуры решений, точно удовлетворяющие граничным условиям разных типов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М., Наука, 1970. — 904 с.

2. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. Харьков, Вища школа, 1978. — 216 с.
3. Халатов А.А., Авраменко А.А., Шевчук И.В. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил. В 4-х т. — Киев, Ин-т техн.теплофизики НАН Украины, 2000. -Т.3: Закрученные потоки. — 474 с.
4. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые её приложения. К., Наук. думка, 1982. — 552 с.
5. Лурье А.И., Джанелидзе Г.Ю. Задача Сен-Венана для естественно-скрученных стержней // ДАН СССР, 1939, № 1, т.XXIV, с. 23-26.
6. Максименко-Шейко К.В. Исследование течения несжимаемой вязкой жидкости в скрученных каналах сложного профиля методом R-функций. Проблемы машиностроения, 2001, т.4, №3-4, с.108-116.
7. Максименко-Шейко К.В., Рвачев В.Л. Шейко Т.И. Математические модели физических полей в скрученных цилиндрах произвольного сечения. Вестник Запорожского государственного университета, 2001, №1, с.54-60.
8. Максименко-Шейко К.В., Шейко Т.И. Математические модели физических полей в змеевиках произвольного сечения. Вестник Запорожского государственного университета, 2002, №2, с.65-74.
9. Рвачев В.Л., Толок А.В., Уваров Р.А., Шейко Т.И. Новые подходы к построению уравнений трехмерных локусов с помощью R-функций. // Вестник Запорожского государственного университета, 2000, №2, с.119-130.
10. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М., Наука, 1970. — 512 с.
11. Михлин С.Г. Прямые методы в математической физике. — М.-Л., ГИТТЛ, 1950. — 428с.
12. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. М., Л., Гостехиздат, 1950. — 695 с.

УДК 681.3:771.537.442

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО МАССИВА ДАННЫХ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ТРЕХМЕРНЫХ СЦЕН

Мыльцев А.М., аспирант, Толок А.В., к.т.н., доцент

Запорожский государственный университет

В статье представлена модель визуализации динамического массива данных при построении трехмерных сцен. Модель основана на рекурсивном уточнении математически описанной области определения. Используемый в данной работе трехмерный динамический массив выступает как структура данных для хранения результатов вычислений алгоритма. В статье сформулированы алгоритмы визуализации и пересортировки массива данных при построении различных проекций трехмерных сцен и приведены результаты работ этих алгоритмов.

Ключевые слова: визуализация, трехмерная сцена, подобласти сцены, тело объекта, структура данных, воксель, мировые координаты, видовые координаты, плоские координаты, трибитовый индекс.

Мыльцев О.М., Толок О.В. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ДИНАМІЧНОГО МАСИВУ ДАНИХ ПРИ ПОБУДОВІ ТРИВИМІРНИХ СЦЕН / Запорізький державний університет, Україна.

У статті пропонується модель візуалізації динамічного масиву даних при побудові тривимірних сцен. Модель основана на рекурсивному уточненні математично описаної області визначення. Тривимірний динамічний масив, що використовується в цій роботі, виступає як структура даних для зберігання результатів обчислень алгоритму. У статті сформульовані алгоритми візуалізації та пересортування масиву даних при побудові різноманітних проекцій тривимірних сцен та наведені результати робіт цих алгоритмів.

Ключові слова: візуалізація, тривимірна сцена, підобласті сцени, тіло об'єкта, структура даних, воксель, світові координати, видові координати, плоскі координати, трибітовий індекс.

Miltsev A., Tolok A. MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC DATA ARRAY VISUALIZATION IN CONSTRUCTION OF THREE-DIMENSIONAL SCENES / Zaporizhzhya state university, Ukraine.

The model of dynamic data array visualization used in construction of three-dimensional scenes is presented in the article. This model is based on the algorithm of recursive specification of mathematically described definitional domain. Three-dimensional dynamic array, used in the given work, functions as a data structure for storing the outputs of an algorithm. The algorithms of data array visualization and regarding of different three-dimensional scenes projections construction are formulated and the results of works of these algorithms are given in the article.

Key words: visualization, three-dimensional scene, subregions of a scene, body of object, data structure, voxel, world coordinates, landscape coordinates, flat coordinates, three-bit index.

ВВЕДЕНИЕ

Компьютерная графика реального времени, ориентированная на визуализацию трехмерных сцен, за последнее время достигла огромных успехов. Отмечается значительный рост систем в области визуализации объемов, но большинство из них основаны на полигональном задании объектов. И хотя достигнут достаточно высокий реализм отображаемых сцен, существует ряд задач, например, отображение больших районов местности, где требуется хранить и отображать сцены, содержащие намного больше полигонов, чем реализовано в современных системах. В этом случае счет уже пойдет на десятки, а то и сотни тысяч многоугольников, а отображение в реальном времени объектов, заданных таким способом, потребует большого количества времени. К тому же полигональный способ задания трехмерных сцен дает информацию только лишь о поверхности объекта и не позволяет анализировать его внутреннюю структуру. Выходом из сложившейся ситуации послужила новая возможность задания объектов свободными формами в виде вещественных и скалярных функций и объемных областей воксельных массивов. Так, например, можно задать трехмерный объект в виде R-функции, используя ее знак как основную качественную характеристику для определения нулевых, положительных и отрицательных областей значений функции, для моделирования поверхности, внутренней и внешней структуры объекта. По этому принципу разработаны системы, основанные на применении алгоритмов итерационного уточнения трехмерной области [1,2]. Однако основным недостатком подобных алгоритмов остается фактор временных затрат, не позволяющий динамически исследовать модель в различных проекциях. Чтобы изменить проекцию того же объекта, приходится запускать систему итерационного уточнения с новыми параметрами, повторяя весь ход расчетных процедур [3].

В данной работе предлагается математическая модель визуализации трехмерных сцен, основанная на итерационном уточнении математически описанной области определения. В основу ее положен алгоритм частичной сортировки по глубине, позволяющий поэтапно формировать реалистичное изображение по одному из принципов Z-буферного алгоритма. В отличие от существующих Z-буферных сортировок, этот алгоритм имеет рекурсивно направленный поиск заслоняемых элементов, позволяющий резко сократить время обработки трехмерной сцены. При этом конкретный вид и способ представления объекта не имеет особого значения. Данный алгоритм может быть применен для построения изображений произвольных трехмерных объектов, допускающих разбиение на части и отображение отдельной части независимо от остальных. Одним из предложенных нами вариантов сокращения технологии расчета является введение промежуточного динамического массива данных, позволяющего хранить полученную в расчетах информацию для более оперативного создания новых проекций [4].

1. СТРУКТУРА ДАННЫХ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ РЕКУРСИВНО УТОЧНЯЕМЫХ ТРЕХМЕРНЫХ СЦЕН

В описываемой модели рассматриваются трехмерные объекты, заданные свободными формами в виде R-функции, помещенные в замкнутое трехмерное пространство, которое в дальнейшем будем называть трехмерной сценой. В общем случае трехмерная сцена представляет собой куб, содержащий в себе все значения R-функции, характеризующие ее поведение в данном кубическом пространстве.

Для формирования структуры данных применяется известный подход рекурсивного уточнения трехмерной области посредством половинного деления, основанный на алгоритме частичной сортировки по глубине и приводящий в результате к воксельной организации трехмерной сцены изображения [1,2]. Основная идея этого подхода — разбиение трехмерной сцены объекта на восемь равных подобластей при помощи сечений тремя взаимоперпендикулярными плоскостями, определение критериев того, какие из подобластей должны быть изображены раньше остальных, сортировка их на основе некоторого предпорядка и, наконец, отображение каждой подобласти как независимого объекта в установленной ранее последовательности. При отображении подобластей к ним рекурсивно применяется та же процедура разбиения и сортировки, пока не будет достигнута требуемая глубина рекурсии. Регулируя глубину рекурсии, можно получить изображение объекта с той или иной степенью детализации. Надо отметить, что для получения реалистичного изображения обычно достаточно восьми итераций. При этом полученные в результате разбиения подобласти приближаются по размерам к вокселю.

Модель структуры данных реализована в виде трехмерного динамического массива, содержащего результаты расчёта алгоритма итерационного уточнения трехмерной области посредством половинного

деления [4]. Количество элементов трёхмерного массива l зависит от количества итераций m и рассчитывается как $l = 2^{3m}$. Элементы трёхмерного массива представляются индексной адресацией (i, j, k) . Длина индексного направления, выбранного вдоль одной из осей координат исследуемой сцены, составляет $\sqrt[3]{2^{nm}}$ единиц.

Индексная организация восьмиэлементной ячейки массива представляется комбинациями двоичного трехбитового кода (рис.1), а алгоритмы перехода от бинарного представления к индексному представлению позволяют производить увязку между индексным распределением элементов массива и их логическим порядком и определяются следующим образом [4]:

$$i = \sum_{n=L/3}^1 (2I_{3n})^{n-1}$$

$$j = \sum_{n=L/3}^1 (2J_{3n-1})^{n-1}$$

$$k = \sum_{n=L/3}^1 (2K_{3n-2})^{n-1}$$

где $I_{3n}, J_{3n-1}, K_{3n-2}$ - значения элементов для n -ой трёхбитовой комбинации, $n = L/3$ - количество итераций алгоритма уточнения области, L - размерность вектора бинарного представления элемента динамического массива.

Элементами массива являются подобласти трехмерной сцены, полученные в результате работы алгоритма итерационного уточнения трехмерной области на последнем уровне итерации. Каждая такая подобласть содержит либо положительные значения R-функции («внутренний воксель»), либо отрицательные значения («внешний воксель»), либо же нулевые («воксель поверхности»). «Внешние воксели» - это подобласти сцены, не принадлежащие положительному телу объекта, но являющиеся элементами трехмерной сцены. «Внутренние воксели» и «воксели поверхности» - подобласти сцены, принадлежащие соответственно структуре объекта и его поверхности. Использование такой особенности R-функции позволяет определить тип каждой подобласти и исследовать различные части объекта.

В рассмотренной работе для каждого из полученных значений «вокселей» в массиве хранится информация о свойствах функции в центре данной подобласти: один байт на тип «вокселя», определяемый знаком R-функции, и четыре байта на значение цвета, полученное из значений градиента функции в центре «вокселя» и вектора освещения.

Рекурсивная процедура динамического формирования массива данных может быть сформулирована следующим образом:

- **Если** достигнута требуемая глубина рекурсии, то определить для данной подобласти знак функции и вычислить цвет. Записать данные в массив.
- **Иначе** разбить данную область на 8 подобных подобластей, определить их индексы в массиве так, чтобы они отражали трехмерное положение элементов объекта, и применить к каждой из восьми подобластей рекурсивную процедуру динамического формирования массива данных.

Такая структура данных позволяет хранить информацию не только о поверхности исследуемого объекта, а и о всей трехмерной сцене. Хотя объем файла для хранения массива данных и достигает размеров 130 MB при восьми итерациях, однако использование такого подхода позволяет не проводить перерасчетов при построении новых проекций, что существенно уменьшает временные затраты при визуализации трехмерных сцен.

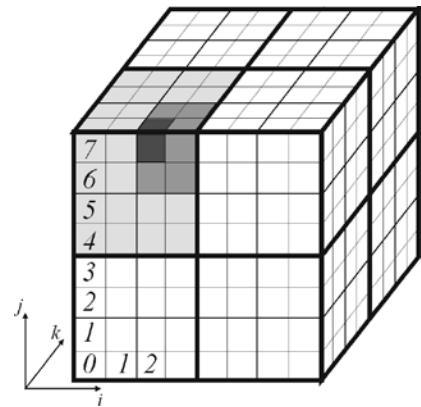


Рис. 1. Пример положения элемента при битовом сочетании 010 110 010

2. АЛГОРИТМ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО МАССИВА ДАННЫХ

2.1 Общая идея

Рассмотренная выше организация трехмерного массива данных позволяет достаточно быстро, и не проводя перерасчетов, строить проекции трехмерной сцены объекта на экранную плоскость, используя известные алгоритмы переноса и поворота в пространстве и перспективное преобразование.

Для дальнейшего объяснения нам требуется ввести некоторые определения.

С каждым визуализируемым объектом связано три системы координат (рис. 2):

1. Пространство объекта — мировые координаты (x_V, y_V, z_V) — система координат, жёстко связанная с отображаемым объектом.

2. Пространство наблюдателя — видовые координаты (x_E, y_E, z_E) — система координат, жёстко связанная с наблюдателем. Плоскость $x_E y_E$ системы координат наблюдателя совпадает с плоскостью экрана, ось z_E направлена вглубь экрана. Ось

x_E направлена вправо, ось y_E — вверх. Начало системы координат наблюдателя всегда лежит в центре прямоугольника вывода, который ограничивает область вывода при отображении объекта. Начало системы координат наблюдателя одновременно является и центром проекции при перспективном преобразовании трёхмерного пространства в двухмерное.

3. Пространство экрана — плоские координаты (x_S, y_S) — плоская система координат, на которую проецируется трёхмерное пространство при перспективном преобразовании.

Начало системы мировых координат, определяющей положение объекта в пространстве, располагается в центре исследуемой трехмерной сцены объекта. Ее базисные векторы x_V, y_V, z_V совпадают по направлению с осями возрастания индексов массива $i, j, k : i = j = k = [0, ..., 2^m - 1]$, где m - количество итераций.

Смещение системы мировых координат относительно пространства наблюдателя определяется вектором $spo = o_E o_R = (0, 0, o_V)$.

Переход от мировых координат к действительным осуществляется через матрицу перехода

$$spb = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}, \text{ столбцами которой являются координаты векторов базиса системы мировых координат объекта в видовых координатах:}$$

$$t_E = spb * t_V + spo \quad (1)$$

где $t_V = (x_V, y_V, z_V)$ - точка в мировых координатах, $t_E = (x_E, y_E, z_E)$ - точка в видовых координатах. Все операции поворота и переноса объекта в трехмерном пространстве определяются также путем изменения данной матрицы spb .

Переход от видовых координат к плоским осуществляется по формулам:

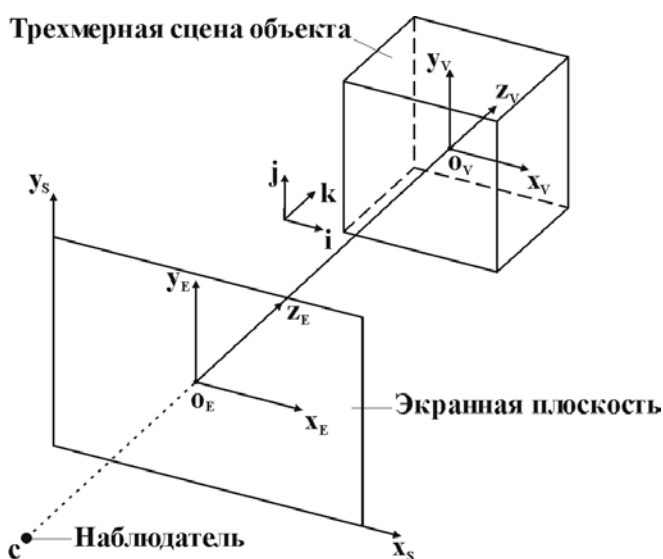


Рис. 2. Общая модель визуализации

$$\begin{aligned} X_s &= xSize/2 + x_E * focus/z_E \\ Y_s &= ySize/2 - y_E * focus/z_E \end{aligned} \quad (2)$$

где $xSize, ySize$ - размер экрана по X и по Y в пикселях, $focus$ - расстояние от наблюдателя C до центра видовых координат O_E .

Для визуализации трехмерной сцены объекта, показанной на рис.2, необходимо отобразить трехмерный массив данных в следующем порядке, последовательно применяя к каждому элементу формулы перехода (1) и (2): $i = [0, ..., 2^m - 1], j = [0, ..., 2^m - 1], k = [2^m - 1, ..., 0]$, где m - количество итераций.

2.2 Пересортировка массива

На рис. 3 показано положение сцены объекта после применения к ней нескольких операций поворотов. Следовательно, чтобы корректно визуализировать данные из массива, необходимо переопределить порядок прохождения его индексов.

Для этого вводим трехмерный вектор $center$, равный вектору $O_E O_V$ в системе видовых координат.

Векторы x_V', y_V', z_V' определяются как:

$$\begin{aligned} x_V' &= spb * x_V \\ y_V' &= spb * y_V \\ z_V' &= spb * z_V \end{aligned}$$

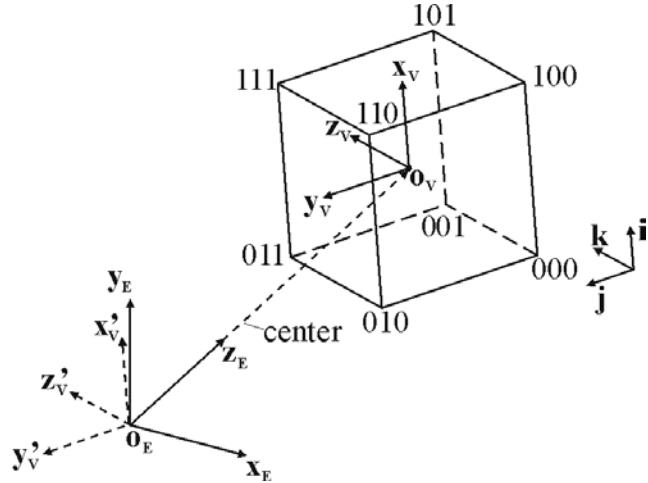


Рис. 3. Пересортировка массива

Каждая вершина исследуемой трехмерной сцены имеет уникальный трехбитовый индекс $[ijk]$, в котором

последовательность нулей и единиц соответствует порядку прохождения для каждого индекса массива:

$$\text{порядок прохождения индекса} = \begin{cases} [0, ..., 2^m - 1], \text{ индекс} = 0 \\ [2^m - 1, ..., 0], \text{ индекс} = 1 \end{cases} \quad (3)$$

где m - количество итераций.

Определение необходимого индекса $[ijk]$ осуществляется через смешанное произведение векторов следующим образом:

$$\begin{aligned} i &= \begin{cases} 1, ([y_V', z_V'], center) > 0 \\ 0, ([y_V', z_V'], center) \leq 0 \end{cases} \\ j &= \begin{cases} 1, ([z_V', x_V'], center) > 0 \\ 0, ([z_V', x_V'], center) \leq 0 \end{cases} \\ k &= \begin{cases} 1, ([x_V', y_V'], center) > 0 \\ 0, ([x_V', y_V'], center) \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

При ориентации трехмерной сцены, как показано на рис.3, трехбитовый индекс $[ijk]$, рассчитанный по формулам (3) и (4), равен 101, следовательно, отображение трехмерного массива данных будет проводиться в следующем порядке: $i = [2^m - 1, ..., 0], j = [0, ..., 2^m - 1], k = [2^m - 1, ..., 0]$, где m - количество итераций.

Общий алгоритм визуализации динамического массива данных может быть сформулирован следующим образом:

- Определить порядок прохождения индексов массива данных по формулам (3) и (4).
- Для каждого элемента массива данных выполнить:
 - Если тип данного элемента массива («вокселя») принадлежит визуализируемой в данный момент области, то вычислить координаты его центра в системе мировых координат, провести их преобразования по формулам (1) и (2) и визуализировать «воксель» цветом, определенным в ячейке массива.
 - Иначе перейти к следующему элементу массива.

Такой достаточно простой алгоритм позволяет быстро переориентировать трехмерный массив данных и провести его визуализацию, абстрагируясь от функции и не проводя трудоемких по времени дополнительных перерасчетов.

На рис. 4 представлены результаты работы алгоритма визуализации динамического массива данных с использованием осевых сечений.

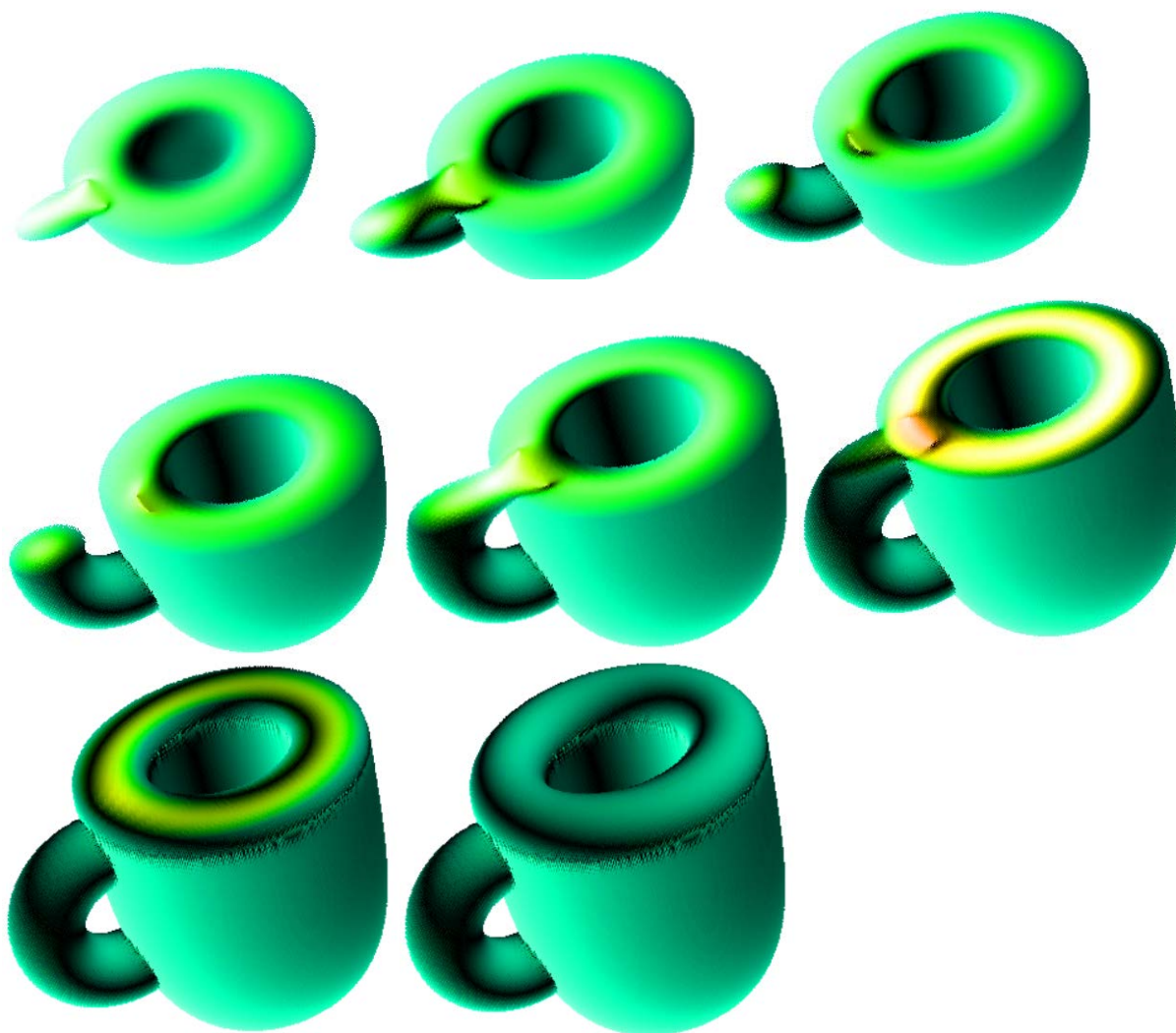


Рис. 4. Этапы построения трехмерной сцены на 8 итерациях (256^3 вокселей) с использованием осевых сечений

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модель визуализации трехмерных сцен относительно проста и характеризуется высокой скоростью работы алгоритма вследствие абстрагирования от функции и использования динамического массива для организации данных на этапе визуализации, что позволило избежать больших временных затрат, связанных с созданием новых проекций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Толлок А.В., Мухин В.В. Алгоритм итерационного уточнения области исследования поверхности // Вісник Запорізького державного університету: Фізико-математичні науки. – 1998. - № 2. - С.90-97.
2. Гладкий Б.М., Толлок А.В. Применение алгоритма частичной сортировки по глубине к визуализации функции трёх переменных // Вісник Запорізького державного університету: Фізико-математичні науки. – 1999. - № 2. - С.28-35.
3. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
4. Толлок Н.Б., Толлок А.В. Математическая модель организации динамического формирования массива данных в процессе работы алгоритма итерационного уточнения трехмерной области // Вісник Запорізького державного університету: Фізико-математичні науки. – 2001. - № 1. – С.101-104.

УДК 539.3

АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ WWW-ИНТЕРФЕЙСА ПОИСКА В ДАННЫХ СУБД ACCESS, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО CGI, ISAPI, ASP И JSP СЕРВЕРНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Точилин С.Д., к.ф.-м.н., доцент, Точилин Д.С., студент

Запорожский государственный университет

Определены зависимости производительности Internet-интерфейса поиска уникального значения данных в отношении СУБД Access от объема полезной информации хранящейся в таблице. Результаты были получены для Internet-интерфейса с различными вариантами серверной части (CGI, ISAPI, ASP и JSP-серверных приложений).

Ключевые слова: Internet, CGI, ISAPI, ASP, JSP.

Точилин С.Д., Точилин Д.С. АНАЛІЗ ПРОДУКТИВНОСТІ WWW-ІНТЕРФЕЙСУ ПОШУКУ В ДАНИХ СКБД ACCESS, ЩО ВИКОРИСТОВУЄ CGI, ISAPI, ASP І JSP СЕРВЕРНІ ПРОГРАМИ / Запорізький державний університет, Україна.

Визначені залежності продуктивності Internet-інтерфейсу пошуку унікального значення даних у відношенні СУБД Access від обсягу корисної інформації, що зберігається в таблиці. Результати були отримані для Internet-інтерфейсу з різними варіантами серверної частини (CGI, ISAPI, ASP і JSP-серверних програм).

Ключові слова: Internet, CGI, ISAPI, ASP, JSP.

Tochilin S.D., Tochilin D.S. THE ANALYSIS OF PRODUCTIVITY OF THE WWW-INTERFACE OF SEARCH IN THE RDBMS ACCESS DATA, USING CGI, ISAPI, ASP AND JSP SERVER APPLICATIONS / Zaporizhzhya State University, Ukraine

The Internet-interface productivity dependences of data unique value search in the RDBMS Access relation on volume of the useful information kept in the table are determined. The results were received for the Internet-interface with various variants of a server part (CGI, ISAPI, ASP and JSP-server applications).

Key words: Internet, CGI, ISAPI, ASP, JSP.

В настоящее время интенсивно развивается всемирная компьютерная сеть Internet. Одно из ее величайших достоинств и одновременно недостаток — огромный объем информации. Как правило, для оперативного доступа к информации сети пользователь использует интерактивный WWW-интерфейс, который состоит из клиентской части (интернет-страницы) и серверной (серверного приложения).

Эффективность работы интерфейса существенно зависит от того, каким образом программно реализуется его серверная часть. В последнее время, для повышения производительности серверных приложений применяют ряд технологий, в частности, вместо традиционных CGI-приложений используют JSP, ASP-приложения (см., например, [1–3]).

В настоящей работе ставилась цель проанализировать производительность Интернет-интерфейса поиска в данных СУБД Access, реализованного с помощью JSP и ASP-технологий, а также CGI и ISAPI Delphi Web-модулей.

Для этого было разработано 4 варианта WWW–интерфейса, имевших одинаковую клиентскую часть (HTML–страницу), и функционально подобные серверные приложения. Эти программы были выполнены в виде jsr, asp, exe и dll файлов и выполняли, используя минимальный объем программных средств, один и тот же алгоритм:

1. Получить текстовый параметр командной строки запроса клиента и преобразовать его в число.
2. Выполнить соединение с СУБД.
3. Осуществить выполнение SQL–запроса поиска в данных СУБД Access, полученного в п.1 числа, и печать ответа в виде таблицы.
4. Разместить таблицу на динамически формируемую HTML–страницу.
5. Закрыть соединение с СУБД.
6. Включить в динамическую Internet–страницу скрипт, иницирующий время активизации WWW–документа, выполненный на языке JavaScript.

Также были подготовлены объекты исследования. Для этих целей использовалась учебная база данных Борей.mdb, входящая в состав программного продукта Microsoft Access 97. Нами использовалось лишь одно отношение «Заказано», на основе которого было подготовлено пять баз данных db1.mdb–db5.mdb. Эти базы данных имели лишь одно отношение О, с одной и той же структурой полей, однако содержали различный объем полезной информации (от 5 кБайт для db1.mdb, до 25 кБайт для db5.mdb).

Кроме того, в целях анализа производительности WWW–интерфейса, мы создали индикаторы времени его запуска и завершения. Функционирование первого индикатора времени основывалось на использовании написанного нами сценария JavaScript, встроенного в клиентскую Интернет–страницу. Второго в запуске подобного сценария JavaScript, при завершении работы интерфейса.

Серверные приложения работали под управлением Personal Web Server (PWS) и операционной системы Windows 95 (CPU — 100 МГц, RAM — 64 Мбайт). Для функционирования JSP–страниц в PWS вставлялся программный модуль поддержки сервлетов и JSP — Jrun (фирмы Allaire) [1]. ASP–страницы работали с использованием программы ASP 2.0, а Delphi Web–модули — Delphi 4.

Измерение производительности WWW–интерфейса заключалось в следующем: на сервер устанавливалось одно из 4 разработанных приложений. Затем к серверу вначале подключалась БД db1.mdb и запускалась клиентская Internet–страница, в поля форм которой вводились значения поля поиска данных. Это значение было постоянным в ходе исследований. После этого с интервалом в 30 с осуществлялся последовательный запуск серверной программы Интернет–интерфейса.

При этом по показаниям индикаторов фиксировалось время запуска и завершения работы WWW–интерфейса. Нами осуществлялась серия таких измерений, соответствующая выполнению 10 одинаковых транзакций поиска данных. Это позволило определить среднее время работы Интернет–интерфейса поиска в данных БД db1.mdb.

Затем к серверу последовательно подключались базы данных, начиная от db2.mdb до db5.mdb. Для них проводились те же исследования производительности, что и для db1.mdb.

Результаты выполненных исследований приведены на рис.1. На них в виде кривых 1–4 изображены зависимости производительности WWW–интерфейса поиска в данных СУБД Access в зависимости от объема информации, хранящейся в ней, для случаев использования CGI, ISAPI, ASP и JSP–серверных программ, соответственно. Как видно из этого рисунка, при исследованных объемах данных, производительность Интернет–интерфейса поиска данных для исследованных случаев практически не изменялась и составляла величины порядка 2 с, 0.5 с, 0.8 с и 0.9 с, при использовании CGI, ISAPI, ASP и JSP–серверных программ соответственно. То есть лучшей производительностью обладал интерфейс с ISAPI–приложением, худшей — с CGI.

Как известно, технологии ASP и JSP достаточно близки по своим возможностям.

Несколько более высокая производительность интерфейса с ASP–приложением, по сравнению с JSP, объясняется нами необходимостью использования в последнем случае дополнительного драйвера для связи с БД (JDBC [1]).

Таким образом, в настоящей работе нами был выполнен анализ производительности WWW–интерфейса поиска в данных СУБД Access, реализованного с помощью JSP и ASP–технологий, а также CGI и ISAPI Delphi Web–модулей.

В результате анализа выяснилось, что при объемах информации, хранящейся в БД, менее 25 кБайт, производительность интерфейса с ISAPI – приложением превышает производительность аналогичного

интерфейса с CGI-программой приблизительно в 4 раза. В то же время производительность WWW-интерфейса с JSP и ASP-приложениями имела приблизительно одну и ту же величину.

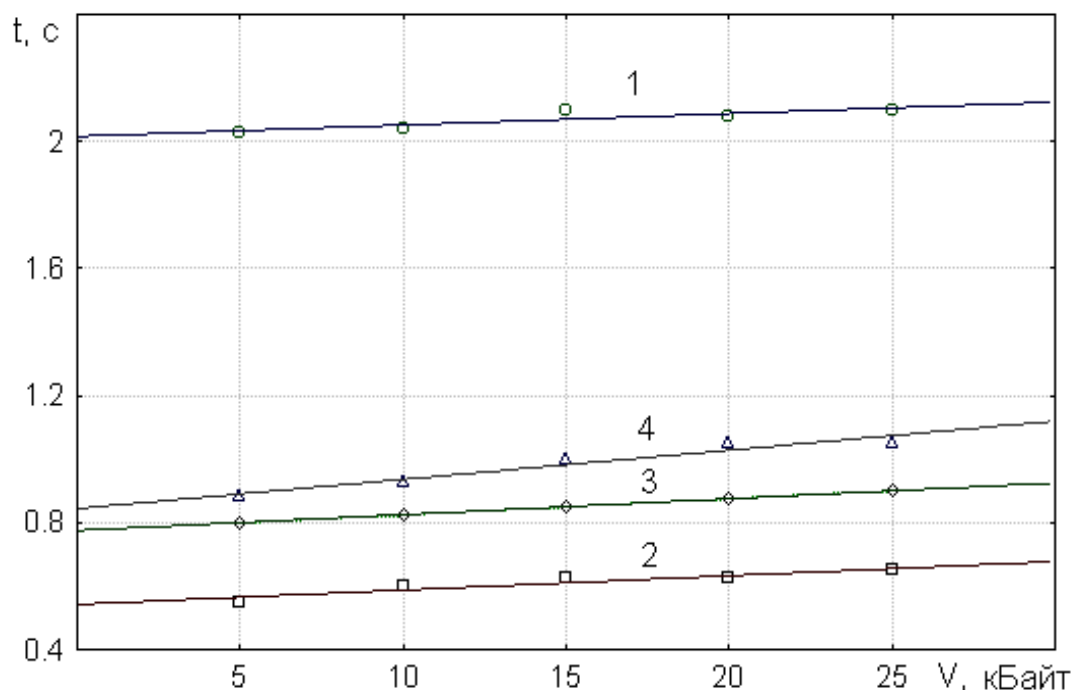


Рис. 1. Производительность WWW-интерфейса поиска в данных СУБД Access в зависимости от объема информации, хранящейся в ней, для случаев использования – 1 - CGI, 2 - ISAPI, 3 - ASP и 4 - JSP-серверных приложений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хилайер С., Мизик Д. Программирование Active Server Pages. — М.: Издательско-торговый дом «Русская редакция», 2000. — 320 с.
2. Холл М. Сервлеты и JavaServer Pages. Библиотека программиста. — СПб.: Питер, 2001. — 496 с.
3. Кэнту М. Delphi 4 для профессионалов. — СПб.: Питер, 2001. — 1120 с.

УДК 519.63:539.3

О ДРОБНО – РАЦИОНАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НА ШЕСТИУГОЛЬНОМ КОНЕЧНОМ ЭЛЕМЕНТЕ

Хомченко А.Н., д.ф.-м.н., профессор

Херсонский государственный технический университет

В статье представлен метод построения локализованных функций формы для правильного шестиугольника. Шестиугольные функции формы конструируются как произведения геометрических вероятностей на четырех треугольниках, составляющих шестиугольник.

Ключевые слова: шестиугольный конечный элемент, геометрическая вероятность, дробно-рациональная функция формы, принцип сохранения весового баланса, нормировка базиса.

Хомченко А.Н. ПРО ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНІЙ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ НА ШЕСТИКУТНОМУ СКІНЧЕНОМУ ЕЛЕМЕНТІ / Херсонський державний технічний університет, Україна

У статті подано метод побудови локалізованих функцій форми для правильного шестикутника. Шестикутні функції форми конструються як добуток геометричних ймовірностей на чотирьох трикутниках, що складають шестикутник.

Ключові слова: шестикутний скінченний елемент, геометрична ймовірність, дробово-раціональна функція форми, принцип збереження вагового балансу, нормування базису.

Khomchenko A.N. ABOUT FRACTIONAL-RATIONAL INTERPOLATION ON HEXAGONAL FINITE ELEMENT / Kherson State Technical University, Ukraine

Presented in this paper is method of construction of the localized shape functions for a regular hexagon. The hexagonal shape functions are constructed as the products of geometrical probabilities on four triangles constituting the hexagon.

Key words: hexagonal finite element, geometrical probability, fractional-rational function of shape, principle of weight balance conservation, normalization of basis.

На основе вероятностно-геометрических представлений строится интерполяционный базис Уачспресса – Ишигуро на конечном элементе в форме правильного шестиугольника с узлами в вершинах. Обсуждается и устраняется причина нарушения весового баланса в системе интерполирующих полиномов, образованных методом “перемножения плоскостей”.

Конечный элемент в форме правильного шестиугольника (КЭ - 6) применяется в конечно-элементных расчетах ядерных реакторов и других конструкций с фрагментами сотовой геометрии [1,2]. Попытка построить полиномиальный базис КЭ – 6 средствами матричной алгебры приводит к СЛАУ шестого порядка с вырожденной матрицей. Чтобы обойти проблему сингулярности матриц, можно использовать геометрические подходы, которые, как правило, на сложных КЭ приводят к дробно – рациональным базисам (ДРБ). Заметный вклад в теорию дробно-рациональной интерполяции на КЭ внес Уачспресс [3]. Идеи Уачспресса применительно к КЭ – 6 реализовал Ишигуро в [1]. Представляет интерес вероятностная интерпретация процедуры конструирования ДРБ на КЭ – 6.

В системе координат ОХУ рассмотрим правильный шестиугольник с единичной стороной (рис. 1). Пусть узлы интерполяции расположены в вершинах $1(1;0)$, $2\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $3\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $4(-1;0)$, $5\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $6\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Построим систему функций, решающих задачу интерполяции на КЭ – 6.

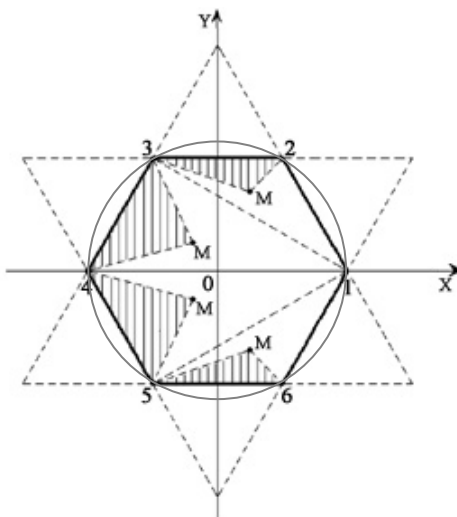


Рис. 1

Для построения $\varphi_1(x, y)$, ассоциированной с первым узлом, разобьем КЭ – 6 на четыре треугольника с общей вершиной в узле 1. Кстати, именно с помощью разбиения КЭ – 6 на треугольные КЭ были выполнены первые расчеты на гексагональных решетках. И только в начале 80-х годов прошлого века стали рассматривать КЭ – 6 как единый цельный элемент со своим собственным базисом. Для построения такого базиса в каждом треугольнике выберем текущую точку М и рассмотрим треугольную подобласть, противолежащую узлу 1 (на рис. такие области заштрихованы). Проведем эксперимент со случайным исходом. В каждый из треугольников с общей вершиной в узле 1 будем вбрасывать случайную точку. Поставим задачу: найти вероятность попадания случайной точки в заштрихованную подобласть треугольника. В соответствии с рис.1 случайные события обозначим через A_{23} , A_{34} , A_{45} и A_{56} . Тогда

$$P(A_{23}) = 1 - \frac{2y}{\sqrt{3}}; \quad P(A_{34}) = \frac{1}{2} \left(1 + x - \frac{y}{\sqrt{3}} \right);$$

$$P(A_{45}) = \frac{1}{2} \left(1 + x + \frac{y}{\sqrt{3}} \right); \quad P(A_{56}) = 1 + \frac{2y}{\sqrt{3}}. \quad (1)$$

Очевидно, что произведение этих вероятностей решает интерполяционную задачу

$$\varphi_1(x_k, y_k) = \delta_{1k} \quad (k = \overline{1,6}), \text{ где } \delta_{1k} - \text{символ Кронекера.} \quad (2)$$

Поэтому для узла 1 можно записать

$$P(A_{23}) \cdot P(A_{34}) \cdot P(A_{45}) \cdot P(A_{56}) = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4y^2}{3} \right) \left((1+x)^2 - \frac{y^2}{3} \right). \quad (3)$$

Остальные пять функций можно построить путем вычислений геометрических вероятностей на каждом “квартете” треугольников либо на основе формулы (3) с помощью последовательного поворота системы координат на угол 60° . Как следствие мы получим систему из шести функций

$$\begin{aligned} \varphi_{1,4}(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4y^2}{3} \right) \left((1 \pm x)^2 - \frac{y^2}{3} \right), \\ \varphi_{2,6}(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 \pm \frac{2y}{\sqrt{3}} \right) \left((1+x)^2 - \frac{y^2}{3} \right) \left(1 - x \pm \frac{y}{\sqrt{3}} \right), \quad (4) \\ \varphi_{3,5}(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 \pm \frac{2y}{\sqrt{3}} \right) \left((1-x)^2 - \frac{y^2}{3} \right) \left(1 + x \pm \frac{y}{\sqrt{3}} \right). \end{aligned}$$

Заметим, что $\varphi_{1,4}(x, y)$ симметричны относительно оси ОХ. Аналогично, остальные функции в (4) симметричны относительно диагонали, проходящей через соответствующий узел и центр КЭ – 6. Все функции $\varphi_k(x, y)$ одинаковы, что является следствием симметрии правильного шестиугольника. Такое конструирование системы (4) в работе [1] названо “произведением плоскостей”. Автор [1] предпринял попытку распространить на КЭ – 6 геометрический метод Уачспресса, хорошо зарекомендовавший себя на треугольных КЭ. Однако на КЭ – 6 возникли специфические проблемы, вынудившие Ишигуро отказаться от первоначального намерения построить на КЭ – 6 полиномиальный базис.

Аномалия системы (4) заключается в нарушении важного требования, которому должна удовлетворять система базисных функций. Оказалось, что

$$\sum_{k=1}^6 \varphi_k(x, y) \geq 1.$$

Максимум этой суммы, равный $\frac{3}{2}$, достигается в центре КЭ – 6, к границе элемента сумма уменьшается до 1.

Рассмотрим причину этой аномалии и способ нормализации “базиса” (4). Легко убедиться, что интерполяционная гипотеза (2) безусловно выполняется. Однако, на многоугольнике, составленном из треугольников, может нарушаться гипотеза о независимости случайных событий. Геометрическая вероятность, вычисленная на собственном треугольнике – носителе, распространяясь на соседние треугольники КЭ – 6 (что необходимо возникает при умножении), вызывает интерференцию. Ее проявление можно обнаружить методом сечений. На рис. 2 показаны сечения поверхности $\varphi_1(x, y)$ координатными плоскостями $x=0$ и $y=0$.

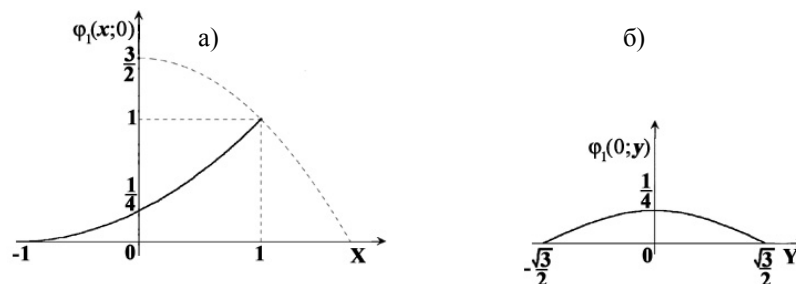


Рис. 2 Сечения $\varphi_1(x, y)$ координатными плоскостями.

Можно заметить, что в окрестности точки $\left(0;0;\frac{1}{4}\right)$ поверхность $\varphi_1(x,y)$ имеет форму седла. Начальная аппликата превышает “норму” в 1,5 раза. Это искажает систему построенных функций и не позволяет предъявить ее в качестве базиса типа Лагранжа. Указанный недостаток можно устранить сжатием поверхности $\varphi_1(x,y)$ к плоскости $z=0$. Однако, чтобы не нарушить интерполяционную гипотезу, нужно пользоваться переменным коэффициентом сжатия, который изменяется в зависимости от расстояния текущей точки поверхности до оси OZ. Максимум деформации (в 1,5 раза) должен отвечать центру элемента. При удалении от центра деформация должна ослабевать и вовсе исчезать в вершинах шестиугольника. Выбор подходящей модели деформирования легко осуществить с помощью рис. 2а. Достаточно выбрать симметричную относительно OZ параболу, проходящую через точки $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ и $(1;1)$, а затем с ее помощью образовать параболоид вращения около оси OZ. Теперь остается систему функций (4) пронормировать с помощью переменного множителя с эффектом затухающего сжатия

$$\lambda(x,y) = 2(3-x^2-y^2)^{-1},$$

и мы получим дробно – рациональный базис

$$\psi_k(x,y) = \lambda(x,y) \cdot \varphi_k(x,y). \quad (5)$$

Такой базис удовлетворяет всем условиям задачи интерполяции на КЭ – 6. Интересно, что окружность нулевого уровня корректирующего параболоида проходит через все вершины шестиугольной “звезды”, образованные пересечениями продолженных сторон КЭ – 6 (рис. 1). Понятно, что окружность единичного уровня проходит через все вершины КЭ – 6.

В заключение заметим, что построение ДРБ в какой-то мере охладило оптимизм приверженцев полиномиальной интерполяции. И все же сомнения некоторых специалистов относительно возможности построения на КЭ – 6 полиномиальных базисов оказались необоснованными. Проблему сингулярности матрицы СЛАУ удалось обойти, а существование полиномиальных базисов на КЭ – 6 было доказано конструктивно [2, 4, 5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ishiguro M. Construction of hexagonal basis functions applied in the Galerkin-type finite element method // J. Inf. Process. 1984. V.7, №2. – P. 89-95.
2. Хомченко А.Н. К расчету температурных полей в сотовых структурах методом конечных элементов // Инж. – физич. журнал. – 1987. – Т.52, №2. – С. 301-305.
3. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. – М.: Мир, 1981. – 216 с.
4. Гучек П.И., Литвиненко Е.И., Хомченко А.Н. Геометрическое моделирование полиномиальных базисов гексагональных конечных элементов // Матем. моделирование. – К.: Институт математики НАН Украины, 1996. – С. 84-87.
5. Литвиненко Е.И. Геометрия интерполяционных полиномов на шестиугольнике // Сб. тр. IV Межд. конф. “Соврем. проблемы геом. моделирования”. – Ч. 1. – Мелитополь: ТГАТА, 1997. – С. 99-102.

БІОЛОГІЧНІ НАУКИ

УДК 616.127-005.4-085.272.4.014.425:547.792

ДОСЛІДЖЕННЯ АНТИОКСИДАНТНОЇ ТА ПРОТИШЕМІЧНОЇ АКТИВНОСТІ ПОХІДНИХ 1-АЛКІЛ-(КАРБОКСИАЛКІЛ)-4-БЕНЗИЛІДЕНАМІНО-1,2,4-ТРИАЗОЛІЮ БРОМІДУ В УМОВАХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ ІШЕМІЇ ГОЛОВНОГО МОЗКУ

Беленічев І.Ф., к.фарм.н., доцент

Запорізький державний медичний університет

Проведені дослідження при однобічній перев'язці загальної сонної артерії похідних 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду свідчать, що дані сполуки мають значну антиоксидантну та протиішемічну активність.

Антиоксидантна активність досліджених сполук реалізується на ініціальних етапах ВРО за рахунок реактивації антиоксидантних ферментів (СОД, каталаза, ГПР).

Досліджені похідні 1,2,4-триазолу впливають на ішемічні пошкодження головного мозку за рахунок інтенсифікації аеробних шляхів окислення та збільшення енергетичного фонду нейроцитів.

Ключові слова: триазол, антиоксиданти, ішемія.

Беленічев И.Ф. ИССЛЕДОВАНИЕ АНТИОКСИДАНТНОЙ И ПРОТИВОИШЕМИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ ПРОИЗВОДНЫХ 4-АЛКИЛ-(КАРБОКСИАЛКИЛ)-4-БЕНЗИЛИДЕНАМИНО-1,2,4-ТРИАЗОЛИЯ БРОМИДА В УСЛОВИЯХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ИШЕМИИ ГОЛОВНОГО МОЗГА / Запорожский государственный медицинский университет, Украина

Проведенные исследования при односторонней перевязке общей сонной артерии производных 1-алкил-(карбоксиалкил)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміда показали, что они проявляют значительную антиоксидантную и противоишемическую активность.

Антиоксидантная активность исследованных соединений реализуется на инициальных этапах СРО за счет реактивации антиоксидантных ферментов (СОД, каталазы, ГПР).

Исследуемые производные 1,2,4-триазола влияют на ишемические повреждения головного мозга за счет интенсификации аэробных путей окисления и повышение энергетического фонда нейроцитов.

Ключевые слова: триазол, антиоксиданты, ишемия.

Belenichev I.F. RESEARCH ANTIOXYDANT AND ANTIISCHEMIANT OF ACTIVITY DERIVATIVE OF 1-ALKIL-(CARBOXYALKIL)-4-BENZILIDENAMINO-1,2,4-TRIAZOLIYA BROMIDE IN CONDITIONS EXPERIMENTAL ISCHEMIA OF A HEAD BRAIN / Zaporizhzhya medical state university, Ukraine

The carried out researches at unilateral bandaging general sleepy arteries have shown derivative 1-alkil-(carboxyalkil)-4-benzilidenamino-1,2,4-triazoliya bromide, that they show significant antioxydant and antiischemiant activity.

Antioxydant activity of the investigated connections is realized on inical stadies FRO for the account reactive antioxydant enzymes (SOD, catalase, GTP).

Researched derivative of 1,2,4-triazole influence on ischemic damage of a head brain for the account various oxigenous ways of oxidation and increase of power fund neurocytes.

Key words: triazol, antioxidants, ischemia.

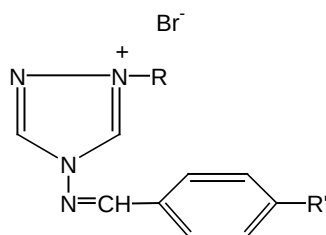
У зв'язку з визначною роллю вільнорадикального окиснення (ВРО) у патогенезі мозкових інсультів, у комплексній терапії цих захворювань широке застосування знаходять антиоксиданти (дибунол, α -токоферол, ліпін, емоксипін, тіотриазолін та інші) [5, 10]. Однак вибір антиоксидантних засобів, які використовуються в неврологічній практиці недостатній, тому пошук цих препаратів проводиться серед різних класів органічних сполук. Дослідженням останніх років виявлені антиоксидантні властивості в похідних 1,2,4-триазолу [3, 7]. Особливий інтерес у цьому плані представляють галогеніди 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолу, оскільки відомо, що ці похідні проявляють антиоксидантну активність у дослідах *in vitro* та на моделі експериментальної ішемії міокарда [2, 4]. Таким чином, вивчення антиоксидантної та протиішемічної активності поміж бромідів 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію є актуальним.

Метою цієї роботи є дослідження антиоксидантної та протиішемічної активності похідних 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду в умовах експериментальної ішемії головного мозку

МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У роботі було досліджено 10 сполук похідних 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду (синтезовано на кафедрі фармацевтичної хімії ЗДМУ, зав. кафедрою, професор Мазур І.А.), принципова будова яких наведена в таблиці 1.

Таблиця 1. - Структура похідних бромідів 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію



№ п/п	Шифр сполуки	R	R ¹
1.	1.2	CH(CH ₃)-COOH	N(CH ₃) ₂
2.	1.4	CH((CH ₂) ₂ -CH ₃)-COOH	N(CH ₃) ₂
3.	1.5	CH(CH ₂ -CH ₃)-COOH	Cl
4.	1.8	CH(CH ₂ -CH ₃)-COOH	OCH ₃
5.	1.12	CH(CH ₂ -CH ₃)-COOH	N(CH ₃) ₂
6.	1.14	(CH ₂) ₆ CH ₃	OCH ₃
7.	1.15	(CH ₂) ₇ CH ₃	OCH ₃
8.	1.16	C ₆ H ₆ C ₂ H ₄	N(CH ₃) ₂
9.	1.17	(CH ₂) ₆ CH ₃	N(CH ₃) ₂
10.	1.19	(CH ₂) ₈ CH ₃	N(CH ₃) ₂

Дослідження антиоксидантної та протиішемичної активності синтезованих сполук проводили на 120 білих щурах лінії Вістар, масою 220-260 грамів. Усі тварини обох статей утримувались на стандартному раціоні харчування.

Ішемію головного мозку викликали однобічною перев'язкою загальної сонної артерії [3, 7]. Препарати вводили щодня протягом 4 діб після оперативного втручання внутрішньочеревинно в дозах 1/50 ЛД₅₀ (приблизно 50 мг/кг), пірацетам – у дозі 200 мг/кг, дибунол та α-токоферол – підшкірно в дозі 50 мг/кг.

Тварини виводились з експерименту в ранковий час, під нембуталовим наркозом (40,0 мг/кг) на 4 добу експерименту. Після досягнення глибокого наркозу розтиналась передня стінка живота і черевна порожнина, і після введення голки в район біфуркації аорти проводився забір крові. У тварин з експериментальною ішемією головного мозку швидко розкривалась черепна коробка, витягували ішемізовану півкулю і заморожували в рідкому азоті.

Кров збирали в пробірки, оброблені трилоном Б (200 мг на 100,0 мл фізіологічного розчину), яка знаходилась у льодовій бані. Після центрифугування (3000 об/хв) плазма збиралась на дослідження. Еритроцити після двократного обмивання фізіологічним розчином підлягали холодовому гемолізу, гемолізат розводили 1:500. Заморожені в азоті тканини головного мозку гомогенізували у фарфорових ступках. Екстракцію цитозольної фракції розводили 0,15 М розчином KCl з розрахунку тканини- розчин KCl 1:40 [11].

Після центрифугування при +4°C при 1500 g супернатант зливали в чисті пробірки. З осаду проводили екстракцію ліпідів 5,0 мл гептан-ізопропанольною сумішшю (2:1) за методом Кейтса [7]. Безбілковий екстракт одержували додаванням точної наважки гомогенату тканини в хлорну кислоту (0,6 М HClO₄), з подальшою нейтралізацією 5 М K₂CO₃ по метилоранжу [11].

Інтенсивність процесів ВРО в тканинах головного мозку оцінювали по накопиченню початкових, проміжних та кінцевих продуктів – дієнових кон'югатів (ДК), триєнокетонів (ТК) і малонового діальдегіду (МДА) [1, 8].

Стан антиоксидантної системи оцінювали по активності супероксиддисмутази (СОД), каталази, глутатіонпероксидази (ГПР) та α-токоферолу [3, 9, 11, 12]. Стан вуглеводно-енергетичного обміну визначали по рівню аденілових нуклеотидів, лактату, пірувату і малату [11].

Активність мозкової фракції креатинфосфокінази (ВВ-КФК) визначали після розділу на сефадексі ДСАС-А-50, за оптичним тестом Варбурга [10].

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Внутрішньочеревне введення 5 сполук похідних 1-алкіл-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду в процесі формування експериментальної патології в дозах, відповідно 1/50 їх ЛД₅₀, привело до гальмування процесів ПОЛ в ішемізованій півкулі головного мозку. Усі сполуки, які досліджували, проявляли антиоксидантну активність і за силою діючого ефекту перевершували стандартні антиоксиданти – α -токоферолу ацетат і дибунол (табл. 2, 3).

Таблиця 2. - Вплив бромідів 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію на вміст продуктів ВРО в ішемізованому головному мозку (мкмоль/г тканини).

№ п/п	Сполуки	ДК	% змін	ТК	% змін	МДА	% змін
1.	Інтактна група	3,15±0,26		0,61±0,013		0,53±0,025	
2.	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	5,09±0,38		1,31±0,024		1,16±0,025	
3.	1.16	2,58±0,23*	-49,3	0,58±0,034*	-55,7	0,511±0,022*	-55,9
4.	1.14	4,37±0,38	-14,1	0,98±0,064*	-25,1	0,64±0,041*	-44,8
5.	1.19	4,02±0,38*	-21,0	0,64±0,013*	-51,4	0,88±0,090*	-24,1
6.	1.17	3,92±0,18*	-22,9	0,72±0,022*	-45,0	0,53±0,029*	-54,1
7.	1.15	3,77±0,11*	-25,9	0,60±0,031*	-54,1	0,72±0,035*	-37,9
8.	α -токоферолу ацетат	4,77±0,19	-4,2	1,00±0,034	-19,3	1,51±0,05*	-23,7
9.	Дибунол	4,05±0,19	-18,7	0,90±0,054	-27,4	1,39±0,07*	-29,2
10.	Контроль	4,96±0,12		1,24±0,062		1,97±0,04	
11.	Інтактна група	1,16±0,10		0,51±0,01		0,61±0,05	
12.	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	3,24±0,12		1,12±0,04		0,97±0,12	
13.	1.8	2,37±0,24*	-26,8	1,00±0,01*	-10,7	0,76±0,078*	-21,6
14.	1.12	2,59±0,21*	-20,0	1,05±0,02*	-6,2	0,62±0,042*	-36,0
15.	1.5	2,26±0,10*	-30,2	0,84±0,03*	-25,0	0,67±0,045*	-30,9
16.	1.2	3,01±0,22*	-7,1	1,10±0,04	-1,7	0,68±0,082*	-29,9
17.	1.4	3,12±0,27	-3,7	1,10±0,01	-1,7	0,78±0,026*	-19,7

Примітка: * – $P < 0,05$ по відношенню до контролю

Подальше збільшення числа вуглецевих атомів у заміснику в положенні 1 призводить до зниження антирадикальних властивостей (1.19) при незмінності антиперекисних (табл. 3), активність СОД при призначенні сполуки 1.19 продовжувала пригнічуватись і була нижчою на 30% по відношенню до контрольних показників, а активність ГПР досягла показників інших сполук цього ряду. Зменшення антирадикальних властивостей сполук викликало зменшення активності в цілому. Так, вміст ДК, ТК і МДА знижувався на 21,0; 51,4 і 24,1%.

Ведення в п-положення бензиліденаміну замість диметиламіну метоксигрупи (1.15, 1.14) приводить до посилення як антирадикальної, так і антиперекисної активності. Сполука 1.15 підвищувала активність СОД вище рівня не прооперованих тварин, сполука 1.14 аналогічно діяла по відношенню до ГПР. Обидві сполуки ефективно запобігали витраченню α -токоферолу у реакціях ПОЛ. У результаті такого впливу на етапи розвитку ПОЛ дані сполуки успішно гальмували накопичення його продуктів у тканинах головного мозку (табл. 2).

Порівнюючи антиоксидантну дію сполук вивченої групи з дією еталонних антиоксидантів (α -токоферол, дибунол) при гострому порушенні мозкового кровообігу, було встановлено, що сполуки цього ряду реалізують свій ефект як на ініціальних етапах ВРО, так і на вільнорадикальному етапі розвитку ВРО, а також на етапі пероксидації. Дибунол і α -токоферол впливають лише на кінцевий (перекисний) етап розвитку ВРО, знижуючи лише кінцеві продукти (ТК і МДА). Дані сполуки здатні реагувати як з активними формами кисню, так і запобігати їх утворенню, що нормалізує порушення тонких ланцюгів метаболізму.

При курсовому призначенні в гострому періоді ішемії похідних 1-алкіл-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду виявлено виражений їх вплив на показники вуглеводно-енергетичного обміну (табл. 4, 5). Так, спостерігалось деяке збільшення вмісту АТФ у мозкових тканинах, причому сполуки 1.16 і 1.15 за силою ефекту конкурували з пірацетамом (+55,4%).

Таблиця 3. - Вплив бромідів 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію на активність антиоксидантних ферментів і вміст α -токоферолу в ішемізованому головному мозку

№ п/п	Сполуки	СОД у.о./мг білку/хв.	% змін	Каталаза мкат/мг білку/хв.	% змін	ГПР мкм/мг білку/хв.	% змін	α -токоферол мкмоль/г тканини	% змін
1.	Інтактна група	238,4 $\pm$ 26,8		6,70 $\pm$ 0,25		95,2 $\pm$ 0,89		4,16 $\pm$ 0,18	
2.	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	113,0 $\pm$ 13,8		4,86 $\pm$ 0,31		36,4 $\pm$ 0,47		2,76 $\pm$ 0,07	
3.	1.16	280,8 $\pm$ 22,6*	+147,7	8,43 $\pm$ 0,24*	+74,4	117,6 $\pm$ 0,89*	+223,0	10,5 $\pm$ 0,32*	+280,4
4.	1.14	192,3 $\pm$ 9,2*	+69,9	6,49 $\pm$ 0,13*	+33,4	183,6 $\pm$ 1,27*	+408,3	7,05 $\pm$ 0,36*	+155,6
5.	1.19	79,0 $\pm$ 0,27*	-30,0	6,07 $\pm$ 0,60*	+24,7	118,2 $\pm$ 1,11*	+227,2	6,96 $\pm$ 0,13*	+152,1
6.	1.17	159,4 $\pm$ 14,7*	+41,0	6,39 $\pm$ 0,47*	+31,5	128,4 $\pm$ 1,12*	+255,8	5,88 $\pm$ 0,24*	+113,0
7.	1.15	400,1 $\pm$ 25,7*	+253,9	6,45 $\pm$ 0,30*	+32,7	103,2 $\pm$ 0,57*	+186,0	7,11 $\pm$ 0,24*	+158,2
8.	α -токоферол ацетат	110,7 $\pm$ 2,4	+5,3	5,25 $\pm$ 1,08	+15,3	36,6 $\pm$ 2,3	+4,8	5,66 $\pm$ 0,27*	+57,2
9.	Дибунол	111,1 $\pm$ 4,1	+5,8	5,69 $\pm$ 2,40*	+17,3	36,8 $\pm$ 12,7	+4,9	4,66 $\pm$ 0,27*	+29,4
10.	Контроль	105,05 $\pm$ 2,7		4,85 $\pm$ 0,07*		34,9 $\pm$ 2,4		3,60 $\pm$ 0,12	
11.	Інтактна група	202,0 $\pm$ 26,8		6,1 $\pm$ 0,43		69,0 $\pm$ 11,1		4,73 $\pm$ 0,22	
12.	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	44,3 $\pm$ 4,2		1,8 $\pm$ 0,4		34,5 $\pm$ 3,1		3,10 $\pm$ 0,49	
13.	1.8	163,2 $\pm$ 18,7*	+268,3	6,2 $\pm$ 0,27*	+244,8	40,0 $\pm$ 2,6*	+15,9	4,51 $\pm$ 0,20*	+45,4
14.	1.12	89,6 $\pm$ 15,5*	+102,1	6,9 $\pm$ 0,46*	+281,1	47,4 $\pm$ 2,5*	+31,5	4,43 $\pm$ 0,25*	+42,9
15.	1.5	124,5 $\pm$ 10,9*	+181,0	6,7 $\pm$ 0,37*	+274,2	41,3 $\pm$ 2,х*	+19,8	4,26 $\pm$ 0,26*	+37,4
16.	1.2	43,9 $\pm$ 4,9	-0,9	6,4 $\pm$ 0,07*	+255,1	31,4 $\pm$ 1,6*	-8,8	3,65 $\pm$ 0,36*	+17,7
17.	1.4	64,0 $\pm$ 4,8	+44,5	7,03 $\pm$ 0,22*	+289,4	39,7 $\pm$ 1,7*	+15,5	3,77 $\pm$ 0,23*	+21,6

Примітка: * – $P < 0,05$ по відношенню до контролю

Важливим моментом у дії даних сполук було те, що збільшення АТФ відбувалося на фоні збільшення вмісту його попередника — АДФ і зниження АМФ. Сполуки, які досліджувались, підсилювали утилізацію продуктів гідролізу АТФ, перевершуючи в цьому плані пірацетам, що у свою чергу, мабуть, приводило до гальмування утворення супероксидрадикалу в ксантинооксидазній системі. Збільшення вмісту АТФ відбувалося як при активації процесів гліколізу, так і значною мірою — циклу Кребса.

Таблиця 4. - Вплив похідних 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду на вміст аденілових нуклеотидів в ішемізованому головному мозку (мкмоль/г тканини)

№ п/п	Сполуки	АТФ	% змін	АДФ	% змін	АМФ	% змін
1.	Інтактна група	2,20 $\pm$ 0,06		0,43 $\pm$ 0,04		0,14 $\pm$ 0,01	
2.	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	1,19 $\pm$ 0,18		0,33 $\pm$ 0,02		0,18 $\pm$ 0,01	
3.	1.16	1,70 $\pm$ 0,11*	+42,8	0,47 $\pm$ 0,05*	+42,4	0,14 $\pm$ 0,03*	-22,2
4.	1.14	1,34 $\pm$ 0,9*	612,6	0,40 $\pm$ 0,03*	+21,2	0,19 $\pm$ 0,04*	+5,5
5.	1.19	1,26 $\pm$ 0,12*	+5,8	0,39 $\pm$ 0,04*	+18,1	0,22 $\pm$ 0,05*	+22,2
6.	1.17	1,32 $\pm$ 0,16*	+10,9	0,40 $\pm$ 0,02*	+21,2	0,20 $\pm$ 0,04*	+11,1
7.	1.15	1,34 $\pm$ 0,12*	+37,8	0,45 $\pm$ 0,01*	+36,3	0,46 $\pm$ 0,01*	-11,2
8.	Пірацетам	1,85 $\pm$ 0,15*	+55,4	0,52 $\pm$ 0,06*	+57,5	0,16 $\pm$ 0,02*	-11,2
9.	Інтактна група	2,00 $\pm$ 0,04		0,40 $\pm$ 0,02		0,12 $\pm$ 0,01	
10.	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	1,12 $\pm$ 0,01		0,29 $\pm$ 0,03		0,17 $\pm$ 0,02	
11.	2.8	1,40 $\pm$ 0,04*	+25,0	0,34 $\pm$ 0,01*	+17,2	0,15 $\pm$ 0,02	-11,7
12.	1.12	1,13 $\pm$ 0,01*	+0,9	,30 $\pm$ 0,03*	+3,4	0,16 $\pm$ 0,03	-5,8
13.	1.5	1,33 $\pm$ 0,02*	+18,7	0,32 $\pm$ 0,03*	+10,3	0,19 $\pm$ 0,02	+11,7
14.	1.2	1,00 $\pm$ 0,03*	-10,7	0,21 $\pm$ 0,02*	-27,5	0,18 $\pm$ 0,03	+5,8
15.	1.4	1,24 $\pm$ 0,01	+10,7	0,30 $\pm$ 0,03*	+3,4	0,21 $\pm$ 0,04	+23,5

Примітка: * – $P < 0,05$ по відношенню до контролю

Таблиця 5. - Вплив похідних 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду на вміст продуктів вуглеводного обміну в ішемізованому головному мозку (мкмоль/г тканини)

№ п. п.	Сполуки	Лактат	% змін	Піруват	% змін	Малат	% змін
1.	Інтактна група	4,69±0,18		0,26±0,03		0,33±0,02	
2.	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	8,75±0,49*		0,11±0,01		0,20±0,01	
3.	1.16	6,22±0,32*	-28,9	0,21±0,02*	+90,9	0,34±0,02*	+70
4.	1.14	7,84±0,21*	-10,4	0,15±0,01*	+36,6	0,22±0,01*	+10
5.	1.19	8,90±0,71*	+1,7	0,12±0,02*	+9,0	0,23±0,04*	+15
6.	1.17	7,02±0,64*	-19,7	0,170,01*	+54,5	0,24±0,01*	+20
7.	1.15	6,31±0,22*	-27,8	0,18±0,04*	163,6	0,30±0,02*	+50
8.	Пірацетам	7,44±0,62*	-14,9	0,19±0,02*	+72,7	0,37±0,01*	+85
9.	Інтактна група	4,46±0,12		0,24±0,02		0,31±0,01	
10.	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	8,90±0,53		0,10±0,03		0,18±0,03	
11.	1.8	7,51±0,26*	-15,6	0,13±0,01*	+30	0,22±0,01*	22,2
12.	1.12	7,81±0,33*	-12,2	0,11±0,02*	+10	0,17±0,04	-5,5
13.	1.5	7,32±0,13*	-17,7	0,14±0,02*	+40	0,20±0,03*	xxxx
14.	1.2	8,74±0,44*	-1,8	0,08±0,03	-20	0,15±0,02*	-16,6
15.	1.4	8,64±0,11*	-3,0	0,10±0,01	0	0,17±0,01*	-5,5
16.	Пірацетам	7,44±0,62*	-14,9	0,19±0,02*	+72,7	0,37±0,01*	+85
17.	Контроль (ішемія)	8,75±0,49		0,11±0,01		0,20±0,01	

Примітка: * – $P < 0,05$ по відношенню до контролю

Похідні 1-алкіл-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду знижували рівень лактату, причому 1.16 і 1.15 (28,9% і 27,8%) перевершували ефект пірацетаму (14,9%). Решта сполук незначно знижували рівень лактату, некомпенсований ацидоз переводили в компенсований. Характер впливу замісників на зміни вуглеводно-енергетичного обміну не відрізнявся від такого ж при антиоксидантній дії, а значне підвищення рівня АТФ, при вираженій нормалізації вуглеводного обміну, напевно пов'язане з підвищеною її утилізацією та спрямуванням енергії на активацію антиоксидантних ферментів.

Наслідком антиоксидантного ефекту та позитивної реакції на порушення тонких ланок метаболізму була протективна дія по відношенню до клітинних мембран мозкової тканини, про що свідчить зниження гіперферментемії ВВ-КФК (табл. 6). Усі 5 сполук знижали гіперферментемію, із них 3 за силою зниження перевершували ефект пірацетаму. Найбільшими мембраностабілізуючий ефект мали сполуки 1.16, 1.15, 1.17. В порядку зменшення церебропротективної активності досліджені сполуки розміщувалися таким чином: 1.16>1.15>1.17>1.14> пірацетам >1.19.

Таблиця 6. - Вплив похідних 1-алкіл-(карбоксиалкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду на активність ВВ-ізоформи КФК при гострому порушенні мозкового кровообігу

№ п/п	Сполука	ВВ-КФК (ммоль/л/год.)	% змін
1.	1.16	0,06±0,005*	-50
2.	1.19	0,095±0,0015*	-20,8
3.	1.15	0,07±0,001*	-41,7
4.	1.17	0,09±0,001*	-25,0
5.	1.14	0,09±0,001*	-25,0
6.	Контроль (ішемія)	0,12±0,02	
7.	1.8	0,04±0,001*	-46,7
8.	1.4	0,062±0,0015*	-17,3
9.	1.12	0,06±0,001*	-20,0
10.	1.5	0,05±0,005*	-33,0
11.	1.2	0,065±0,004*	-13,3
12.	контроль (ішемія)	0,075±0,005*	
13.	пірацетам	0,08±0,03*	-21,5
14.	контроль	0,102±0,06	

Примітка: * – $P < 0,05$ по відношенню до контролю

Курсове призначення 5 сполук похідних 1-карбоксилкіл-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду у дозі 1/50 ЛД₅₀ шурам з однією переважаючою загальною сонною артерією показало наявність у них антиоксидантної активності. Антиоксидантний ефект у 4 сполук був вище ніж у стандартних антиоксидантів — дибунолу і α -токоферолу ацетату.

Порівнюючи дані, наведені в табл. 2, 3, можна припустити, що сполуки, яка вивчалася, впливають на етап кисневої ініціації ПОЛ, про що свідчить активація, яка діяла на даному етапі ферментів – СОД і каталази. Незначна, але вище еталонної, реактивація ГПР і захищеність запасів α -токоферолу свідчить про слабку дію на вільнорадикальному і перекисному етапах ПОЛ. Найбільшою активністю володіють сполуки 1-(1-карбоксипропіл)-4-(п-метоксибензиліденаміно)-1,2,4-триазолію броміда (1.8). Сполука 1.8 проявляла активуючий ефект на антирадикальні ферменти СОД і каталазу, причому більше, ніж на антиперекисний фермент ГПР. Спостерігалось зниження продуктів ПОЛ — ДК, ТК і МДА на 26,8; 10,7; 21,6%% відповідно. При заміні в положенні 4 п-метоксибензиліденаміну на п-хлорбензиліденамін (1.5) дещо знижувався вплив на початковий етапу ПОЛ (активність СОД підвищилась на 181,0%), але посилювались антиперекисні властивості, ефектно знижувались продукти ПОЛ (ДК, ТК і МДА на 30,2; 25,0 і 30,9%%), що є показником позитивного впливу на обмінні процеси в тканинах головного мозку. Наявність в 4 положенні п-диметиламінобензиліденаміну (1.12) підсилює вплив на перекисний етап ПОЛ (активація ГПР, гальмування α -токоферолу і більш ефективне зниження кінцевих його продуктів – МДА на 36,0%).

При заміщенні 1-карбоксипропілу (1.12) на карбоксибутил (1.4) змінюється точка застосування антиоксидантної дії речовин. Зменшується вплив на активність антиоксидантних ферментів, за виключенням каталази, послаблюється протективна роль по відношенню до тканинного α -токоферолу, але підсилюється здатність інгібувати перекисні реакції.

Введення в положення 1 карбоксietилу, при однаковому заміснику в положенні 4 (1.8) приводить до зниження інтегральних антиоксидантних властивостей, причому по деяких показниках (ДК, ТК, СОД, α -токоферол) ці сполуки поступаються еталонним антиоксидантам. Сполуки цього ряду незначно впливають на показники вуглеводно-енергетичного обміну (табл. 4, 5). Деякий інтерес у цьому напрямку становлять сполуки 1.8 і 1.5, які помірно підвищують вміст АТФ в ішемізованій півкулі мозку (25,0% і 18,7%). Очевидно, дані речовини мають тенденцію активізувати процеси анаеробного гліколізу і незначно впливати на цикл трикарбонових кислот. Одержаний результат показує наявність у механізмі антиоксидантної дії цього ряду двох моментів: пряму взаємодію з активними формами кисню та вільними радикалами і взаємозв'язок з адренергічною системою.

Інгібуючи реакції ПОЛ, дані сполуки захищають клітинні мембрани (табл. 6). За ступенем ефективності зниження гіперферментемії ВВ-КФК, у порівнянні з пірацетамом сполуки розміщуються таким чином: 1.8>1.5>1.12>пірацетам>1.4>1.2.

ВИСНОВКИ

Похідні 1-алкіл-(карбоксилкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію броміду проявляють значну антиоксидантну та протішемічну активність при однієї переважаючій загальною сонною артерією.

Антиоксидантна активність досліджених сполук реалізується на ініціальних етапах ВРО за рахунок реактивації антиоксидантних ферментів (СОД, каталази, ГПР).

Досліджувані похідні 1,2,4-триазолу впливають на ішемічні ушкодження головного мозку за рахунок інтенсифікації аеробних шляхів окислювання і підвищення енергетичного фонду нейронів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андреева Л.И., Кожемякин Л.А., Кишкун А.А. Модификация метода определения перекисей липидов в тесте с тиобарбитуровой кислотой // Лаб.дело.—1988.—№11.— С.41-46.
2. Пат. 163725 СССР, МКИ-5 С07Д 249/08, А61К 31/41 Бромид 1-(1-карбоксietил)-4-(п-диметиламінобензиліденаміно)-1,2,4-триазолію, обладающий антиоксидантной активностью. — / И.А.Мазур, И.Ф.Беленічев, Н.А.Авраменко // Заявлено 07.08.89.
3. Беленічев І.Ф. Дослідження церебропротективних властивостей деяких похідних 3-метил-1,2,4-триазоліл-4-аміно-5-тіонів за умов моделювання ішемічного пошкодження головного мозку // Одеський мед. журнал. - 1998. - 4(48). - С.5-12.
4. Беленічев І.Ф. Пошук речовин з антиоксидантною активністю в ряді галогенідів 1-(1-карбоксилкіл)-4-бензиліденаміно-1,2,4-триазолію в дослідженнях in vitro // Проблеми військової охорони здоров'я. — Київ, 1999. — Випуск 5. — С.507-515.
5. Беленічев І.Ф., Коваленко С.І., Дунаєв В.В. Антиоксиданти: сучасне уявлення, перспективи створення // Ліки. — 2002. — № 1.— С.25-29.

6. Беленичев И.Ф., Тишкин В.С. и др. Способ определения α -токоферола в биологическом материале // Тез. докл. IV съезда специалистов по лаб. клин. диагностике республики Беларусь.– Гродно, 1992.– С. 72.
7. Дунаев В.В., Беленичев И.Ф., Коваленко С.И. Антирадикальная и антиокислительная активность производных 1,2,4-триазола и хиначолина при ишемии головного мозга // Укр. биохим. журн. - 1998.– Т.68, №1. – С. 100-104.
8. Коган В.С., Орлов О.Н., Прилипко Л.Л. Проблема анализа эндогенных продуктов перекисного окисления липидов.– М.: Медицина, 1988.– 287 с.
9. Королюк М.А. Способ определения активности каталазы // Лаб. дело.– 1988.– №1.– С. 16-19.
10. Перекисное окисление липидов в норме и патогенезе различных заболеваний: Сб. научн. трудов / Под ред. М.И.Агаджанова.– Ереван, Астастаран, 1988.– 220 с.
11. Современные методы биохимических исследований (липидный и энергетический обмен): Под ред. М.И.Прохоровой. –Л.: Изд-во Ленинградского ун-та.– 1982.– 272 с.
12. Чевари С., Чаба И., Секей Й. Роль супероксиддисмутазы в окислительных процессах клетки и методы ее определения в биологическом материале // Лаб.дело.– 1988.– №11.– С. 678-681.

УДК 669.5:61

ВПЛИВ ГІПЕРГЛІКЕМІЗУЮЧИХ ФАКТОРІВ НА ВМІСТ ЦИНКУ В КЛІТИНАХ

Бовт В.Д., д.б.н., професор, Єщенко Ю.В., аспірант, Григорова Н.В., к.б.н., ст.викладач

Запорізький державний університет

Уведення гіперглікемізуючих факторів викликає зниження вмісту цинку в клітинах. Ступінь вираженості цих змін залежить від важкості діабету.

Ключові слова: глікемія, діабет, інсулін, інсулоцити, клітини Панета, передміхурова залоза, цинк.

Бовт В.Д., Єщенко Ю.В., Григорова Н.В. ВЛИЯНИЕ ГИПЕРГЛИКЕМИЗИРУЮЩИХ ФАКТОРОВ НА СОДЕРЖАНИЕ ЦИНКА В КЛЕТКАХ / Запорожский государственный университет, Украина

Введение гипергликемизирующих факторов вызывает снижение содержания цинка в клетках. Степень выраженности этих изменений зависит от тяжести диабета.

Ключевые слова: гликемия, диабет, инсулин, инсулоциты, клетки Панета, предстательная железа, цинк.

Bovt V.D., Eshchenko J.V., Grigorova N.V. THE INFLUENCE OF HYPERGLYCAEMIZING FACTORS ON ZINC CONTENT IN THE CELLS / Zaporizhzhya State University, Ukraine

Injection of hyperglycaemizing factors induces the decrease of zinc content in the cells. The expressiveness degree of these changes was dependent from the diabetes severity.

Key words: glycaemia, diabetes, insulin, insulinocytes, paneth cells, prostate, zinc.

1. ВСТУП

До гіперглікемізуючих факторів можуть бути віднесені алоксан, дитизон, 8 - (п - толуолсульфоніламіно) – хінолін (8-ТСХ) [1]. У мишей найбільш виражену дію має алоксан: у більшості випадків спостерігається висока глікемія як результат вираженого пошкодження інсулінпродукуючих клітин [1, 2]. Із зазначених реагентів найменшу дію має 8-ТСХ: гіперглікемія невисока і, як правило, носить мінущий характер. У багатьох тварин розвивається прихований діабет, який характеризується нормальним вмістом цукру в крові та незначними змінами в острівцях [1, 2]. Проміжне положення займає дитизон, який у більшості випадків викликає легкий діабет зі слабкою гіперглікемією та легким пошкодженням у панкреатичних клітинах В [1, 2].

Алоксан є інгібитором тіолових груп ферментів. Дитизон і 8-ТСХ – хелатуючі агенти, які здібні зв'язувати іони цинку та інших металів [1]. Очевидно, що механізм діабетогенної дії першого відрізняється від механізму дії двох інших агентів. Представляє інтерес порівняння характеру змін вмісту цинку в клітинах при введенні зазначених речовин. Дані, які є в літературі [2-4, 7-10], недостатні для вирішення цього питання.

2. МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У дослідях було використано 59 мишей. Контролем служили інтактні тварини. Алоксан вводили мишам підшкірно в дозі 400 мг/кг у вигляді 2% - ного розчину. Дитизон вводили внутрішньочеревно в кількості 100 мг/кг у вигляді 1%-ного водно-аміачного розчину. Внутрішньочеревні ін'єкції 8-ТСХ робили в дозі 50 мг/кг у вигляді 0,5%-ного розчину на 0,1n розчині гідроксиду натрію.

Розчин дитизону для ін'єкції готували таким чином. У скляночку з притертою пробкою наливали 30 мл дистильованої води, додавали 400 мг дитизону та 0,6 мл 25%-ного розчину гідроксиду амонію. Суміш перемішували на водяній бані при 70°C протягом 10 хв, потім фільтрували через беззолний фільтр. Отриманий фільтрат являв собою 1%-ний водно-аміачний розчин дитизону, оскільки на фільтрі залишалась чверть наважки реагенту.

Рівень цукру в крові визначали за Хаггедорном-Йенсенем. Цей метод виявився найбільш зручним, оскільки за його допомогою виконана більшість робіт щодо вивчення діабетогенної дії різних речовин.

Для оцінки функціонального стану інсулярного апарату дані глікемії підкріплювали визначенням інсуліну в підшлунковій залозі за допомогою забарвлення її зрізів альдегідфуксином. Найкращим фіксатором слугувала рідина Буена – суміш розчинів пікринової кислоти, нейтрального формаліну та оцтової кислоти. Тривалість фіксації – 1 доба. Потім шматочки підшлункової залози витримували у 70°-ному спирті протягом 4 год, 80°-ному – 4 год, 90°-ному – 4 год, абсолютному – 4 год. Проводили послідовну обробку в двох ксилолах (по 15 хв у кожному). Потім шматочки витримували в каші при 37°C протягом 30 хв. Каша являє собою суміш 50% парафіну та 50% ксилолу. Потім шматочки інфільтрували шляхом витримування їх у двох рідких парафінах (по 1,5 год у кожному при 56°C). Потім шматочки заливали парафіном. Отримані таким чином блоки використовували для приготування парафінових зрізів завтовшки 5 мкм.

Депарафінування зрізів проводили у двох порціях ксилолу (по 3 хв у кожній) з наступною обробкою їх у спиртах падаючої концентрації (абсолютним, 90°-нім, 80°-нім, 70°-нім – по 3 хв у кожному). Далі відбувалось промивання в дистильованій воді (5 хв).

Потім зрізи послідовно витримували в окислювачі (до їх порудіння) і у відновлювачі (до їх знебарвлення). Окислювач готували шляхом перемішування 1 частини 2,5%-ного розчину перманганату калію, 1 частини 5%-ного розчину сірчаної кислоти і 4 частин дистильованої води. За відновлювач використовували 2%-ний розчин щавлевої кислоти. Потім зрізи промивали протягом 5 хв у дистильованій воді і забарвлювали 0,25%-ним розчином альдегідфуксину на 70°-ному спирті. Тривалість забарвлення – 6 хв. Оброблені в підкисленому спирті зрізи промивали в дистильованій воді і замикали в гліцерин-желатин. На препаратах у панкреатичних клітинах В виявлялась синьо-фіолетова зернистість – показник вмісту в них гормону інсуліну.

Цитохімічні дослідження цинку проводили в клітинах панкреатичних острівців, базальних відділів кишкових крипт (клітинах Панета), кінцевих відділів передміхурової залози.

Для цитохімічного визначення цинку на парафінових зрізах завтовшки 5-10 мкм застосували фіксацію шматочків тканини у холодному (4°C) ацетоні. Тривалість фіксації – 12 год. Потім шматочки проводили крізь ксилоли, кашу та рідкі парафіни, як описано вище у випадку з фіксацією в рідині Буена.

Депарафінування зрізів проводили шляхом їх витримування у двох ксилолах і двох спиртах (по 3 хв у кожному). Потім зрізи обробляли протягом 1 хв 0,01%-ним ацетоновим розчином 8-ТСХ, промивали протягом 5 хв у дистильованій воді, замикали в гліцерині і вивчали під люмінесцентним мікроскопом.

Для збудження люмінесценції застосували світлофільтр ФС-1, як захисний (окулярний, запираючий) використовували світлофільтр зі скла ЖС-18.

На препаратах у цитоплазмі клітин виявлялись гранули, які люмінесціювали жовто-зеленим світлом. Кількість зернистості в клітинах – показник вмісту в них цинку.

Інтенсивність цитохімічних реакцій альдегідфуксину та 8-ТСХ оцінювали за бальною системою, запропонованою В.В. Соколовським [5] і Ф.Г.Дж.Хейхоу та Д.Квагліно [6]. За один бал приймали слабо позитивну, два бали – помірну, три бали – виражену за інтенсивністю реакцію. На підставі підрахунку в 100 клітинах обчислювали середню арифметичну величину ($\bar{X}$) та похибку (m). За таблицею Стюдента визначали показник достовірності (p).

3. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

У контрольних (інтактних) мишей середній рівень цукру в крові складав $6,3 \pm 0,24$ ммоль/л (табл.). При уведенні алоксану глікемія дорівнювала $14,2 \pm 0,95$ ммоль/л (в 2,3 рази вище за норму, $p < 0,001$). Дитизон мав менш виражену гіперглікемізуючу дію ($9,8 \pm 0,46$ ммоль/л – в 1,6 разу вище за норму, $p < 0,001$). Ще слабша була дія 8-ТСХ ($7,4 \pm 0,62$ ммоль/л – в 1,2 разу вище за норму, $p > 0,05$). Ці дані

вказують на те, що алоксан викликав розвиток у мишей діабету середньої важкості, при уведенні дитизону виникав легкий, а 8-ТСХ – прихований діабет.

Інтенсивність цитохімічної реакції 8-ТСХ в острівцях у нормі складала $2,0 \pm 0,13$ (таблиця 1). При уведенні алоксану вміст цинку в інсулоцитах скорочувався на 55% ($0,9 \pm 0,08$; $p < 0,001$). Менш виражений дефіцит цинку в клітинах панкреатичних острівців був при уведенні дитизону ($1,2 \pm 0,09$ – на 40% менше за норму, $p < 0,001$). Найменшу дію мав 8-ТСХ ($1,4 \pm 0,10$ – на 30% нижче за норму, $p < 0,001$).

Такі ж зміни прослідковувались при дослідженні вмісту інсуліну в панкреатичних клітинах В (табл.). У контрольних мишей інтенсивність цитохімічної реакції альдегідфуксину складала в середньому $1,3 \pm 0,11$. Алоксан викликав зниження вмісту інсуліну в панкреатичних клітинах В на 62% ($0,5 \pm 0,04$; $p < 0,001$), дитизон – на 38% ($0,8 \pm 0,07$; $p < 0,001$), 8-ТСХ – на 23% ($1,0 \pm 0,06$; $p < 0,05$).

Таким чином, стає очевидним, що вміст цинку та інсуліну в панкреатичних клітинах В знижується при уведенні діабетогенних речовин. Чим важче був діабет, тим сильніші були зміни в острівцях. Дефіцит цинку та інсуліну прослідковувався навіть у відсутність гіперглікемії (у мишей, отримавших 8-ТСХ). Ці дані можуть слугувати підтвердженням того, що 8-ТСХ викликає прихований діабет. Отже, про наявність діабету можна судити не тільки на підставі аналізу глікемії, але і при визначенні вмісту цинку та інсуліну в панкреатичних клітинах В.

У контрольних мишей інтенсивність цитохімічної реакції 8-ТСХ у клітинах Панета складала в середньому $0,9 \pm 0,07$. При уведенні алоксану вміст цинку в цих клітинах знижувався на 56% ($0,4 \pm 0,05$; $p < 0,001$). Дитизон викликав менш виражені зміни ($0,7 \pm 0,06$ – на 22% нижче за норму, $p < 0,05$). Найменшу дію на ці клітини мав 8-ТСХ ($0,8 \pm 0,08$ – на 11% менше за норму, $p > 0,05$).

Дані таких досліджень вказують на розвиток дефіциту цинку в клітинах Панета при уведенні алоксану і дитизону, у той час як 8-ТСХ не викликав суттєвих змін кількості в цих клітинах даного металу. Отже, дефіцит цинку в клітинах Панета може бути результатом розвитку інсулінової недостатності.

У клітинах епітелію кінцевих відділів передміхурової залози мишей визначалось $1,3 \pm 0,12$ цинку. При уведенні алоксану ця цифра знижувалась на 54% ($0,6 \pm 0,05$; $p < 0,001$). Дитизон викликав менш виражені зміни ($0,7 \pm 0,08$ – на 46% менше за норму, $p < 0,001$). Як і у випадку з клітинами Панета, вміст цинку в клітинах передміхурової залози при уведенні 8-ТСХ не відрізнявся від контрольних величин ($1,1 \pm 0,11$ – на 15% нижче за норму, $p > 0,05$). Ці дані також приводять до висновку про те, що інсулінова недостатність може бути причиною дефіциту цинку в клітинах.

Таким чином, 8-ТСХ викликав достовірне зниження вмісту цинку в панкреатичних клітинах В, що вказує на розвиток прихованого діабету, який характеризується змінами в цих клітинах у відсутність гіперглікемії, тобто у відсутність інсулінової недостатності. У других видах клітин вміст цинку суттєво не змінювався, мабуть, як результат відсутності інсулінової недостатності.

Такий висновок підкріплюється результатами досліджень впливу алоксану та дитизону на клітини. У результаті розвитку інсулінової недостатності, про що свідчить гіперглікемія, вміст цинку знижувався у всіх досліджених видах клітин. Чим вище був рівень цукру в крові, тим сильніше був дефіцит цинку в клітинах.

Таблиця 1. - Рівень цукру в крові, інтенсивність цитохімічних реакцій 8-ТСХ та альдегідфуксину в панкреатичних острівцях у мишей при уведенні діабетогенних хелантів ($\bar{X} \pm m$).

Група тварин	Кількість цукру в крові, ммоль/л	Інтенсивність реакції, ум. од.	
		8-ТСХ	альдегідфуксину
Інтактні тварини (n=17)	$6,3 \pm 0,24$	$2,0 \pm 0,13$	$1,3 \pm 0,11$
Тварини, яким вводили дитизон (n = 15)	$9,8 \pm 0,46^{***}$	$1,2 \pm 0,09^{***}$	$0,8 \pm 0,07^{***}$
Тварини, яким вводили 8-ТСХ (n = 13)	$7,4 \pm 0,62$	$1,4 \pm 0,10^{***}$	$1,0 \pm 0,06^*$
Тварини, яким вводили алоксан (n=14)	$14,2 \pm 0,95^{***}$	$0,9 \pm 0,08^{***}$	$0,5 \pm 0,04^{***}$

Примітка: * - $p < 0,05$, ** - $p < 0,01$, *** - $p < 0,001$ – достовірність різниці в порівнянні з контролем.

4. ВИСНОВКИ

Уведення мишам алоксану викликає розвиток діабету середньої важкості з вираженим дефіцитом цинку в клітинах.

Дитизон викликає легкий діабет і нерізко виражене зниження вмісту цинку в клітинах.

При уведенні 8-ТСХ у мишей розвивається прихований діабет і відносно слабкий дефіцит цинку в клітинах панкреатичних острівців.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гольдберг Е.Д., Ещенко В.А., Бовт В.Д. Сахарный диабет. Этиологические факторы. - Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1993. - 136 с.
2. Григорова Н. В. Вплив екстремальних факторів на вміст цинку в клітинах: Автореф. дис. канд. біол. наук: 03.00.13/ Тавр. нац. ун-т ім. Вернадського. – Сімферополь, 2002. – 20с.
3. Ещенко В.А. Гистохимическое исследование цинка // Цитология. - 1978. - №8. – С. 927-933.
4. Малько М.М. Метаболізм цинку в клітинах при фізичних навантаженнях, іммобілізації та алкоголізації // Вісник ЗДУ.: Фізико-математичні науки. Біологічні науки. - 1998. - №1. - С. 123-125.
5. Соколовский В.В. Гистохимические исследования в токсикологии. – Л.: Медицина, 1971. – 172с.
6. Хейхоу Ф. Г. Дж., Кваглино Д. Гематологическая цитохимия. - М.: Медицина, 1983. – 320 с.
7. Bettger W.T., O'Dell B.L. A critical physiological role of zinc in the structure and function of biomembranes // Life Sci. – 1981. – Vol.28. – P.1425-1438.
8. Bray T.M., Bettger W.J. The physiological role of zinc as an antioxidant // Free Radic. Biol. Med. – 1990. – Vol.8. – P.181-191.
9. Chausmer A. B. Zinc, insulin and diabetes / J. Am. Coll. Nutr. - 1998. – V.17. -P. 109 -115.
10. Vallee B.L. Zinc: biochemistry, physiology, toxicology and clinical pathology // Biofactors. – 1988. – Vol.1. – P.31-36.

УДК 669.5:61

ВПЛИВ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ХІМІЧНИХ ТА ФІЗИЧНОГО ФАКТОРІВ НА ВМІСТ ЦИНКУ В ГРАНУЛОЦИТАХ КРОВІ

Григорова Н.В., к.б.н., ст.викладач, Єщенко Ю.В., аспірант, Бовт В.Д., д.б.н., професор,
Скорняков В.І., аспірант

Запорізький державний університет

Вміст цинку в гранулоцитах крові визначався за допомогою високочутливих металохромних індикаторів. Кількість цього металу в зазначених клітинах знижувалась у робітників, які зазнавали дії сірководню, токсичних металів і високої температури.

Ключові слова: висока температура, гранулоцити, сірководень, токсичні метали, хеланти, цинк.

Григорова Н.В., Ещенко Ю.В., Бовт В.Д., Скорняков В.І. ВЛИЯНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ХИМИЧЕСКИХ И ФИЗИЧЕСКОГО ФАКТОРОВ НА СОДЕРЖАНИЕ ЦИНКА В ГРАНУЛОЦИТАХ КРОВИ / Запорожский государственный университет, Украина

Содержание цинка в гранулоцитах крови определялось с помощью высокочувствительных металлохромных индикаторов. Количество этого металла в указанных клетках снижалось у рабочих, подвергавшихся воздействию сероводорода, токсических металлов и высокой температуры.

Ключевые слова: высокая температура, гранулоциты, сероводород, токсические металлы, хеланты, цинк.

Grigorova N.V., Eshchenko J.V., Bovt V.D., Skornyakov V.I. THE INFLUENCE OF EXTREMAL CHEMICAL AND PHYSICAL FACTORS ON ZINC CONTENT IN BLOOD GRANULOCYTES / Zaporizhzhya State University, Ukraine

Zinc content in blood granulocytes was determined with the aid of highly sensitive metallochromic indicators. The quantity of this metal in indicated cells was decreased in the workers subjected to the action of sulfured hydrogen, toxic mettalls and high temperature.

Key words: chelators, granulocytes, high temperature, sulfured hydrogen, toxic mettalls, zinc.

1. ВСТУП

При дії екстремальних факторів у клітинах розвиваються однотипні зміни, які позначені терміном неспецифічний адаптаційний синдром клітинної системи (НАСКС) [1]. Відсутність досконалих методів визначення цинку в клітинах не дозволила виявити та описати зміни вмісту цього металу при НАСКС. А втім дослідження цинку в клітинах дуже бажані, враховуючи його важливі біологічні функції. Цинк необхідний для активності багатьох металоферментів [6-10]. Він стабілізує клітинні мембрани [4, 5]. При дії на клітини екстремальних факторів якраз знижується активність ферментів і підвищується проникність мембран [1, 3].

Нами були використані розроблені методи, які передбачають застосування високочутливих реагентів на цинк дитизону та 8 - (п - толуолсульфоніламіно) - хіноліну (8-ТСХ) [2].

Як хімічні фактори була вивчена дія зв'язуючого метали агента сірководню та токсичних металів, які є продуктами та відходами промислового виробництва. Досліджувалась також дія фізичного фактора – високої температури (у робітників гарячих цехів металургійної промисловості).

2. МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дослідження проводили у 15 контрольних осіб і 36 індивідуумів, які зазнавали дії різних факторів (сірководню, токсичних металів, високої температури). Кров для дослідження брали з пальця. Перед забарвленням дитизоном мазки фіксували в парах формаліну. Для цього в чашку Петрі наливали 20 мл формаліну, на дно чашки поміщали дві скляні палички, на які клали мазками донизу предметні стекла. Чашку закривали кришкою. Фіксацію у висхідних парах формаліну проводили протягом 5 хв. Потім кришку знімали, мазки переносили в іншу чашку Петрі та наливали на них декілька краплин робочого розчину дитизону. Чашку знов закривали кришкою, яку знімали через 3 год. Мазки промивали дистильованою водою протягом 5 хв і замикали в гліцерин.

Робочий розчин дитизону готували шляхом п'ятикратного розведення його основного розчину. Для приготування останнього змішували 15 мл дистильованої води, 0,3 мл 25%-ного розчину гідроксиду амонію, 200 мг дитизону. Суміш перемішували на водяній бані при 70 °С протягом 10 хв і фільтрували через беззольний фільтр. Отриманий фільтрат являв собою 1%-ний водно-аміачний розчин дитизону. Забарвлені дитизоном мазки вивчали під світловим мікроскопом. На препаратах у цитоплазмі зернистих лейкоцитів виявлялись червоні гранули. Кількість дитизонових зерен у клітинах – показник вмісту в них цинку.

При використанні 8 – ТСХ застосували одночасну фіксацію та забарвлення мазків шляхом їх обробки протягом 1 хв 0,01% - ним ацетоновим розчином 8-ТСХ. Потім мазки замикали в гліцерин і вивчали під люмінесцентним мікроскопом. Для збудження люмінесценції застосували світлофільтр ФС-1, як окулярний використовували світлофільтр зі скла ЖС-18. На препаратах у цитоплазмі зернистих лейкоцитів виявлялись гранули, які люмінесціювали жовто-зеленим світлом. Кількість цих гранул – показник вмісту цинку в клітинах. Обидва типи зернистості ідентичні та являли собою гранули цинку.

Кількість цинку в клітинах визначали шляхом підрахунку в них кількості гранул. Підрахунок у кожному випадку проводили у 100 клітинах. Встановлювали середню арифметичну величину ($\bar{X}$), похибку (m) та показник достовірності (p).

3. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

У контрольних осіб кількість гранул дитизону в зернистих лейкоцитах складала $141 \pm 5,2$ (див. таблицю). При дії сірководню їхня кількість скорочувалась до $122 \pm 6,1$, що складало 87 % по відношенню до норми ($p < 0,05$). Токсичні метали викликали зменшення кількості гранул ($119 \pm 4,4 - 84 \%$, $p < 0,01$). Такі ж результати виходили і при обстеженні робітників гарячих цехів ($112 \pm 6,8 - 79 \%$, $p < 0,01$).

У контрольних осіб кількість гранул 8-ТСХ у зернистих лейкоцитах складала $143 \pm 5,1$ (див. таблицю). У осіб, які зазнавали дії сірководню, ця кількість скорочувалась ($126 \pm 5,5 - 88 \%$, $p < 0,05$). При дії токсичних металів кількість гранул 8-ТСХ складала $110 \pm 4,8$ (77 %, $p < 0,01$). Під впливом високої температури також відбувалось скорочення кількості гранул ($115 \pm 5,4 - 80 \%$; $p < 0,001$).

Звертає на себе увагу той факт, що кількість гранул дитизону та 8-ТСХ суттєво не відрізняється у всіх обстежених осіб. Обидва типи зернистості мають подібну локалізацію в клітинах. Усе це дозволяє говорити про ідентичність гранул дитизону та 8-ТСХ, тобто віднести їх до гранул цинку.

Токсичні метали викликають зниження вмісту цинку в клітинах внаслідок його витискання із комплексів з біолігандами. Дефіцит цинку в клітинах при дії високої температури зумовлений втратою цього металу з потом.

Таким чином, різні, навіть протилежні за своєю природою, фактори викликають однотипну зміну в гранулоцитах крові – дефіцит у них цинку. Однотипність зміни дозволяє віднести її до ознак НАСКС.

Таблиця 1. - Кількість гранул дитизону та 8-ТСХ у зернистих лейкоцитах у робітників, які зазнали дії сірководню, токсичних металів і високої температури ($\bar{X} \pm m$).

Група обстежених осіб	Кількість обстежених осіб	Кількість гранул	
		дитизону	8-ТСХ
Контроль	15	141 $\pm$ 5,2	143 $\pm$ 5,1
Сірководень	11	122 $\pm$ 6,1	126 $\pm$ 5,5
p		< 0,05	< 0,05
Токсичні метали	13	119 $\pm$ 4,4	110 $\pm$ 4,8
p		< 0,01	< 0,001
Висока температура	12	112 $\pm$ 6,8	115 $\pm$ 5,4
p		< 0,01	< 0,001

4.ВИСНОВКИ

Під впливом шкідливих факторів у промисловості (сірководню, токсичних металів, високої температури) у зернистих лейкоцитах людей скорочувалась кількість гранул, які визначались забарвленням дитизоном і 8-ТСХ.

Дефіцит цинку в цих клітинах може бути віднесений до ознак НАСКС.

ЛІТЕРАТУРА

1. Браун А.Д., Моженко Т.П. Неспецифический адаптационный синдром клеточной системы. – Л.: Наука, 1987. – 232 с.
2. Ещенко В.А. Гистохимическое исследование цинка // Цитология. - 1978. - №8. – С. 927-933.
3. Панин Л.Е. Биохимические механизмы стресса. – Новосибирск: Наука, 1983. – 233с.
4. Bettger W.T., O'Dell B.L. A critical physiological role of zinc in the structure and function of biomembranes // Life Sci. – 1981. – V.28. – P.1405-1438.
5. Bray T.M., Bettger W.J. The physiological role of zinc as an antioxidant // Free Radic. Biol. Med. – 1990. – V.8. – P.281-291.
6. Crowder M. W., Maiti M.K., Banovic L., Makaroff C.A. Glyoxalase II from A. thaliana requires Zn (II) for catalytic activity // FEBS Lett. - 1997. – V.418. – P. 351 - 354.
7. Huang T.M., Huang H.C., Chang T.C., Chang G.G. Solvent kinetic isotope effects of human placental alkaline phosphatase in reverse micelles // Biochem. J. – 1998. – V.330. – P.267-275.
8. Rigobello M.P., Callegaro M.T., Barzon E., Benetti M., Bindoli A. Purification of mitochondrial thioredoxin reductase and its involvement in the redox regulation of membrane permeability // Free Radic.Biol.Med. – 1998. – V.24. – P.370 – 376.
9. Vallee B.L. Zinc: biochemistry, physiology, toxicology and clinical pathology // Biofactors. – 1988. – V.1. – P.31-36.
10. Vallee B.L., Auld D.S. Zinc coordination, function and structure of zinc enzymes and other proteins // Biochemistry. – 1990. – V.29. – P.5647-5659.

ДОСЛІДЖЕННЯ АНТИОКСИДАНТНОЇ ТА ПРОТИШЕМІЧНОЇ АКТИВНОСТІ НАТРІЄВИХ СОЛЕЙ В (2-МЕТИЛХІНОЛІН- 4-ІЛТІО) -МОЛОЧНИХ КИСЛОТ В УМОВАХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ ІШЕМІЇ ГОЛОВНОГО МОЗКУ

Завгородній М.П., асистент

Запорізький державний університет

Досліджено вплив 4-тіопрохідних хіноліну на вуглеводно-енергетичний обмін, активність ВРО та стан антиоксидантної системи у білих щурів лінії Вістар в умовах односторонньої перев'язки загальної сонної артерії. Проведені дослідження натрієвих солей β- (2-метилхінолін-4-ілтїо) – молочних кислот показали, що вони виявляють значну антиоксидантну та протиішемічну дію. Антиоксидантна активність досліджених сполук реалізується на ініціальних етапах ВРО за рахунок реактивації антиоксидантних ферментів (СОД, каталази, ГПР). Досліджені сполуки впливають на ішемічні ушкодження головного мозку за рахунок інтенсифікації шляхів окислення та збільшення енергетичного фонду нейронів.

Ключові слова: хінолін, антиоксиданти, ішемія.

Завгородній М.П. ИССЛЕДОВАНИЕ АНТИОКСИДАНТНОЙ И ПРОТИВОИШЕМИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ НАТРИЕВЫХ СОЛЕЙ В- (2-МЕТИЛХИНОЛИН-4-ИЛТИО) – МОЛОЧНЫХ КИСЛОТ В УСЛОВИЯХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ИШЕМИИ ГОЛОВНОГО МОЗГА / Запорожский государственный университет, Украина.

Исследовано влияние 4-тиопроизводных хинолина на углеводно-энергетический обмен, активность СРО и состояние антиоксидантной системы у белых крыс линии Вистар в условиях односторонней перевязки общей сонной артерии. Проведенные исследования натриевых солей β- (2-метилхинолин-4-илтїо) – молочных кислот при односторонней перевязке общей сонной артерии показали, что они проявляют значительную антиоксидантную и противоишемическую активность. Антиоксидантная активность исследованных соединений реализуется на инициальных этапах СРО за счет реактивации антиоксидантных ферментов (СОД, каталазы, ГПР). Исследуемые производные хинолина влияют на ишемические повреждения головного мозга за счет интенсификации аэробных путей окисления и повышения энергетического фонда нейроцитов.

Ключевые слова: хинолин, антиоксиданты, ишемия.

Zavgorodny M. P. RESEARCH ANTIOXYDANT AND ANTIISHEMIANT OF SODIUM OF SALTS B-(2-METHULQUINALINE-4-ILTIO)-LACTAT ASIDS ACTIVITY DERIVATIVE OF IN CONDITIONS EXPERIMENTAL ISCHEMIA OF A HEAD BRAIN / Zaporizhzhya State University, Ukraine.

We have investigation the of quinaidine on glycoenergy metabolism, FRO activity and state of antioxidant system in white Wistar rats in case one side bandage of common carotid artery. The carried out researches at unilateral bandaging general sleepy arteries have shown derivative, that they show significant antioxydant and antiischemiant activity. Antioxydant activity of the investigated connections is realized on initial studies FRO for the account reactive antioxydant enzymes (SOD, catalase, GTP). Researched derivative of influence on ischemic damage of a head brain for the account various oxigenous ways of oxidation and increase of power fund neurocytes.

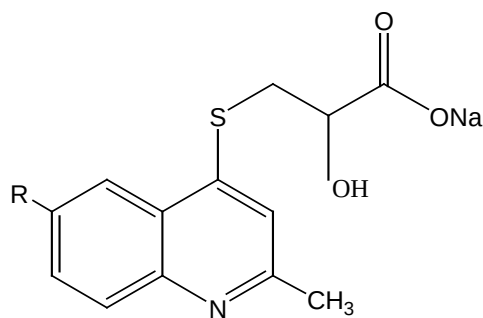
Key words: quinolin, antioxidants, ischemia.

У зв'язку з визначною роллю вільнорадикального окиснення (ВРО) у патогенезі мозкових інсультів, у комплексній терапії цих захворювань широке застосування знаходять антиоксиданти (дїбунол, α-токоферол, ліпін, ємоксипін, тіотриазолін та інші) [2,8]. Однак вибір антиоксидантних засобів, які використовуються в неврологічній практиці недостатній, тому пошук цих препаратів проводиться серед різних класів органічних сполук. Дослідженням останніх років виявлені антиоксидантні властивості 4-S похідних хіноліну [7]. Особливий інтерес у цьому плані представляють похідні (S-хінальдиніл)-L-цистеїну, так як відомо, що ці похідні проявляють антиоксидантну активність у дослідях in vitro та на моделі експериментальної ішемії міокарда [7]. Таким чином, вивчення антиоксидантної та протиішемічної активності поміж натрієвих солей β-(2-метилхінолін-4-ілтїо) – молочних кислот в умовах експериментальної ішемії головного мозку є актуальним.

Метою даної роботи є дослідження антиоксидантної та протиішемічної активності натрієвих солей β (2-метилхінолін-4-ілтїо) – молочних кислот в умовах експериментальної ішемії головного мозку

МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Було досліджено такі похідні хіноліну:



1-3

1-R=H; 2-R=OCH₃; 3-R=OC₂H₅

Дослідження антиоксидантної та протиішемичної активності синтезованих сполук проводили на 60 білих щурах лінії Вістар, масою 220-260 грамів. Усі тварини обох статей утримувались на стандартному раціоні харчування.

Ішемію головного мозку викликали однобічною перев'язкою загальної сонної артерії [3,7]. Препарати вводили щодня протягом 4 діб після оперативного втручання внутрішньочеревинно в дозах 1/50 ЛД₅₀ (приблизно 50 мг/кг), пірацетам – у дозі 200 мг/кг, дибунол та α-токоферол – підшкірно в дозі 50 мг/кг.

Тварини виводились з експерименту в ранковий час, під нембуталовим наркозом (40,0 мг/кг) на 4 добу експерименту. Після досягнення глибокого наркозу розтиналась передня стінка живота і черевна порожнина, і після введення голки в область біфуркації аорти проводився забір крові. У тварин з експериментальною ішемією головного мозку швидко розкривалась черепна коробка, витягували ішемізовану півкулю і заморожували в рідкому азоті.

Кров збирали в пробірки, оброблені трилоном Б (200 мг на 100,0 мл фізіологічного розчину), яка знаходилась у льодовій бані. Після центрифугування (3000 об/хв) плазма збиралась на дослідження. Еритроцити після двократного обмивання фізіологічним розчином підлягали холодовому гемолізу, гемолізат розводили 1:500. Заморожені в азоті тканини головного мозку гомогенізували у фарфорових ступках. Екстраговану цитозольну фракцію розводили 0,15 М розчином KCl з розрахунку тканини-розчин KCl 1:40 [9].

Після центрифугування при +4°C при 1500 g супернатант зливали в чисті пробірки. З осаду проводили екстракцію ліпідів 5,0 мл гептан-ізопропанольною сумішшю (2:1) за методом Кейтса [4]. Безбілковий екстракт одержували додаванням точної наважки гомогенату тканини в хлорну кислоту (0,6 М HClO₄), з подальшою нейтралізацією 5 М розчином K₂CO₃ по метилоранжу [9].

Інтенсивність процесів ВРО в тканинах головного мозку оцінювали по накопиченню початкових, проміжних та кінцевих продуктів – дієнових кон'югантів (ДК), триєнкетонів (ТК) і малонового діальдегіду (МДА) [1,5].

Стан антиоксидантної системи оцінювали по активності супероксиддисмутази (СОД), каталази, глутатіонпероксидази (ГПР) та α-токоферолу [6,9,10]. Стан вуглеводно-енергетичного обміну визначали по рівню аденілових нуклеотидів (АТФ), лактату, пірувату і малату [9].

Активність мозкової фракції креатинфосфокінази (ВВ-КФК) визначали після розділу на сефадексі ДСАС-А-50, за оптичним тестом Варбурга [8].

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Внутрішньочеревне введення натрієвих солей β-(2метилхінолін-4-ілтіо)- молочних кислот у процесі формування експериментальної патології у дозах, відповідно 1/50 їх ЛД₅₀ призводило до гальмування процесів перекисного окислення лепидів (ПОЛ) в ішемізованій півкулі головного мозку. Усі сполуки, які досліджували, проявляли антиоксидантну активність і за силою діючого ефекту перевершували стандартні антиоксиданти - α-токоферол ацетат і дибунол (табл. 1). Похідні хіноліну проявляють свій антиоксидантний ефект як на ініціальних, так і на кінцевих (перекисних) етапах ВРО, що встановлено за результатами досліджень (досліди in vitro).

Найбільшу антиоксидантну активність проявляє натрієва сіль β-(6-метокси-2-метилхінолін-4-ілтіо)-молочної кислоти (сполука 2). Введення сполуки 2 тваринам з експериментальною ішемією головного

мозку приводить до активації антиоксидантних систем. Так, у тканинах головного мозку активність СОД підвищувалась на 61,3%, активність каталази – на 37,3%, ГПР на 39,4%. Рівень α -токоферолу зростав на 44,1%.

Активация антиоксидантних систем і інгібування активних форм кисню і вільних радикалів приводила до зниження вмісту продуктів ВРО в ішемізованих тканинах головного мозку. Кількість ДК у тканинах головного мозку при призначенні сполук 2 і 3 зменшувалась на 21,3% та 17,5%, ТК – на 43,3% та 37,3%, МДА – на 44,2% і 38,3%.

Таблиця 1. - Вплив натрієвих солей β (2-метилхінолін-4-ілтію)- молочної кислоти на вміст продуктів ВРО в ішемізованому головному мозку(мкмоль/г тканини).

№ п/п	Сполуки	ДК	% змін	ТК	% змін	МДА	% змін
1	Інтактна група	1,20±0,01	-	0,26±0,04	-	0,56±0,04	-
2	Одностороння перев'язка загальної сонної артерії	2,11±0,11	-	0,67±0,07	-	1,20±0,07	-
3	Сполука 1	1,82±0,08*	-13,7	0,44±0,02*	-34,3	0,92±0,07*	-23,3
4	Сполука 2	1,66±0,09*	-21,3	0,38±0,05*	-43,3	0,67±0,05*	-44,2
5	Сполука 3	1,74±0,11*	-17,5	0,42±0,03*	-37,3	0,74±0,03*	-38,3
6	α -токоферол ацетат	4,77±0,19*	-4,2	1,0±0,034*	-19,3	1,51±0,05*	-23,7
7	Дибунол	4,04±0,15*	-18,7	0,9±0,054*	-27	1,39±0,07*	-29,2
8	Контроль (ішемія)	4,96±0,12*	-	1,24±0,062*	-	1,98±0,025*	-

Примітка: * - $p < 0,05$ у порівнянні з контролем.

Порівнюючи антиоксидантну дію сполук вивченої групи з дією еталонних антиоксидантів (α -токоферол і дибунол) при гострому порушенні мозкового кровообігу, було встановлено, що сполуки цього ряду реалізують свій ефект як на ініціальних етапах ВРО, так і на вільнорадикальному етапі розвитку ВРО, а також на етапі пероксидації. Дибунол і α -токоферол впливають лише на кінцевий (перекисний) етап розвитку ВРО, знижуючи лише кінцеві продукти (ТК, МДА). Ці сполуки здатні реагувати як з активними формами кисню, так і запобігати їх утворенню, що нормалізує порушення тонких ланцюгів метаболізму.

Таблиця 2. - Вплив натрієвих солей β (2-метилхінолін-4-ілтію)- молочної кислоти на активність антиоксидантних ферментів і вміст α -токоферолу в ішемізованому головному мозку.

№ п/п	Сполуки	СОД	% змін	Каталаза	% змін	ГПР	% змін	α -токоферол	% змін
1	Інтактна група	218,2±11,2	-	15,5±0,31	-	67,8±4,7	-	4,77±0,21	-
2	Одностороння перев'язка загальної сонної артерії	96,2±6,56	-	7,5±0,11	-	37,5±5,2	-	2,7±0,2	-
3	Сполука 1	110,3±11,2*	14,6	7,9±0,13	5,3	41,8±2,5*	11,5	3,1±0,18*	14,8
4	Сполука 2	155,2±10,8*	61,3	10,3±0,21*	37,3	52,3±3,4*	39,4	3,89±0,33*	44,1
5	Сполука 3	114,6±14,6*	19,1	8,3±0,14*	10,6	44,6±2,7*	18,9	3,15±0,24*	16,6
6	α -токоферол ацетат	110,7±2,4	5,3	5,25±1,09	15,3	36,6±2,3	14,8	5,66±0,27	57,2
7	Дибунол	111,1±4,1	5,8	5,69±0,4	17,3	36,8±1,2	4,9	4,66±0,27	29,4
8	Контроль (ішемія)	105±2,7	-	4,85±0,07	-	34,9±2,4	-	3,6±0,12	-

Примітка: * - $p < 0,05$ в порівнянні з контролем.

При курсовому призначенні в гострому періоді ішемії натрієвих солей β (2-метилхінолін-4-ілтію)-молочних кислот виявлено виражений їх вплив на показники вуглеводно-енергетичного обміну (табл. 3). Так, спостерігалось деяке збільшення вмісту АТФ у мозкових тканинах, причому сполука 2 найбільш збільшує показники окисної продукції енергії – рівень лактату на 33,3%, пірувату на 16,6%, малату на 65,2%.

Таким чином, введення в 6-те положення хінолінового циклу замісників ($-\text{OCH}_3$, $-\text{OC}_2\text{H}_5$) збільшує антиоксидантну та протиішемічну дію.

Наслідком антиоксидантного ефекту та позитивної реакції на порушення тонких ланок метаболізму була протекторна дія по відношенню до клітинних мембран мозкової тканини, про що свідчить зниження гіперферментації ВВ КФК (табл. 4).

Таблиця 3. - Вплив натрієвих солей β (2-метилхінолін-4-ілтію)- молочної кислоти на енергетичний обмін в ішемізованому головному мозку.

№ п/п	Сполуки	АТФ	% змін	лактат	% змін	піруват	% змін	Малат	% змін
1	Інтактна група	2,84±0,1	-	2,88±0,2	-	0,26±0,01	-	0,4±0,04	-
2	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	1,62±0,07	-	5,7±0,16	-	0,1±0,005	-	0,23±0,05	-
3	Сполука 1	1,75±0,04*	8	4,94±0,08*	-13,3	0,19±0,05*	5,5	0,25±0,02*	8,7
4	Сполука 2	1,88±0,06*	16	3,84±0,13*	-33,3	0,21±0,005*	16,6	0,38±0,03*	65,2
5	Сполука 3	1,9±0,08*	17,3	5±0,12*	-12,2	0,21±0,005*	16,6	0,29±0,02*	4,4
6	Пірацетам	1,85±0,15	55,4	7,44±0,62	-14,9	0,19±0,02	72,7	0,37±0,01	85
7	Контроль (ішемія)	1,19±0,18	-	8,75±0,49	-	0,11±0,01	-	0,2±0,01	-

Примітка: * - $p < 0,05$ в порівнянні з контролем.

Таблиця 4. - Вплив натрієвих солей β (2-метилхінолін-4-ілтію)- молочної кислоти на активність ВВ-ізоформи КФК при гострому порушенні мозкового кровообігу.

№ п/п	Сполуки	ВВ-КФК (ммоль/1/год)	% змін
1	Інтактна група	0,042±0,006	-
2	Однобічна перев'язка загальної сонної артерії	0,1±0,004	-
3	Сполука 1	0,091±0,002*	-9
4	Сполука 2	0,072±0,003*	-28
5	Сполука 3	0,08±0,002*	-20,1
6	Пірацетам	0,08±0,03	-21,5
7	Контроль (ішемія)	0,102±0,06	-

Примітка: * - $p < 0,05$ у порівнянні з контролем

При курсовому призначенні в гострому періоді ішемії натрієвих солей β (2-метилхінолін-4-ілтію)-молочних кислот виявлено виражений їх вплив на показники вуглеводно-енергетичного обміну (табл. 3). Так, спостерігалось деяке збільшення вмісту АТФ у мозкових тканинах, причому сполука 2 найбільш збільшує показники окисної продукції енергії: рівень лактату - на 33,3%, пірувату - на 16,6%, малату - на 65,2%

Таким чином, введення в 6-те положення хінолінового циклу замісників ($-\text{OCH}_3$, $-\text{OC}_2\text{H}_5$) збільшує антиоксидантну та протиішемичну дію.

Наслідком антиоксидантного ефекту та позитивної реакції на порушення тонких ланок метаболізму була протекторна дія по відношенню до клітинних мембран мозкової тканини, про що свідчить зниження гіперферментації ВВ КФК (табл. 4).

Усі сполуки знижували гіперферментацію. З них сполука 2 за силою зниження перевершувала ефект пірацетаму і мала найбільший мембраностабілізуючий ефект. За рівнем збільшення антиоксидантної та церебропротекторної дії досліджені сполуки розміщуються в ряду $\text{H} < \text{OCH}_3 < \text{OC}_2\text{H}_5$.

Таким чином встановлено, що медикаментозний захист вищенаведеними сполуками при експериментальній ішемії головного мозку є досить ефективний.

ВИСНОВКИ

Натрієві солі β (2-метилхінолін-4-ілтію) – молочних кислот проявляють значну антиоксидантну та протиішемичну активність при однобічній перев'язці загальної сонної артерії.

Антиоксидантна активність досліджених сполук реалізується на ініціальних етапах ВРО за рахунок реактивації антиоксидантних ферментів (СОД, каталази, ГПР).

Досліджувані похідні впливають на ішемічні ушкодження головного мозку за рахунок інтенсифікації аеробних шляхів окислювання і підвищення енергетичного фонду нейронів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андреева Л.И., Кожемякин Л.А., Кишкун А.А. Модификация метода определения перекисей липидов в тесте с тиобарбитуровой кислотой // Лаб. дело. – 1988. – №11. – С.41-46.
2. Беленічев І.Ф., Коваленко С.І., Дунаєв В.В. Антиоксиданти: сучасне уявлення, перспективи створення // Ліки. – 2002. – № 1. – С.25-29.
3. Беленічев І.Ф., Тишкин В.С. и др. Способ определения α -токоферола в биологическом материале // Тез. докл. IV съезда специалистов по лабораторной клинической диагностике республики Беларусь. – Гродно, 1992. – С. 72.
4. Дунаев В.В., Беленічев І.Ф., Коваленко С.І. Антирадикальная и антиокислительная активность производных 1,2,4-триазола и хиназолина при ишемии головного мозга // Укр. биохим. журн. - 1998. – Т.68, №1. – С. 100-104.
5. Коган В.С., Орлов О.Н., Прилипко Л.Л. Проблема анализа эндогенных продуктов перекисного окисления липидов. – М.: Медицина, 1988. – 287 с.
6. Королюк М.А. Способ определения активности каталазы // Лаб. дело. – 1988. – №1. – С. 16-19.
7. Омельянчик Л.О., Бражко О.А., Беленічев І.Ф. Изучение антиоксидантного и противоишемического действия 4-тиопроизводных хинальдина на модели острого нарушения мозгового кровообращения // Ліки. – 2000. – № 1-2. – С. 40-43.
8. Перекисное окисление липидов в норме и патогенезе различных заболеваний: Сб. научн. трудов / Под ред. М.И. Агаджанова. – Ереван, Астастаран, 1988. – 220 с.
9. Современные методы биохимических исследований (липидный и энергетический обмен): Под ред. М.И. Прохоровой. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та. – 1982. – 272 с.
10. Чевари С., Чаба И., Секей Й. Роль супероксиддисмутазы в окислительных процессах клетки и методы ее определения в биологическом материале // Лаб. дело. – 1988. – №11. – С. 678-681.

УДК 598.333.2 + 591.13 (477.75)

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАЗМЕРОВ И МАССЫ КОРМОВЫХ ОБЪЕКТОВ ПО ОСТАТКАМ ЧЕЛЮСТЕЙ ПОЛИХЕТ

Кирикова Т.А., аспирант

НИИ биоразнообразия наземных и водных экосистем (г. Мелитополь)

На основе промеров парных фрагментов ротового аппарата, длины и массы тела полихет разных размерных групп была найдена функциональная зависимость между размером фрагмента и массой тела неантеса. В результате изучения фрагментов ротового аппарата, сохраняющихся в желудках куликов, можно рассчитать численность и биомассу кормовых объектов (сырой вес).

Ключевые слова: грязовик, кормовой объект, неантес, полихета.

Кірікова Т. О. ДО ПИТАННЯ ПРО ВИЗНАЧЕННЯ РОЗМІРІВ ТА МАСИ КОРМОВИХ ОБ'ЄКТІВ ПО ЗАЛИШКАХ ЩЕЛЕП ПОЛІХЕТ / НДІ біорізноманіття наземних і водних екосистем, Україна

На основі вимірів парних фрагментів ротового апарату, довжини та маси тіла поліхет різних розмірних груп була знайдена функціональна залежність між розміром фрагменту та масою тіла неантеса. У результаті вивчення фрагментів ротового апарату, що збереглися в шлунках куликів, можна розрахувати чисельність та біомасу кормових об'єктів (сирого вага).

Ключові слова: побережник болотяний, кормовий об'єкт, неантес, поліхета.

Kirikova T. A. TO THE QUESTION OF SIZE AND MASS DETERMINATION OF WADERS FORAGING ITEMS, REGARDING TO REMAINS OF TWIN POLYCHAETA JAWS / Research Institute Of Biodiversity Of Landscape And Water Ecosystem Of Ukraine

The functional correlation between the length of the fragment and N. diversicolor mass were determined on the base of estimation of twin fragments of the mouth, length and mass of a body of 74 Polychaeta specimens which belonged to the groups of different size. It was done with a help of "Statistics" program. As the result of estimation of N. diversicolor jaws number and raw biomass of their favourite foraging items can be found.

Key words: Broad-billed Sandpiper, a foraging item, Polychaeta.

ВВЕДЕНИЕ

Необходимость расчетов биомассы содержимого желудков куликов по остаткам кормовых объектов определяется задачами биоэнергетических исследований миграционного состояния некоторых из них – чернозобика *Calidris alpina*, краснозобика *Calidris ferruginea*, грязовика *Limicola falcinellus* и др. Однако по этому вопросу существует определённый информационный и методический пробел. Настоящее сообщение представляет собой попытку расширения наших представлений о характеристике основных кормовых объектов указанных видов во время миграций.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

Коллекционный материал полихет (74 экземпляра разных размерных групп многощетинкового червя *Neanthes diversicolor* O. F. Müller, 1776) отобран из бентосных проб донного ценоза устьевой зоны р. Победная на Восточном Сиваше (сентябрь 1998г), который является одним из важных мест кормежки куликов-мигрантов. Его обработка (промывка, фиксация, промеры, взвешивание) производилась по общепринятой методике [1]. Кроме того, пинцетом отделяли парные хитиновые челюсти и измеряли их длину под сменным объективом бинокулярного микроскопа со встроенной размерной шкалой [2].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

С помощью программы “Statistica” между массой тела и длиной парных челюстей неантеса (рис. 1), между длиной тела и размером челюсти (рис. 2) были найдены достоверные ($p < 0.05$) различия и составлена рабочая программа обработки данных: $E = f(A)$ [1] и $B = f(A)$ [2]; E (масса тела неантеса) = $-109.2 + 100.9 * A$ [1]; B (длина тела неантеса) = $9.7 + 29.7 * A$ [2]; A – длина челюсти неантеса. Выяснилось, что у полихеты неантес между длиной тела и массой существует тесная корреляция ($r=0.61$), а между длиной челюсти и массой тела она еще выше ($r=0.72$). Используя уравнения [1, 2] и материалы таблицы 1, можно рассчитать количество определённых кормовых объектов, изымаемых птицами из биоценозов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, обнаруженные закономерности позволяют расширить исследования по другим кормовым объектам для последующего использования при оценке биоценотического значения куликов в водно-болотных угодьях.

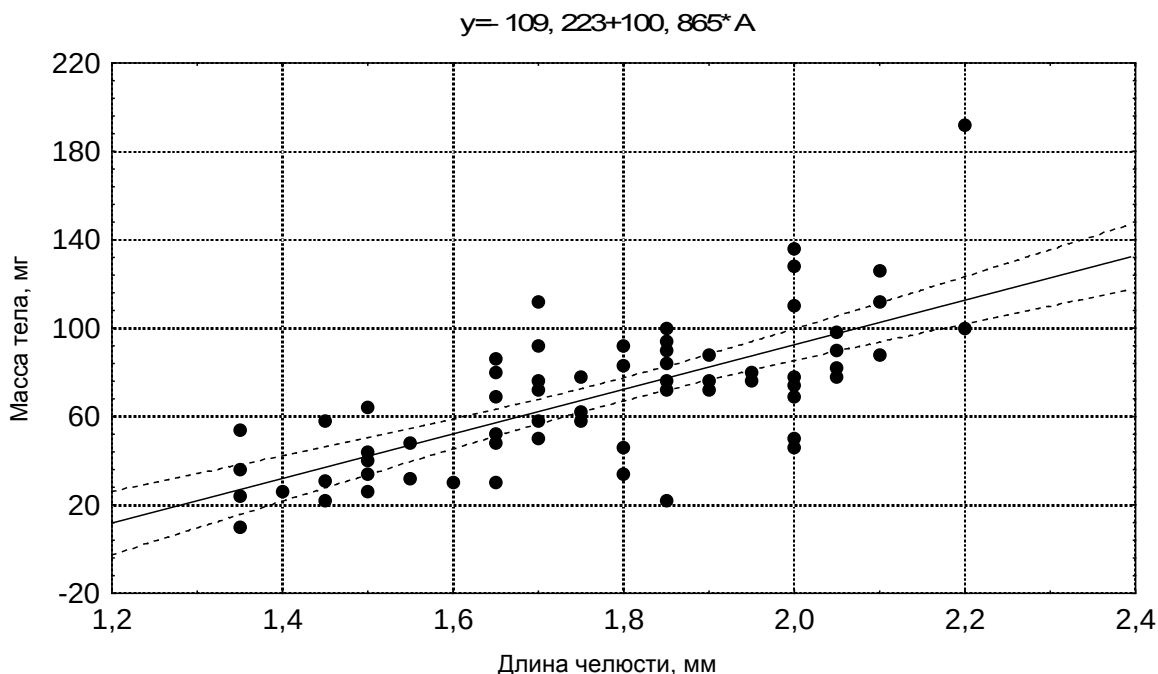


Рис. 1. Зависимость массы тела неантес

Таблица 1. - Расчет массы и длины тела полихет по длине парных челюстей.

Длина парного фрагмента челюсти полихет, мм	Размер выборки полихет с определенной длиной челюстей, кол-во особей	Средняя величина реальных значений массы тела полихет с определенной длиной челюстей, мг, М	Ошибка средней, m	Расчетное значение массы тела полихет по длине челюстей, мг	Средняя величина реальных значений длины тела полихет с определенной длиной челюстей, мм, М	Ошибка средней, m	Расчетное значение длины тела полихет по длине челюстей, мм
1.35	4	31.0	9.3	27.4	47.75	1.88	49.10
1.40	1	26.0	-	32.5	50.00	-	50.61
1.45	3	37.0	10.8	37.5	45.66	3.48	52.18
1.50	6	45.7	6.6	42.6	55.83	2.70	53.75
1.55	2	40.0	8.0	47.7	59.00	1.00	55.32
1.60	1	30.0	-	52.8	50.00	-	56.89
1.65	7	59.9	7.4	57.9	59.00	3.71	58.46
1.70	6	76.7	9.2	63.0	70.66	5.31	60.02
1.75	4	64.3	4.7	68.1	57.25	3.40	61.59
1.80	6	59.8	13.7	73.2	62.00	6.65	63.16
1.85	7	76.9	9.9	78.2	61.85	3.16	64.72
1.90	4	78.7	20.0	83.4	77.50	9.54	66.29
1.95	2	78.0	2.0	88.4	52.50	0.50	67.86
2.00	11	86.1	9.1	93.5	71.81	3.83	69.43
2.05	5	87.0	17.7	98.6	63.80	8.00	70.99
2.10	6	111.7	5.5	103.7	65.66	8.70	72.56
2.20	2	146.0	46.0	113.9	90.00	5.00	75.70

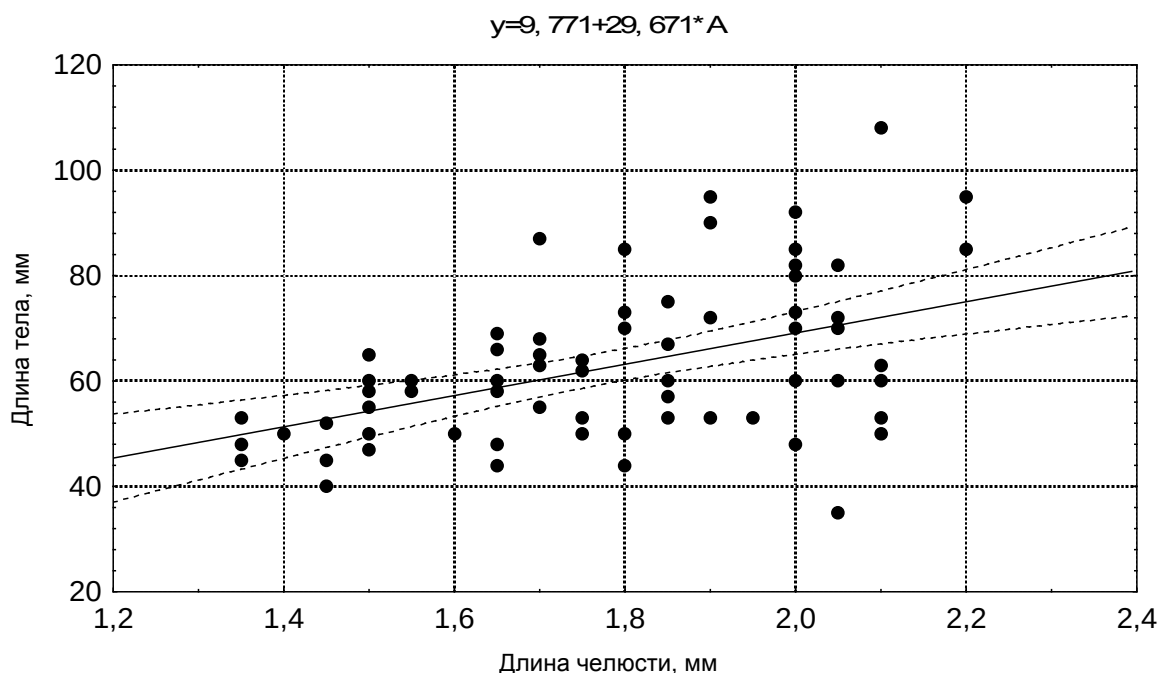


Рис. 2. Зависимость длины тела неантеса от длины челюсти

ЛИТЕРАТУРА

1. Володкович Ю.Л. Методы изучения морского бентоса // Руководство по методам биологического анализа морской воды и донных отложений. - Л.: Гидрометеиздат, 1980. - С. 150 – 165.
2. Nobel de W.T., Diadacheva E.A., Nilsen S., Kirikova T.A. Ecology of Broad – billed Sandpiper in the Sivash, August 1998 // Counts and ecology of waterbirds in the Sivash, Ukraine, August 1998: WIWO – report 71. WIWO, Zeist, 2001. - P. 61–73.

УДК 598.333.502 + 591.16

К ЭКОЛОГИИ РЫЖЕЙ ЦАПЛИ (ARDEA PURPUREA) В СЕВЕРНОМ ПРИАЗОВЬЕ

Кошелев А.И., д.б.н., профессор, Кошелев В.А., аспирант, Пересадько Л.В., к.б.н., доцент

Мелітопольський державний педагогічний університет

Приводятся данные о численности, размещении колоний, гнездовой биологии и фенологии рыжей цапли в Северном Приазовье в 1988-2002 гг. Изучена структура и особенности колоний тростникового типа, размеры кладок и яиц, темп вылупления птенцов, их размеры, продолжительность инкубации. Кладка у рыжей цапли состоит из 4-6 яиц, ее средняя величина изменяется в зависимости от экологических условий сезона гнездования. Выявлены достоверные различия по оологическим показателям в 2-х соседних гнездовых поселениях.

Ключевые слова: рыжая цапля, колония, гнездовая экология, инкубация, Северное Приазовье

Кошелев О.І., Кошелев В.О., Пересадько Л.В. ЩОДО ЕКОЛОГІЇ РУДОЇ ЧАПЛИ (ARDEA PURPUREA) У ПІВНІЧНОМУ ПРИАЗОВ'І / Мелітопольський державний педагогічний університет, Україна.

Запропоновано дані про чисельність, розташування колоній, гніздової біології та фенології рудої чаплі у Північному Приазов'ї у 1988-2002 рр. Вивчено структуру і особливості колоній очеретового типу, розміри кладок і яєць, темп вилуплення пташенят, їхні розміри, тривалість інкубації. Кладка рудої чаплі складається з 4-6 яєць, її середня величина змінюється залежно від екологічних умов сезону гніздування. Виявлено достовірні відмінності по оологічним показникам у 2-х сусідніх гніздових поселеннях.

Ключові слова: руда чапля, колонія, гніздова екологія, інкубація, Північне Приазов'я.

Koshelev A.I., Koshelev V.A., Peresiadko L.V. TO ECOLOGY OF PURPLE HERON (ARDEA PURPUREA) IN THE NORTHERN PRIAZOVIE / Melitopol State Pedagogical University, Ukraine.

The data about number, dislocation of colonies, nesting biology and phenology of Purple Heron in the Northern Priazov'ye during 1988 and 2002 are in the following article. The structure and peculiarities of the colonies of reed type, the sizes of layings and eggs, speed of birds' shell, their sizes, duration of incubating were studied. Purple Heron's laying consists of 4-6 eggs and ecological conditions of nesting season influence the average size of it. We distinguished the real differences in 2 neighbouring nest settlements.

Key words: Purple Heron, colony, nesting, ecology, incubation, the Northern Priazov'ye.

ВВЕДЕНИЕ

В Северном Приазовье обитает 8 видов цапель сем. Ardeidae, являющихся перелетными гнездящимися видами [1, 2, 3], лишь в последние десятилетия 20-го века в регионе стали регулярно зимовать 5 видов [3, 4, 5, 6]. Из них доминирующими видами являются серая цапля (*Ardea cinerea*), большая белая цапля (*Egretta alba*) и рыжая цапля (*A. purpurea*) [7]. Наименее изученной из них была рыжая цапля в силу более скрытного образа жизни и размещения колоний в малодоступных местах [1, 3]. Сведения об ее экологии для данной территории отсутствуют. Как рыбоядный вид, она представляет определенный интерес для рыбного хозяйства, является переносчиком ряда гельминтозов. Ее заметная пищевая специализация на лягушках (*Rana* sp.) и преимущественное гнездование в тростниковых зарослях ставит данный вид в более уязвимое положение в сравнении с другими видами цапель, особенно в антропогенных ландшафтах; уже сейчас она в ряде стран Европы включена в национальные Красные книги [8]. Вышесказанное послужило причиной специального изучения гнездовой экологии этой цапли, результаты которого излагаются ниже.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

Материал собирался нами в 1988-2002 гг. на юге Запорожской области стационарно в двух смешанных, или поливидовых поселениях цапель: в тростниковых плавнях верховий Молочного лимана и в тростниковых плавнях р. Молочной у с. Светлодолинское Мелитопольского района; в этих местах рыжая цапля образует колонии тростникового типа [4, 7]. В 1998-1999 гг. были также обследованы колонии цапель древесного типа на о-вах Большие и Малые Кучугуры Каховского водохранилища. Использовались общепринятые методики полевых экологических исследований [9]: проводились учеты птиц на водоемах и в колониях, картирование колоний, описание и измерение гнезд, кладок и яиц, кольцевание подросших птенцов. Всего обследовано 49 колоний рыжей цапли, промеряно 60 гнезд, 430 яиц, учтено 800 кладок, прослежена судьба 300 гнезд, определен размер 220 выводков, окольцовано 450 подросших птенцов. Собрано на гнездах 36 пищевых отрыжек птенцов, определено 78 кормовых объекта. От окольцованных птиц получено к настоящему времени 8 возвратов колец, в т.ч. 4 дальних с мест зимовок. Проводилась фотосъемка в колониях.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На местах гнездования первые рыжие цапли появляются на Молочном лимане в конце марта – начале апреля, крайние даты прилета за 15 лет: 20 марта (1990 г.) — 15 апреля (1997). Медиана прилета приходится на 5 апреля, т.е. этот вид прилетает на 4-6 нед. позже, чем рано прилетающие серая (*Ardea cinerea*) и большая белая цапля (*Egretta alba*) [3, 7]. Массовый прилет приходится на вторую декаду апреля. Уже через 10-15 дней после появления рыжие цапли приступают к строительству гнезд, которое длится от 3-4 до 7-10 дней. Размеры гнезд, изготовленных из сухих прошлогодних стеблей тростника ($n = 45$) составляют: диаметр гнезда 50-90, в среднем 65 см, высота гнезда 15-30, в среднем 20 см, диаметр лотка 35-50, в среднем 45 см, его глубина 5-15, в среднем 7,5 см, высота от поверхности воды до дна гнезда – 45-250, в среднем 80 см (табл. 1). По мере откладки яиц и их инкубации гнездо достраивается, в т.ч. зелеными стеблями и листьями тростника, к началу вылупления птенцов его высота достигает 50-75, в среднем 60 см. Для постройки гнезда цапли заламывают верхушки сухих стеблей тростника, на которые сверху укладывают строительный материал. Появляющиеся зеленые стебли пронизывают снизу гнездо, птицы их заламывают и вплетают в стенки, что повышает устойчивость и прочность постройки и ее наружные размеры. После откладки последнего яйца достройка гнезда за счет приносимого издалека материала прекращается, используется только подручный. В отличие от древесных колоний, в тростниковых зарослях рыжие цапли ежегодно меняют место расположения колонии, смещаются от старой на 100-3000 м, они не занимают и не ремонтируют старые гнезда, а ежегодно сооружают новые; эта особенность связана с недолговечностью тростниковых стадий [7].

В Северном Приазовье рыжая цапля гнездится, как правило, отдельно от других видов цапель, чаще небольшими колониями, насчитывающими от 6-10 до 120-160 гнезд, средний размер одновидовых колоний составил 64 гнезда ($n = 18$). По тростниковым зарослям малых рек и в колониях других видов цапель она иногда гнездится одиночными парами. Реже селится в смешанных колониях группами по 5-30 гнезд ($n = 30$), подсялаясь в мае-июне к серой и большой белой цаплям, что приводит к уплотнению таких колоний. Близко расположенных гнезд рыжей цапли и других видов с синхронными сроками размножения мы не находили. Для гнездования рыжие цапли предпочитают обводненные мощные густые тростниковые заросли, высотой 2,5-4 м, с диаметром стеблей до 10-12 мм, обычно захлапанные

стеблями старого тростника. Но на Молочном лимане в условиях деградировавших из-за антропогенного загрязнения тростниковых зарослей [4, 6, 7] они вынуждены гнездиться в густых невысоких зарослях, или в разреженных зарослях тростника, высотой 1,5-2 м. Плотность тростника достигает в таких стациях максимально 300-350 стеблей на 1 кв. м. Глубина воды в колониях достигает 0,6-1 м, реже она составляет всего 10-30 см. Все осмотренные нами гнезда рыжих цапель представляли собой плоские постройки, а не конусовидные, что раньше отмечалось для других регионов [1, 3, 9, 10, 11, 12, 14]. Лоток обычно выстилается более мелкими стеблями и листьями тростника (80% гнезд); береговая растительность этим видом не используется; реже лоток представляет углубление в крупных стеблях (20%).

Пространственная структура колоний рыжих цапель в тростниковых зарослях («тростниковый тип») существенно отличается от колоний древесного типа. Вертикальная структура упрощена, обычно выделяется один ярус в одновидовых колониях и 1-2 яруса в смешанных колониях. По высоте расположения соседние гнезда различаются лишь на 10-30 см. Горизонтальная структура определяется характером тростниковых зарослей, их мозаичностью, наличием и размерами участков открытой воды. Соседние гнезда рыжих цапель располагаются в 1-10 м друг от друга, в среднем в 3,5 м ($n=58$), обычно размещаются в колонии группами из 2-10 гнезд. Эти группы гнезд удалены на 10-30 м друг от друга в моновидовых колониях и от аналогичных групп гнезд других видов цапель в смешанных колониях. В таких случаях колония имеет пятнистый или кружевной характер. В однородных гнездовых стациях гнезда распределяются довольно равномерно. От соседних гнезд серой, большой белой цапель гнезда рыжих удалены на 1-5 м и более, от гнезд кваквы (*Nycticorax nycticorax*) и малой белой цапли (*Egretta garzetta*) – на 0,7-3 м. Под гнездами рыжих цапель нами были обнаружены гнезда с кладками лысухи (*Fulica atra*), камышницы (*Gallinula chloropus*), водяного пастушка (*Rallus aquaticus*), волчка (*Ixobrychus minutus*), соловьиного сверчка (*Locustella luscinioides*), а в стенках их гнезд – усатой синицы (*Panurus biarmicus*) и соловьиного сверчка (*Locustella luscinioides*); в 1-5 м от гнезд цапель – гнезда дроздовидной и тростниковой камышовок (*Acrocephala arundinaceus*, *A. scirpaceus*), большой поганки (*Podiceps cristatus*), кряквы (*Anas platyrhynchos*) и красноголового нырка (*Aythya ferina*), а на периферии колонии в 8-15 м – гнезда болотного луня (*Circus aeruginosus*). В колонии рыжие цапли охраняют и защищают только свое гнездо и его ближайшие окрестности в радиусе 50-80 см, поддерживая «дистанцию клевка»; они нейтрально относятся к другим видам птиц, но довольно агрессивны к особям своего вида, особенно подросткам чужим птенцам.

К откладке яиц рыжие цапли приступают после полной постройки гнезда в середине апреля, яйцекладка растягивается даже в одной колонии на 3-4 недели в связи с гибелью части кладок и их возобновлением, а также подселением новых пар из других мест; в пределах одного водоема в разных колониях сроки растягиваются до 40-60 дней. Но основная часть птиц в каждой колонии размножается синхронно, почти одновременно. Последние насиженные кладки на Молочном лимане нами были встречены в конце июля. Полные кладки состоят из 4-7, в среднем из 4,3 яиц ($n=180$). Размеры яиц приведены в таблице 2.

Анализ размеров яиц, их объема и индекса удлиненности показал наличие достоверных различий по отдельным показателям для птиц из разных колоний и в разные сезоны (табл. 3, 4, 5). Можно предположить, что эти различия обусловлены погодными и кормовыми условиями сезона и места колоний, но нужны дополнительные экспериментальные исследования.

Массовая откладка яиц у этой цапли по срокам совпадает с цветением сирени и активным пением дроздовидных камышовок; эту связь отмечал для Предкавказья также А.П.Бичерев [11, 12].

Гибель гнезд с кладками составляет 15-25%, основные причины чего – разорение кладок болотным лунем, енотовидной собакой (в низко расположенных гнездах), серой вороны (*Corvus cornix*), переохлаждение кладок при длительных ливнях. Длительность инкубации составляет 26-30 дней, в среднем 27,5 сут. ($n=12$). В разных гнездах длительность насиживания всей кладки варьирует от 5 до 12 суток, что определяется величиной кладки (табл. 5), различаются также темпы вылупления птенцов (табл. 6), схожие данные были получены для Ставрополя А.П. Бичеревым [12]. От момента наклева до полного сбрасывания скорлупы птенцом проходит от 30 до 45 час. Скорлупу наседки выбрасываются из гнезда. Первые птенцы появляются в середине мая. В поздних кладках вылупление их приходится даже на конец июля – начало августа. Насиживают самец и самка поочередно. Потревоженные в это время они взлетают с гнезд неохотно, сидят очень плотно на кладках, особенно в жаркие дневные часы. Синхронность гнездования в небольших плотных колониях рыжих цапель, или в отдельных плотных группах гнезд в разреженных колониях достигает 70-80%, а в крупных рыхлых колониях она составляет всего 10-15%. С первых дней жизни у птенцов резко выражена разновозрастность. Однодневные птенцы имеют массу 35-38 г. Длина крыла составляет 16-18 мм, длина цевки – 13-15, длина клюва – 24-25 мм ($n=5$) (табл. 7). Отход птенцов составляет 25-40%, что гораздо выше, чем у серой или большой белой цапель. Из выводка при неблагоприятных кормовых или погодных условиях погибают обычно 1-2 поздних слабых птенцов. Разница в возрасте старших и младших птенцов может достигать 10-15 дней, а в размерах – в 5-10 раз. Если в крупной колонии имеются плотные участки, то выделяется центральная зона и периферийная; в центральной зоне цапли приступают к размножению раньше, имеют более

крупные кладки и яйца, у них выше успех размножения (достигает 70-75%) В среднем в гнездах до подъема на крыло из 4-6 птенцов вырастает 2-3 птенца, лишь в некоторых гнездах вырастают все птенцы (менее 5% выводков). Основные причины гибели птенцов – нехватка пищи, когда старшие затаптывают младших, гибель в воде из-за невозможности взобраться снова в гнездо после тревоги, а также травмирование крыльев с отрастающими маховыми перьями об острые стебли тростника. Гибель птенцов от хищничества болотного луны составляет 5-8%.

Родители кормят птенцов на гнезде 3-6 раз в сутки. При опасности небольшие птенцы в возрасте 5-15 дней затаиваются на гнезде, вытягиваясь «столбиком» и замирая на 5-8 мин. Этим они напоминают птенцов большой и малой выпей (*Botaurus stellaris*, *Ixobrychus minutus*). Более старшие, оперенные птенцы становятся очень пугливыми и в такой ситуации спасаются бегством, выпрыгивают из гнезда и убегают по воде, верхушкам стеблей тростника. Когда опасность минует, они возвращаются и по вертикальным и наклонным стеблям взбираются на свое гнездо. Срок пребывания птенцов в гнезде достигает 45-50, до 60 дней. Гнездовая жизнь всей колонии длится 110-150 дней.

Состав пищи приносимой рыжими цаплями птенцам на Молочном лимане довольно однообразен, преимущественно это мелкая рыба и лягушки. Встречаемость различных кормовых объектов составила (в %): серебристый карась (*Carassius carassius*) – 65,0, колюшка (*Perca atilis*) – 5, озерная лягушка (*Rana ridibunda*) – 30%. В плавнях у с. Светлодолинского в их рационе отмечены также тарань, верховодка, линь (*Tinca tinca*), сазан (*Ciprinus caprio*), окунь (*Perca perca*), а преобладали лягушки – 55%.

Первые летающие молодые цапли отмечены нами 12-20 июля в разные сезоны. Слетки держатся несколько дней поблизости от колонии вдоль кромки плесов и проток вместе со взрослыми птицами. Родители докармливают их еще 2-3 недели, но только на гнездах или на соседних заломленных настилах тростника. Уже в конце июля – начале августа молодые рыжие цапли встречаются в 3-15 км от колонии, кормятся по берегам малых рек, на рыбных прудах, но возвращаются на ночевку вместе со взрослыми в район колонии. С середины августа кочевки молодых и взрослых птиц приобретают массовый характер. Они разлетаются на расстояния до 50-150 км от колонии (судя по встречам 3 окольцованных птиц) в северном, северо-восточном направлениях. Направленный отлет рыжих цапель к местам зимовок начинается в первой декаде сентября. Их пролет идет в вечерние и ночные часы поодиночке и небольшими стайками и длится до 5-10 октября. Судя по опросным данным, в последние годы одиночные рыжие цапли стали задерживаться на зимовку в Северном Приазовье и Крыму. Эта тенденция отмечается и в других южных регионах Европы [5, 8, 12].

Таблица 1. - Морфологическая характеристика гнезд рыжей цапли в Северном Приазовье

№	Дата и место обследования	n	Диаметр гнезда		Высота гнезда	Диаметр лотка		Глубина лотка
			max	min		max	min	
			LIM M±M σ, CV, %	LIM M±M σ, CV, %		LIM M±M σ, CV, %	LIM M±M σ, CV, %	
1.	Молочный лиман, плавни 08.05. 1988 г.	11	600.00-1200.00 822.73±60.43 200.45, 24.36	500.00-900.00 631.82±39.46 130.90, 20.71	250.00-500.00 297.27±21.28 70.58, 23.74	250.00-360.00 301.82±11.74 38.94, 12.90	210.00-350.00 276.36±15.03 49.85, 18.03	60.00-130.00 82.27±7.01 23.27, 28.28
2.	с.Светлодолинское, 19.05. 1989 г.	11	500.00-800.00 709.09±28.45 94.38, 13.31	400.00-700.00 563.64±25.30 83.93, 14.89	300.00-550.00 422.73±31.16 103.35, 24.44	300.00-450.00 344.00±17.52 55.41, 16.10	200.00-400.00 283.00±17.19 54.37, 19.21	60.00-250.00 96.11±20.16 60.50, 62.94
3.	Молочный лиман, плавни 06.05. 1989 г.	14	560.00-800.00 684.29±20.90 78.22, 11.43	450.00-700.00 582.14±23.79 89.02, 15.29	150.00-300.00 243.85±12.63 45.55, 18.67	250.00-400.00 307.14±10.66 39.89, 12.98	220.00-300.00 278.57±7.02 26.27, 9.43	50.00-160.00 85.36±8.29 31.03, 36.35
4	с.Светлодолинское, 03.06. 1999 г.	9	500.00-800.00 658.89±33.05 99.17, 15.05	450.00-700.00 572.22±29.00 87.00, 15.20	120.00-270.00 162.22±16.05 48.16, 29.68	300.00-550.00 374.44±31.45 94.35, 25.19	270.00-450.00 315.56±19.08 57.25, 18.14	50.00-70.00 58.33±2.35 7.07, 12.12

Таблица 2. - Морфологическая характеристика яиц рыжей цапли юга Украины

№	Место и дата обследования	п	Среднее количество яиц в кладке	п	Длина яйца мм	Максимальный диаметр яйца, мм	Объем, см ³	Индекс удлинённости, %
			LIM M±M σ, CV, %		LIM M±M σ, CV, %	LIM M±M σ, CV, %	LIM M±M σ, CV, %	LIM M±M σ, CV, %
1.	Ardea purpurea 1.05.2001 г. Дунайские плавни (СЖП)	20	1.00-5.00 3.60 ± 0.28 1.27, 35.27	72	49.60-58.60 54.38 ± 0.24 2.08, 3.82	37.60-49.70 40.56 ± 0.18 1.56, 3.84	37.99-69.41 45.70 ± 0.51 4.40, 9.62	68.39-90.20 74.66 ± 0.42 3.60, 4.82
2.	Молочный лиман, плавни 08.05.1988 г.	11	2.00-6.00 4.45 ± 0.36 1.21, 27.19	48	51.60-66.70 56.45 ± 0.40 2.83, 5.01	39.00-44.20 40.92 ± 0.16 1.15, 2.81	40.85-59.72 48.28 ± 0.60 4.16, 8.61	62.82-80.07 72.63 ± 0.50 3.49, 4.80
3.	с. Светлодолинское, 19.05.1989 г.	13	3.00-6.00 4.15 ± 0.27 0.98, 23.61	54	50.20-59.50 54.37 ± 0.28 2.11, 3.88	33.80-42.30 39.53 ± 0.20 1.52, 3.84	31.34-49.78 43.38 ± 0.50 3.68, 8.48	62.83-79.81 72.80 ± 0.53 3.92, 5.38
4.	Молочный лиман, плавни 06.05.1989 г.	16	4.00-6.00 5.25 ± 0.19 0.77, 14.66	81	50.80-61.00 54.56 ± 0.25 2.28, 4.17	38.50-43.30 40.55 ± 0.11 1.04, 2.56	39.51-54.12 45.78 ± 0.35 3.17, 6.92	65.57-80.77 74.44 ± 0.37 3.41, 4.58
5.	с. Светлодолинское, 03.06.1999 г.	17	3.00-6.00 4.47 ± 0.17 0.71, 15.88	75	51.00-68.50 55.52 ± 0.28 2.48, 4.46	37.30-49.00 40.01 ± 0.19 1.64, 4.09	37.55-68.20 45.48 ± 0.59 5.16, 11.34	63.50-87.97 72.16 ± 0.37 3.27, 4.53

Таблица 3. - Значения t-критерия для показателей длины (внизу слева) и ширины (сверху справа) яиц рыжей цапли в плавнях Молочного лимана и плавней р. Молочной (у с. Светлодолинское)

Год	1988	1989	1989	1999
1988	-	5.161.	1.881	3.320
1989	4.241	-	4.622	1.713
1989	4.170	0.475	-	2.430
1999	1.928	2.754	2.524	-

Таблица 4. - Значения t-критерия для показателей объема (внизу слева) и индекса удлинённости (сверху справа) яиц рыжей цапли в плавнях Молочного лимана и р. Молочной (у с. Светлодолинское)

Год	1988	1989	1989	1999
1988	-	0.236	2.892	0.759
1989	6.305	-	2.573	1.018
1989	3.847	4.032	-	4.266
1999	3.162	2.550	0.445	-

Таблица 5. - Продолжительность насиживания и инкубации яиц рыжей цапли в кладках разной величины.

№ гнезда	№ яйца	Дата откладки яйца	Дата вылупления птенцов	Продолжительность (сутки)				Общая продолжительность насиживания
				Инкубация эмбриона	Насиживание в период яйцекладки	Собственно насиживание	Период вылупления	
1.	1	16.04	12.05	27	6	20	6	33
	2	18.04	13.05	26				
	3	20.04	15.05	26				
	4	22.04	17.05	26				
2.	1	14.04	11.05	28	8	19	7	35
	2	16.04	12.05	27				
	3	18.04	14.05	27				
	4	20.04	15.05	26				
	5	22.04	17.05	26				
3.	1	13.04	12.05	30	10	19	8	37
	2	15.04	14.05	30				
	3	17.04	16.05	39				
	4	19.04	17.05	29				
	5	21.04	18.05	28				
	6	23.04	19.05	27				

Таблица 6. - Темпы вылупления птенцов рыжей цапли в гнездах с разным числом яиц

№ гнезда	№ птенца	Дата откладки	Время		
			Начало наклепки	Полного вылупления	От накл. до вылупл.
1.	1.	14.04	9.05-18 ч.30 мин.	11.05-8 ч.	38 ч.30 мин.
	2.	16.04	10.05-14 ч.30 мин.	12.05-3 ч.30 мин.	37 ч.
	3.	18.04	13.05-10 ч.15 мин.	14.05-23 ч.	36 ч.45 мин.
	4.	20.04	14.05-7 ч.30 мин.	15.05-12 ч.50 мин.	28 ч.20 мин.
	5.	22.04	15.05-15 ч.	17.05-9 ч.	42 ч.
Общее время			140 ч.30 мин.	145 ч.	
2.	1.	16.04	10.05-13 ч.	12.05-8 ч.	43 ч.
	2.	18.04	11.05-16 ч.20 мин.	13.05-2 ч.	34 ч.20 мин.
	3.	29.04	13.05-14 ч.	15.05-3 ч.	37 ч.
	4.	22.04	15.05-19 ч.	17.05-4 ч.30 мин.	33 ч.30 мин.
Общее время			126 ч.	99 ч.30 мин.	

Таблица 7. - Размеры однодневных птенцов рыжей цапли

Номер		Масса, г	Размеры, мм			
гнезда	птенца		клюва	крыла	плюсны	среднего пальца
1.	1	185	45	30	25	50
	2	135	40	29	24	43
	3	102	35	25	20	35
	4	65	32	20	19	25
	5	34	25	18	13	22
2.	1	88	35	25	25	42
	2	82	34	22	22	33
	3	72	30	20	19	29
	4	37	25	17	15	24

ВЫВОДЫ

1. Численность рыжей цапли в Северном Приазовье достигала в 1988-2002 гг. 400-500 гнездящихся пар. Наиболее крупные колонии образуются в тростниковых плавнях верховий Молочного лимана и среднего течения р. Молочная. Их расположение и размер определяются гидрологическими и кормовыми условиями сезона. На территории Запорожской области выявлено 10 колоний, в т.ч. моновидовых - 4, смешанных - 6. Большинство колоний относится к тростниковому типу, древесные колонии известны на островах Каховского водохранилища.
2. Рыжие цапли Северного Приазовья относятся к крупной Азово-Черноморской географической популяции, но образуют самостоятельную местную североазовскую популяцию, обособленную от днепровской и восточно-азовской популяций. Они различаются областями послегнездовых кочевок, сезонных миграций, областями зимовок, а также ооморфологическим параметрами.
3. По основным показателям гнездования и размножения северо-азовские рыжие цапли не отличаются от птиц соседних популяций в дельте Кубани, Дона, Днепра и Предкавказья.
4. Для рыжей цапли характерна высокая пластичность стратегии и тактики гнездования, от одиночно-территориального до группового и колониального, в т.ч. с другими видами, что позволяет ей занимать не только оптимальные гнездовые местообитания, но и субоптимальные, с образованием непрочных эфемерных колоний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тугаринов А.Я. Веслоногие, аистообразные, фламинго // Фауна СССР. Птицы. - Т. 1. - Вып. 3. - М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947. - С.125-299.
2. Орлов П.П. Птицы Молочного лимана // Изв. Мелитопольского отд. географ. общ-ва УССР и Запорожского обл. отд. общ-ва охраны природы УССР. - Днепропетровск: Промінь, 1965. - С. 151-156.
3. Смогоржевський Л.О. Фауна України. - Т. 5.: Птахи. - Вип. 1 (гагари - фламинго). - К.: Наук. думка, 1979. - 188 с.
4. Кошелев А.И., Лебединский И.В., Павленко В.Н., Пересадько Л.В. Динамика колоний голенастых птиц в плавнях р. Молочная (Северное Приазовье) // Материалы Всесоюзн. научн.-методич. совещания зоологов педвузов. -Ч. 2. - Махачкала: Изд-во ДГПИ, 1990. - С. 129-132.

5. Кошелев В.А. Новое место зимовок цапель и бакланов (Северное Приазовье) // Птицы Азово-Черноморского региона на рубеже тысячелетий. – Одесса: АстроПринт, 2000. – С. 10.
6. Черничко И.И., Сιοхин В.Д., Кошелев А.И., Дядичева Е.А., Кирикова Т.А. Молочный лиман // Численность и размещение гнездящихся околоводных птиц в водно-болотных угодьях Азово-Черноморского побережья Украины. – Мелитополь-Киев: Бранта, 2000. – С. 339-372.
7. Кошелев А.И., Кошелев В.А. Гнездование цапель в зарослях тростника на водоемах Северного Приазовья // Бранта: сборник трудов Азово-Черноморской орнитол. Станции. - Вып. 2 (экология). – Мелитополь-Симферополь: Сонат, 1999. – С. 39-49.
8. Cramp S., Simmons K.E. Handbook of the birds of Europe and the Middle East and North Africa. - Vol. 1.- Ostrich to Ducks/ - Oxford-London –New York: Oxford Univ. Press, 1981, - 640 pp.
9. Новиков Г.А. Полевые исследования по экологии наземных позвоночных (изд. 2). – М.: Сов. наука, 1953. - 504 с.
10. Поливанова Н.Н. Птицы озера Ханка (охотничье-промысловые и колониальные). - Ч.1. (Тр. зап-ка «Кедровая падь». - Т. 3). – Владивосток: Изд-во ДВНЦ АН СССР, 1971. - 290 с.
11. Винокуров А.А. Рыжая цапля в Восточном Приазовье // Орнитология. – М.: Изд-во МГУ, 1959. - Вып. 2. – С. 256-261.
12. Бичерев А.П. К гнездовой биологии рыжей цапли в Центральном Предкавказье // Гнездовая жизнь птиц. – Пермь: Изд-во Пермск. гос. пед. ин-та, 1983. – С. 65-69.
13. Олейников Н.С., Данилова Г.М. Материалы по биологии рыжей цапли // Ученые записки Ростов-на-Дону ун-та, 1958. – С. 55-70.
14. Bauer K.M., Glutz von Blotzheim U.N. Handbuch der Vogel Mitteleuropas. Bd. 1. Gaviiformes – Phoenicopteriformes/ - Frankfurt am Main: Akadem. Verlag., 1966, - 620 S.

УДК 598.2:591.5+591.26

ГНЕЗДОВАЯ БИОЛОГИЯ БОЛЬШОГО БАКЛАНА (*PHALACROCORAX CARBO*) И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ООМОРФОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА НАЗЕМНЫХ КОЛОНИЙ (СЕВЕРНОЕ ПРИАЗОВЬЕ)

Кошелев А.И., д.б.н., профессор, Покуса Р.В., аспирант

Мелитопольский государственный педагогический университет

Гнездовая экология большого баклана (*Phalacrocorax carbo*) изучалась в 1988-2002 гг. на юге Запорожской области на морских островах Молочного лимана и Обиточного залива Азовского моря. Измерено 2000 яиц из 600 кладок большого баклана в 15 колониях. Рассмотрена динамика количественных ооморфологических показателей в разных колониях и в разные сезоны, успешность гнездования. Большой баклан образует колонии наземного типа из 50-5000 пар, с высокой плотностью (до 2000 гнезд/га). Наземные колонии имеют упрощенную видовую и вертикальную структуры, по сравнению с древесными. Кладка состоит из 3-12, в среднем 3.52 ± 0.11 - 4.27 ± 0.04 яиц в разные годы. Средняя величина выводка - 2.87 ± 0.08 - 3.97 ± 0.05 птенцов в разные годы. Выявлены достоверные различия размеров яиц у птиц в разных колониях. Для птиц в центральной части колонии характерны ранние сроки прилета и строительства гнезд, более крупные размеры гнезд, кладок и яиц и их более округлая форма, снижение диапазона изменчивости яиц. Успех размножения больших бакланов зависит от погодных условий сезона, пресса хищников и фактора беспокойства, возраста птиц, пространственной и социальной структуры колоний.

Ключевые слова: большой баклан, гнездо, птенец, яйцо, колония, численность.

Кошелев О.І., Покуса Р.В. ГНІЗДОВА БІОЛОГІЯ ВЕЛИКОГО БАКЛАНА (*PHALACROCORAX CARBO*) ТА ВИКОРИСТАННЯ ООМОРФОЛОГІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ ДЛЯ АНАЛІЗУ НАЗЕМНИХ КОЛОНІЙ (ПІВНІЧНЕ ПРИАЗОВ'Я) / Мелітопольський державний педагогічний університет, Україна.

Гніздова екологія великого баклана (*Phalacrocorax carbo*) вивчалась в 1988-2002 рр. на півдні Запорізької області на морських островах Молочного лиману та затоки Обіточної Азовського моря. Виміряно 2000 яєць із 600 кладок великого баклана у 15 колоніях. Розглянуто динаміку кількісних ооморфологічних показників у різних колоніях у різні сезони, успішність гніздування. Великий

баклан створює колонії наземного типу, налічуючи 50-5000 пар, з високою щільністю (до 2000 гнізд/га). Наземні колонії мають спрощену видову та вертикальну структури. Кладка складається з 3-12, у середньому 3.52 ± 0.11 - 4.27 ± 0.04 яєць у різні роки. Середня величина виводка - 2.87 ± 0.08 - 3.97 ± 0.05 пташенят у різні роки. Виявлено відмінності розмірів яєць у птахів у різних колоніях. Для птахів центральної частини колонії характерні ранні терміни прильоту, будівництва гнізд, більші розміри гнізд, кладок, яєць, зниження діапазону зміни яєць. Успіх розмноження великого баклану залежить від погодних умов сезону, пресу хижаків і фактору турбування, віку птахів, просторової та соціальної структури колоній.

Ключові слова: великий баклан, гніздо, пташеня, яйце, колонія, чисельність

Koshelev A.I., Pokusa R.V. NESTING BIOLOGY OF GREAT CORMORANT AND USING OF OOMORPHOLOGICAL INDEXES FOR ANALYSES OF LAND COLONIES (NORTHERN PRIAZOVIE) / Melitopol State Pedagogical University, Ukraine.

Nesting ecology of Great Cormorant was under studying during 1988 and 2002 in the southern part of Zaporizhzhian region on the islands of the Molochny Liman and Obotochny Bay of the Sea of Azov. 2,000 eggs from 600 layings of Great Cormorant in 15 colonies were measured. We distinguished the dynamics of oomorphological indexes in different colonies in different seasons and successfulness of nesting. Great Cormorant forms the colonies of land type with 50-5,000 pairs. Such colonies have high density (up to 2,000 pairs/hectare). Land colonies have simple species and vertical structures. Laying consists of 3-12, in average 3.52 ± 0.11 - 4.27 ± 0.04 eggs in different years. The average size of breeding is 2.87 ± 0.08 - 3.97 ± 0.05 nestlings in different years. We distinguished the real differences of eggs' sizes of birds in different colonies. The birds of the central part of the colony have the early term of flying, building of nests, bigger size of nests, layings and eggs, decreasing of diapason of eggs variety. The success of reproduction of Great Cormorant depends on weather conditions, press of preys and the factor of disturbing, birds' age, area and social structures of the colonies.

Key words: Great Cormorant, nest, nestling, egg, colony, population.

ВВЕДЕНИЕ

С 80-х годов 20-го века в Азово-Черноморском регионе начался процесс стремительного роста численности и расширения гнездового ареала материкового большого баклана (*Phalacrocorax carbo sinensis*), перешедшего от типичного древесного к наземному гнездованию на морских островах [1, 2, 3, 4, 5, 6]; колонии древесного типа по-прежнему существуют в традиционных местах в плавневых лесах рр. Дуная, Днестра, Днепра и Дона [7, 8, 9]. Переход к новому типу гнездования («наземному») повлек за собой изменения в экологии вида [3, 4, 5, 6, 7], что и послужило целью наших исследований.

Наземные колонии большого баклана мало привлекательны для гнездования других колониальных и неколониальных видов птиц, в отличие от древесных и тростниковых колоний цапель (*Ardeidea*) или наземных колоний чайковых птиц и куликов (*Laridae*, *Charadriidae*). Так, в колониях цапель и чаек установлено гнездование 25-40 видов водных, околотовных и сухопутных птиц [4, 10], в т.ч. в наземных колониях на морских островах - 6-15, в тростниковых колониях - 15-40, в колониях древесного типа - 8-12 видов птиц, а в наземных колониях бакланов – лишь 6 видов. Наземные колонии бакланов на морских островах Северного Приазовья насчитывают от 50 до 5000 гнезд [2, 3, 5]. Основателями наземных колоний являются рано прилетающие, агрессивные к хищным птицам *Phalacrocorax carbo*, *Ardea cinerea*, *Egretta alba*, *Larus cachinnans*.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

Исследования проводились в Северном Приазовье, на юге Запорожской области в 1988-2002 гг. Осмотрено 4500 кладок и 500 выводков большого баклана. Морфометрической обработке подвергнуто свыше 2000 яиц из 600 кладок в 2-х поселений в 15 колониях, расположенных на о-вах Молочного лимана и Обиточного залива. Окольцовано свыше 30 тыс. птенцов.

Для оценки состояния колоний птиц можно использовать ооморфологические показатели [11, 12, 13]. Яйца птиц представляют собой сравнимую просто описываемую математически геометрическую фигуру; диапазон изменчивости оологических параметров значительно меньше по сравнению с изменчивостью других морфологических показателей птиц, работа с оологическим материалом в полевых условиях отличается простотой [12, 14].

Нами изучалась динамика количественных ооморфологических показателей (линейные размеры, объем, индекс удлинённости яиц). В разных колониях большого баклана ооморфологический анализ проводили по общепринятым методикам [11, 12]. Длину и максимальный диаметр яиц измеряли штангенциркулем с точностью до 0,1 мм. Объем яиц вычисляли по формуле А.Л. Романова и А.И. Романовой [14], модифицированной Д. Хойтом [15]: $V = 0,51 \times L \times B^2$, где V - объем (см^3), L – длина (см), B – ширина (см) яйца. Индекс удлинённости (%) вычисляли по формуле $S_{ph} = 100 \times B/L$ [13].

Статистическая обработка цифрового материала проводилась по Г.Ф. Лакину [16]. При этом рассчитывали среднюю статистическую величину (M), ошибку средней (m), стандартное отклонение (σ) и коэффициент вариации (CV). Различия средних вычисляли по t -критерию Стьюдента. В сборе материала

участвовали студенты, члены проблемных научных групп кафедры зоологии и экологии МГПУ, которым мы искренне признательны за помощь.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На местах гнездования большой баклан прилетает в ранние теплые весны в конце февраля начале марта, в холодные весны – в конце марта – начале апреля. Из четырех типов колоний, известных для большого баклана - (древесные, на тростниковых заламах, на скалах, наземные) в Северном Приазовье нами зарегистрировано два типа - древесный и наземный. На морских островах Молочного лимана, Обиточного и Бердянского заливов Азовского моря встречается наземный тип, но в мае-июне 2002 г. на Обиточной косе бакланы с острова перешли гнездиться в искусственный лес на косе. Древесные колонии существуют на о-вах Большие и Малые Кучугуры Каховского водохранилища [3, 9]. В отличие от древесных, наземные колонии характеризуются очень высокой плотностью гнездования (до 2000 гнезд/га), слабой вертикальной структурой (в пределах 0,3-1,0 м), упрощенной видовой и горизонтальной структурой. Под жестким прессом чайки-хохотуны (*Larus cachinnans*) бакланы формируют в начале небольшие колонии ленточного типа из 50-150 гнезд, что удобно для их защиты. В последующие годы при увеличении численности гнездящихся бакланов, пространственная структура приобретает шахматный, а затем пятнисто-кружевной характер. Такое размещение гнезд обеспечивает надежную защиту кладок и птенцов бакланов от чаек [1, 2, 4]. Минимальная дистанция между гнездами бакланов определяется "дистанцией клевка" (Peck-distance), в среднем - 30-100 см. Соседние гнезда *L. cachinnans* располагаются в 2-10 м от гнезд бакланов по периферии колонии, а в "пятнисто-кружевных" колониях – и внутри их, на обширных пустых открытых участках - "полянах". Соседние колонии и гнезда речной (Sterna hirundo) и пестроносой (Talasseeus sandvicensis) крачек находятся в 50-100 м от колоний бакланов; гнезда серой, большой и малой белой цапель (*Ardea cinerea*, *Egretta alba*, *E. garzetta*) – располагаются в 3-20 м в островках густого тростника, гнезда большой поганки (*Podiceps cristatus*) и лысухи (*Fulica atra*) - в 2-5 м вдоль уреза воды [4, 9, 10]. На конфигурацию и структуру колоний бакланов оказывает влияние микрорельеф (птицы избегают глубоких понижений - луж), характер и размещение растительности. По нашим данным, выбор места под колонию зависит от направления и силы ветра, преобладающего ранней весной; бакланы стремятся укрыться за стеной тростниковых зарослей и не занимают места, затопленные при нагоне воды ветром. Вырывая стебли и корневища, бакланы уничтожают заросли тростника, расчищают место для постройки гнезд. В многолетних колониях проявляется обратная связь - на удобренных пометом участках бурно развивается сорная растительность и бакланы перемещаются на соседние участки [5, 17].

Четко выраженная пространственная (горизонтальная и вертикальная), экологическая и видовая структуры колоний бакланов динамичны во времени. Это уменьшает и снимает напряженность межвидовых и внутривидовых отношений, позволяет вселяться на периферию колонии другим сопутствующим видам птиц в течение всего гнездового периода. Каждый вид птиц занимает в смешанной колонии свою экологическую микронишу [4, 9].

Для постройки гнезд бакланы используют корневища и стебли тростника (90-95% случаев), реже листья тростника, лоток выстилается обычно листьями тростника. Также в гнездах часто встречаются обломки досок, бумага, полиэтилен, пенопласт, поскольку изучаемые водоемы сильно загрязнены материалами антропогенного происхождения. В центре наземных колоний гнезда бакланов достоверно ($t=3.24$, $p<0.05$) крупнее; их высота ($n=130$) в центре колонии – 284.73 ± 5.06 , на периферии – 140.04 ± 3.56 мм; соответственно диаметр гнезда – 462.45 ± 7.50 и 431.50 ± 9.35 мм ($n=95$). Глубина и диаметр лотка гнезд в разных участках колонии не различаются (71.82 ± 1.77 и 71.21 ± 4.46 , 305.83 ± 4.98 и 302.55 ± 7.43 мм, при $t=0.175$, $t=0.944$, $p<0.05$ соответственно).

Одним из важных показателей продуктивности размножения является величина кладки. У бакланов в Северном Приазовье кладка состоит из 3-12 яиц, причем все кладки из 8-12 яиц были явно смешанные, т.е. отложенные разными самками, т.к. имели резко отличающуюся форму и размеры. Средняя величина кладки на о. Подкова Молочного лимана составила: в 1998 г. ($n=310$) – 4.05 ± 0.05 ; в 1999 г. ($n=519$) – 4.22 ± 0.04 , в 2000 г. ($n=639$) – 3.93 ± 0.05 ; на о. Большом в Обиточном заливе: в 1998 г. ($n=938$) – 3.83 ± 0.03 ; в 1999 г. ($n=712$) – 4.27 ± 0.04 и в 2000 г. ($n=318$) – 3.52 ± 0.11 яиц. Различия в величине кладки по годам и в разных поселениях оказались недостоверными. Они определяются возрастом гнездящихся птиц, сроками гнездования, плотностью гнездования, состоянием погоды и кормовой базы, расположением гнезд в центре или на периферии колонии [2, 13, 14].

Среднее количество крупных пуховых птенцов в выводке больших бакланов на о. Подкова Молочного лимана составило: в 1998 г. ($n=310$) – 3.97 ± 0.05 ; в 1999 г. ($n=129$) – 3.43 ± 0.10 и в 2000 г. ($n=150$) – 2.87 ± 0.08 ; на о. Большом в Обиточном заливе: в 1998 г. ($n=85$) – 2.97 ± 0.13 ; в 1999 г. ($n=223$) – 3.89 ± 0.07 и в 2000 г. ($n=1410$) – 3.12 ± 0.03 птенцов. Величина выводков прямо связана с погодными условиями, т.к. кормов в годы исследования было в избытке. Особенно губительны для выживания птенцов были резкие похолодания, затопление колоний при нагонных ветрах и штормах, разрушение гнезд при сильном ветре.

В отдельные сезоны существенно сказались проникновение на острова четвероногих хищников – лисицы (*V. vulpes* L.) и енотовидной собаки (*Nyctercutes procionoides* Gr.), а также фактор беспокойства через частое посещение колоний рыбаками, отдыхающими, распугивание птиц в период яйцекладки, незаконный сбор яиц и птенцов, включая целенаправленное их уничтожение.

Межгодовая изменчивость яиц изучена в колониях на о-вах Молочного лимана и Обиточного залива. Установлено, что размеры яиц значительно варьируют по годам. Выявлены достоверные различия по длине и максимальному диаметру яиц для разных колоний и сезонов (табл. 1-2). Длина яиц варьирует больше, чем их максимальный диаметр. Это объясняется тем, что максимальный диаметр яйца в большей степени обусловлен диаметром яйцевода птицы, постоянный размер которого выработался в ходе длительной эволюции [14], низкая вариабельность диаметра яйца способствует сохранению этой нормы. Объем яиц и индекс удлинённости дают более полную количественную характеристику яйца [12, 13], и непосредственно отражают форму яйца (у бакланов преобладают яйца вытянуто-яйцевидные – 45%, и вытянуто-эллипсовидные – 50%, на долю остальных приходится около 5%).

Анализ ооморфологических показателей (табл. 3-10), показал, что яйца рано гнездящихся взрослых самок (возраст их определялся по окраске оперения и данным кольцевания) достоверно крупнее, чем яйца отложенные молодыми самками и в более поздние сроки гнездования. Размеры яиц были больше в сезоны с благоприятными погодными и кормовыми условиями (например, 1996, 2000 гг.). У бакланов, гнездящихся повторно или в поздние сроки, количество и размеры яиц были достоверно меньше. Выяснено, что в небольших по численности и площади плотных колониях синхронность гнездования достигала 80-90% и была выше на 20-30%, чем в обширных рыхлых колониях. Размеры яиц были достоверно больше в небольших колониях, чем суммарные показатели в крупных разнородных колониях и поселениях. Наличие достоверных оологических различий (табл. 3-10) в двух соседних поселениях и в пределах одной колонии показало, с одной стороны, их общий генезис, наличие тесных связей и широкого обмена особями, о чем свидетельствуют также данные кольцевания [5, 17], с другой стороны мобильную адекватную реакцию на конкретные местные условия района колоний, сходные реакции на общие погодные условия сезона, что и сглаживает различия в размерах яиц птиц из разных колониях.

Таблица 1. - Характеристика яиц большого баклана с островов Молочного лимана в разные сезоны

Дата и место обследования	Код колонии	n	Длина яйца, мм	Максимальный диаметр яйца, мм	Объем, см ³	Индекс удлинённости, %
			Lim M±m σ, CV, %	Lim M±m σ, CV, %	Lim M±m σ, CV, %	Lim M±m σ, CV, %
о. Подкова. 23.04. 1989 г.	M1	101	68.50-53.80 61.24±0.33 3.41, 5.56	49.20-36.30 39.50±0.14 1.43, 3.62	73.82-40.49 48.81±0.47 4.78, 9.79	82.27-54.74 64.69±0.40 4.05, 6.26
о. Подкова. 15.05. 1990 г.	M2	31	66.50-55.00 60.91±0.61 3.05, 5.00	41.50-35.70 39.13± 0.31 1.55, 3.96	55.95-37.69 47.75±1.11 5.56, 11.64	69.09-60.63 64.32±0.49 2.45, 3.80
о. Подкова. 19.05. 1993 г.	M3	30	68.50-56.20 61.69± 0.65 3.28, 5.31	41.40-34.00 38.87± 0.34 1.70, 4.37	59.87-35.55 47.64±1.02 5.11, 10.72	70.31-56.38 63.16±0.83 4.15, 6.57
о. Подкова. 29.04. 1996 г.	M4	42	67.70-53.50 63.19± 0.42 2.76, 4.36	42.50-36.00 39.57± 0.23 1.51, 3.81	60.33-38.33 50.58±0.77 5.00, 9.88	77.57-56.87 62.72±0.49 3.19, 5.08
о. Подкова. 17.05. 1997 г.	M5	195	72.00-48.20 62.54±0.24 3.40, 5.43	45.00-35.00 39.94±0.12 1.73, 4.33	74.35-35.11 51.07±0.44 6.20, 12.14	83.98-57.10 64.01±0.26 3.63, 5.67
о. Подкова. 19.04. 1998 г.	M6	96	69.90-56.20 62.77± 0.27 2.71, 4.31	42.40-32.30 39.17± 0.17 1.69, 4.31	58.58-33.13 49.23±0.51 4.96, 10.07	71.38-50.47 62.50±0.34 3.39, 5.42
о. Подкова. 21.04. 1999 г.	M7	331	68.50-51.10 62.94±0.17 3.10, 4.92	49.00-31.40 39.65±0.08 1.48, 3.73	77.75-33.28 50.58±0.27 4.91, 9.70	77.17-47.43 63.13±0.19 3.46, 5.48
о. Подкова. 24.05. 2000 г.	M8	232	73.20-53.40 63.23±0.20 3.09, 4.88	44.60-32.30 39.90±0.10 1.58, 3.95	69.39-33.99 51.49±0.36 5.50, 10.68	72.08-50.55 63.21±0.21 3.23, 5.10

Таблица 2. - Характеристика яиц большого баклана с островов Обиточного залива в разные сезоны

Дата и место обследования	Код колонии	n	Длина яйца, мм	Максимальный диаметр яйца, мм	Объем, см ³	Индекс удлинённости, %
			Lim M±m σ, CV, %	Lim M±m σ, CV, %	Lim M±m σ, CV, %	Lim M±m σ, CV, %
о.Безымянный. 10.06.1992 г.	O1	57	67.10-54.40 61.66± 0.35 2.69, 4.36	41.30-37.00 39.53± 0.14 1.06, 2.68	57.01-40.78 49.19±0.48 3.68, 7.48	72.06-55.14 64.21±0.40 3.03, 4.71
о. Большой. 04.06. 1993 г.	O2	75	70,50-54,30 62,23±0,36 3,17, 5,09	43,20-32,50 39,93±0,20 1,77, 4,43	65,19-31,99 50,83±0,72 6,29, 12,37	69,83-54,71 64,24±0,32 2,78, 4,32
о. Большой. 05.05. 1997 г.	O3	331	70.70-52.50 62.00± 0.17 3.12, 5.03	46.50-31.20 40.47± 0.11 2.03, 5.01	68.67-31.02 51.94±0.32 5.95, 11.45	82.30-49.92 65.43±0.24 4.47, 6.83
о. Большой. 05.06. 1998 г.	O4	99	71.00-56.70 62.89±0.28 2.81, 4.46	44.70-36.30 40.09±0.14 1.42, 3.54	70.10-40.32 51.66±0.49 4.94, 9.56	70.42-56.59 63.86±0.32 3.20, 5.01
о. Большой. 05.05. 1999 г.	O5	281	71.80-50.00 62.89±0.20 3.39, 5.39	43.50-35.80 39.94±0.08 1.50, 3.75	66.39-35.28 51.30±0.32 5.46, 10.64	76.79-54.53 63.64±0.20 3.42, 5.37
о. Большой. 17.05. 2000 г.	O6	33	64.30-56.00 60.01±0.38 2.22, 3.69	40.70-33.50 38.93±0.23 1.34, 3.44	52.20-33.99 46.44±0.62 3.59, 7.73	70.26-56.40 64.96±0.55 3.16, 4.86

Таблица 3. - Значения t-критерия для показателей длины (внизу слева) и максимального диаметра (сверху справа) яиц большого баклана с островов Молочного залива (здесь и дальше коды соответствуют табл. 1, 2).

Код места	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
M1	-	1.134	1.903	0.259	2.190	1.498	0.904	2.178
M2	0.445	-	0.573	1.138	2.221	0.095	1.688	2.313
M3	0.596	0.874	-	1.756	2.918	0.788	2.525	3.079
M4	3.273	3.132	1.839	-	1.283	1.331	0.336	1.253
M5	3.101	2.274	1.171	1.156	-	3.609	2.023	0.251
M6	3.460	2.967	1.684	0.831	0.576	-	2.734	3.745
M7	4.706	3.159	1.932	0.482	1.399	0.505	-	1.903
M8	5.232	3.573	2.351	0.090	2.211	1.285	1.087	-

Таблица 4. - Значения t-критерия для показателей длины (внизу слева) и максимального диаметра (сверху справа) яиц большого баклана с островов Обиточного залива

Код места	O1	O2	O3	O4	O5	O6
O1	-	1.514	3.432	2.601	1.954	2.316
O2	1.082	-	2.142	1.907	0.454	2.882
O3	0.775	0.563	-	1.734	3.653	4.261
O4	2.663	1.683	2.536	-	0.901	4.098
O5	2.579	0.898	3.379	0.006	-	3.661
O6	2.985	3.640	3.581	5.346	4.767	-

Таблица 5. - Значения t-критерия для показателя длины яиц большого баклана с островов Обиточного залива и Молочного лимана

Код места	O1	O2	O3	O4	O5	O6
M1	0.800	1.955	2.099	3.724	4.192	1.946
M2	1.118	1.816	1.692	3.089	2.825	1.302
M3	0.044	0.724	0.477	1.835	1.700	2.331
M4	2.748	1.635	2.342	0.572	0.534	5.372
M5	1.781	1.610	1.830	0.890	1.126	4.117
M6	2.437	1.192	2.169	0.313	0.332	5.258
M7	2.927	1.790	3.884	0.151	0.191	5.289
M8	3.517	2.427	4.617	0.945	1.173	5.778

Таблица 6. - Значения t-критерия для показателя максимального диаметра яиц большого баклана с островов Обиточного залива и Молочного лимана

Код места	O1	O2	O3	O4	O5	O6
M1	0.119	1.766	4.476	2.921	2.522	2.004
M2	1.340	2.006	3.230	2.955	2.555	0.521
M3	2.135	2.619	3.850	3.685	3.365	0.163
M4	0.167	1.102	2.781	1.951	1.467	1.902
M5	1.708	0.704	3.051	0.747	0.034	3.177
M6	1.447	2.863	5.748	4.137	4.187	0.721
M7	0.611	1.400	5.931	2.613	2.342	2.679
M8	1.690	0.125	3.587	1.037	0.257	3.344

Таблица 7. - Значения t-критерия для показателей объема (внизу слева) и индекса удлинённости (сверху справа) яиц большого баклана с островов Молочного залива

Код места	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
M1	-	0.430	1.679	2.805	1.466	4.106	3.800	3.526
M2	0.959	-	1.204	2.156	0.420	2.523	1.691	1.659
M3	1.082	0.074	-	0.487	1.080	0.830	0.041	0.079
M4	1.985	2.145	2.308	-	2.127	0.360	0.730	0.917
M5	3.197	2.545	2.650	0.480	-	3.408	2.759	2.382
M6	0.594	1.288	1.413	1.472	2.541	-	1.585	1.806
M7	3.175	2.743	2.872	0.005	1.011	2.365	-	0.298
M8	4.228	3.215	3.337	0.992	0.729	3.476	2.054	-

Таблица 8. - Значения t-критерия для показателей объема (внизу слева) и индекса удлинённости (сверху справа) яиц большого баклана с островов Обиточного залива

Код места	O1	O2	O3	O4	O5	O6
O1	-	0.061	1.973	0.683	1.171	1.109
O2	1.751	-	2.196	0.035	1.116	1.181
O3	3.384	1.449	-	3.254	5.473	0.585
O4	3.286	2.019	0.430	-	0.548	1.720
O5	2.797	0.018	1.372	0.570	-	2.109
O6	3.431	3.731	5.209	5.583	4.978	-

Таблица 9. - Значения t-критерия для показателя объема яиц большого баклана с островов Обиточного залива и Молочного лимана

Код места	O1	O2	O3	O4	O5	O6
M1	0.507	2.408	4.825	4.135	4.051	2.611
M2	1.376	2.170	3.407	3.440	3.106	1.087
M3	1.545	2.286	3.515	3.606	3.225	1.047
M4	1.600	0.216	1.418	1.179	0.806	4.007
M5	2.184	3.181	1.591	0.816	0.427	4.163
M6	0.054	1.857	4.076	3.428	3.287	2.961
M7	2.040	0.375	3.215	1.918	1.728	4.705
M8	2.990	0.869	0.921	0.268	0.376	5.101

Таблица 10. - Значения t-критерия для показателя индекса удлинённости яиц большого баклана с островов Обиточного залива и Молочного лимана

Код места	O1	O2	O3	O4	O5	O6
M1	0.768	0.812	1.491	1.604	2.502	0.355
M2	0.157	0.123	1.222	0.676	0.970	0.836
M3	1.290	1.481	2.457	0.914	0.661	1.875
M4	2.371	2.698	3.803	1.932	1.641	3.029
M5	0.391	0.881	3.765	0.347	1.117	1.419
M6	3.151	3.617	5.946	2.883	2.834	3.664
M7	2.224	2.608	7.399	1.868	1.833	2.922
M8	2.114	2.477	6.448	1.659	1.438	2.910

ВЫВОДЫ

1. Наземные колонии большого баклана характеризуются четкой пространственной горизонтальной структурой с дифференцировкой на центральную и периферийную части. Для центральной части колонии характерен ранний прилет птиц на места гнездования, более крупные размеры гнезд, кладок и яиц, более округлая форма яиц, снижение величины изменчивости яиц, и в итоге - повышение успеха размножения.
2. Птицам на периферии колонии присущи более поздние сроки гнездования, меньшие размеры гнезд, кладок и яиц, выводков, низкий успех размножения.
3. Ооморфологические показатели большого баклана зависят от погодных условий конкретного сезона, обеспеченности кормами, давления со стороны хищников и конкурентов, возраста птиц и их физиологической подготовленности к размножению, от возрастной и социальной структуры колоний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Костин Ю.В., Золотоверх В.В. Формирование колонии большого баклана на Лебяжьих островах // Научные основы обследования колониальных гнездовых околотовных птиц. - М.: Наука, 1981.- С. 61-63.
2. Кошелев А.И., Попенко В.М., Пересадько Л.В., Белашков И.Д., Лебединский И.И., Павленко В.Н. Особенности колониального типа гнездования большого баклана в свете его экспансии на островах Молочного лимана в Приазовье // Современные проблемы изучения колониальности у птиц. - Симферополь-Мелитополь: Сонат, 1990. - С. 71-77.
3. Кошелев А.И., Слюхин В.Д., Покуса Р.В., Белашков И.Д. Динамика локальных гнездовых поселений большого баклана в Северном Приазовье (Запорожская область) // Мат. III конф. молодых орнитологов Украины. -Чернівці, 1998.-С. 91-95.
4. Кошелев А.И., Кошелев В.А., Покуса Р.В. Консортивные связи в колониях цапель и бакланов Северного Приазовья // Актуальные проблемы изучения и охраны птиц Восточной Европы и Северной Азии. – Казань: Матбугат йорты, 2001. – С. 331-332.
5. Koshelev A., Chaban B., Pokusa R. Seasonal distribution and mortality of Cormorant from the northern Sea of Azov // IV European Conference on Cormorants (Suppl. Ric. Biol. Selvaggina. Vol. XXVI). - Bologna, 1997. - pp. 153-158.
6. Koshelev A.I. Methods and efficiency of scaring and regulation of cormorant *Phalacrocorax carbo* numbers in southern Ukraine // *Ekologia Polska*. - 1997. Vol. XLV, № 1.- pp. 303-304.
7. Тугаринов А.Я. Веслоногие, аистообразные, фламинго // Фауна СССР. Птицы. – Т. 1.- Вып. 3. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947. – С. 125-316.
8. Судилковская А.М. Отряд веслоногие // Птицы Советского Союза. – Т. 1. – М.: Изд-во Советская наука, 1951. – С. 13-69.
9. Кошелев А.И., Покуса Р.В., Кошелев В.А. Структура наземных колоний большого баклана на морских островах Северного Приазовья // Птицы Азово-Черноморского региона на рубеже тысячелетий. – Одесса: АстроПринт, 2000. – С. 44-45.
10. Кошелев А.И. Гнездование водоплавающих и околотовных птиц в колониях цапель в тростниковых плавнях лиманов Причерноморья и Приазовья // Материалы Всесоюзного научно-методического совещания зоологов педвузов. – Ч. 2. - Махачкала, 1990. - С. 125-128.
11. Костин Ю.В. О методике ооморфологических исследований и унификации описания оологических материалов // Методики исследования продуктивности и структуры видов птиц в пределах их ареалов. – Вильнюс: Мокслас, 1977. – С. 14-22.
12. Климов С.М. Внешняя ооморфология как отражение экологической изменчивости и дифференцировки птиц: Автореф. дис. ... докт. биол. наук. – М., 1997. – 47 с.
13. Мяндр Р. Внутрипопуляционная изменчивость птичьих яиц. –Талин, 1988. – 196 с.
14. Романов А.Л., Романова А.И. Птичье яйцо. – М.: Пищепромиздат, 1959. – 620 с.
15. Hoyt D.F. Practical methods of estimating volume and fresh weight of birds eggs // *Auk*. 1979. – Vol. 96. – P. 73-77.
16. Лакин Г.Ф. Биометрия. - М.: Высш. школа, 1973. -343 с.
17. Pokusa R.V. Seasonal moving and migration of Cormorants in Northern Priazovie (on data of ringing) // Птахи Азово-Чорноморського регіону на межі тисячоліть (Мат. ювілейної міжн. наук. конф., присвяченої 20-річчю Азово-Чорноморської орніт. робочої групи. Одеса, 10-14 лютого 2000 р.).- Одеса: Астропринт, 2000. - С. 29-30.

ВОСПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ СПОСОБНОСТИ ПОПУЛЯЦИИ СЕРЕБРЯНОГО КАРАСЯ (*CARASSIUS AURATUS GIBELIO* (BLOCH)) КАХОВСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

Кузьменко Ю.Г., ассистент

Запорожский государственный университет

В статье проанализированы особенности прохождения нереста, плодовитость и численность молоди популяции *Carassius auratus gibelio* (Bloch) Каховского водохранилища. Определен тип икрометания, как порционный, выделены три размерные группы молоди. Сделан вывод о высокой воспроизводительной способности популяции на исследованной территории.

Ключевые слова: плодовитость рыб, порционный нерест, численность молоди, серебряный карась.

Кузьменко Ю.Г. ВІДТВОРЮВАЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ПОПУЛЯЦІЇ СРІБЛЯСТОГО КАРАСЯ (*CARASSIUS AURATUS GIBELIO* (BLOCH)) КАХОВСЬКОГО ВОДОСХОВИЩА/ Запорізький державний університет, Україна.

У статті проаналізовано особливості проходження нересту, плідність та чисельність молоді популяції *Carassius auratus gibelio* (Bloch) Каховського водосховища. Визначено тип нересту, як порційний, виділені три розмірні групи молоді. Зроблено висновок щодо високої здатності до відтворення популяції на дослідженій акваторії.

Ключові слова: плодючість риб, порційний нерест, чисельність молоді, сріблястий карась.

Kuzmenko J.G. BEGETTING POWER OF POPULATION CRUCIAN (*CARASSIUS AURATUS GIBELIO* (BLOCH)) KAHOVSKY RESERVOIR / Zaporizhzhya State University, Ukraine.

In clause are analyzed: features of transit spawnings, fertility and number of young fish of a population *Carassius auratus gibelio* (Bloch) Kahovsky reservoir. The phylum of spawning happens three times. The groups of young fish are discharged depending on a size. A high begetting power of this population in the investigated water area was defined.

Key words: fertility of fishes, the phylum of spawning, number of young fish, crucian.

Считается, что впервые на Украину серебряный карась был завезен в пруды Винницкой области из водоемов Польши [1, 2]. Время появления серебряного карася в промысловой статистике на Каховском водохранилище (1960-е годы) примерно совпадает с началом зарыбления водоема молодь карпа и растительноядных рыб. Являясь экологически пластичной рыбой, серебряный карась оказался хорошо приспособленным к быстро изменяющимся условиям обитания в Каховском водохранилище. В настоящее время быстрорастущий серебряный карась почти совсем вытеснил обыкновенного карася *Carassius carassius* (L.). Исключительно быстрое увеличение численности популяции серебряного карася повсеместно повысило его уловы в Каховском водохранилище.

В связи с повышением значимости серебряного карася в промысловых уловах возникла необходимость прогнозирования его численности, с целью регулирования промысла. Одним из важнейших показателей для составления прогноза является воспроизводительная способность популяции.

МЕТОДИКА И МАТЕРИАЛЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Материал был собран в 1999-2002 годах в верхней и средней части Каховского водохранилища. В работе использованы материалы Запорожской региональной госрыбинспекции и Института рыбного хозяйства УААН.

Сбор и обработка материала проводились согласно общепринятым методикам [3].

В ходе исследований проанализированы плодовитость, динамика численности молоди, а также особенности прохождения нереста исследуемого вида.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

В период нереста карась концентрируется в мелководных, заросших озерах. В 2000 году зафиксировано три подхода на нерест, последняя группа подошла в район нереста в конце июля - начале августа. Нерест очень сильно растянут во времени. Первый подход карася к нерестилищам наблюдался в первых числах мая при температуре воды +12°C, второй - 26-27 мая при температуре воды +17 - 18°C, третий - 28 июля при температуре воды +26 °C

Нерест обычно начинается на восходе солнца и длится до 10 – 11 часов, приостанавливается в середине дня и возобновляется вечером с 18 до 20 – 21 часа. При тихой и теплой погоде выметывание одной порции икры у каждой самки занимает 1 – 3 дня, при изменчивых условиях длится дольше. Первыми на нерестилище подходят самцы и старшевозрастные самки, через несколько дней начинается массовый нерест, последними на нерестилище подходят молодые, впервые нерестующие самки. Старшевозрастные

самки остаются в районе нерестилищ на протяжении всего лета, совершая лишь незначительные миграции. Нерест у них трех-, иногда даже четырехпорционный. Молодые самки, впервые нерестующие, встречаются на нерестилищах лишь в самом начале нереста. Нерестятся они на протяжении года один, иногда два раза с большим интервалом. Интервал между выметыванием порций икры у взрослых самок колеблется в зависимости от климатических условий и может составлять от 10 дней до месяца.

В ходе проведения исследований нами было установлено соотношение полов в нерестовой популяции серебряного карася Каховского водохранилища. Последние исследования по половому составу серебряного карася р. Днепр проводились: на Кременчугском водохранилище в 1979 году - Демченко М.Ф. [4], в 1972 году в Низовье Днепра – Артющик С.Т. [5], на Каховском в 1995- Домбровский К.О. [6]. В результате исследований было установлено, что однополая популяция карася в р. Днепр постепенно превратилась в двуполоую и доля самцов растет, по состоянию на 1969 год доля самцов в Низовье Днепра составляла 4,7-5,3 %, уже к 1972 году в Днепро-Бугском лимане самцов было 46 % [5], в 1994-1995 гг. в Каховском водохранилище – 45% [6]. По данным, полученным нами в 1999-2001 годах, доля самцов в нерестовой популяции достигает 50 %.

Наиболее интенсивный линейный прирост у быстрорастущего карася происходит на 1-2 году жизни, весовой – на 4 году жизни. В разных водоемах половозрелость серебряного карася наступает по-разному, при различном возрасте и размерах тела, возрастной состав также различен. Рост и развитие овоцитов у более крупных самок продолжаются в течение первых 1-2 лет. Следовательно, половая зрелость у быстрорастущего карася наступает на 2-3 году жизни, при достижении длины тела 16-21 см.

В связи с более поздним достижением зрелости, а также большими размерами тела, происходит значительный отлов впервые созревающих особей. При продолжении ведения бесконтрольного лова численность популяции быстрорастущего карася может быстро сократиться.

Коэффициент зрелости серебряного карася в Каховском водохранилище перед нерестом колебался от 3,3 до 21,6, это указывает на значительную растянутость нереста по времени и позволяет выделить несколько групп рыб, подходящих на нерестилище поочередно, причем наблюдались значительные отличия в цветовой гамме рыб, предположительно из разных биотопов, что требует дальнейшего исследования.

В яичниках серебряного карася 4-й стадии зрелости формируется несколько групп с размером овоцитов согласно их морфофизиологическому состоянию. Одна группа образована большим количеством маленьких, так называемых резервных, овоцитов это и есть генерация следующего года, размер их до 0,2-0,3 мм. Другие овоциты - это клетки с разным уровнем заполняемости желтком, они образуют несколько групп. И если природные условия будут благоприятными, тогда эта икра отложится в текущем году. В яичниках 4-й стадии зрелости старшая генерация овоцитов достигает размеров 1,3 мм, при колебании среднего коэффициента зрелости от 3,6 до 23 %.

Биометрический анализ состава овоцитов в яичниках серебряного карася Каховского водохранилища свидетельствует о наличии от 2 до 3 групп желтковых овоцитов (в зависимости от возрастной группы исследуемых рыб) (Рис. 1).

У серебряного карася процесс вступления овоцитов в период трофоплазматического роста значительно растянут: овоциты в начальных фазах трофоплазматического роста (диаметр 0,1 мм) наблюдаются в значительных количествах в яичниках от 2-3 вплоть до 4-6 стадии зрелости.

Для простоты восприятия рисунка была отброшена нежелтковая часть овоцитов (диаметр - менее 0,3 мм), и отображены средние показатели 4-х групп самок: впервые нерестующих (возраст 2 года), вторично нерестующих (возраст 3 года), четырехлетние особи и старшевозрастная группа (возраст 10 лет).

В отличие от карася дельты Дуная [7] у самых молодых самок в возрасте 2-3 лет нами найдено только 1-2 порции желточных овоцитов и только в возрасте от 4 лет четко прослеживается трехвершинная кривая состава овоцитов.

Икринки отдельных порций четко различаются между собой не только размерами, но и окраской. Овоциты старшей генерации – прозрачно-желтые, менее зрелые икринки – мутно-белые.

Таким образом, визуальные наблюдения за ходом нереста, анализ вариационных кривых размерного состава овоцитов в яичниках в ходе нереста, а также сопоставление изменений коэффициента зрелости и веса гонад в зависимости от количества выметанной икры позволяет выделить у быстрорастущей формы карася Каховского водохранилища 3 порции икры, которые последовательно выметываются в одном нерестовом сезоне.

Количество икры, продуцируемое серебряным карасём, значительно колеблется: от 41 тыс. - у впервые созревающих особей и до 790 тыс. икринок - у взрослых особей (Таб. 1).

Средняя плодовитость равняется 229 тыс. икринок. Несмотря на индивидуальные колебания, при разделении материала на группы обнаруживается довольно тесная связь плодовитости с длиной тела рыб. Абсолютная плодовитость серебряного карася, как и многих других рыб, закономерно возрастает с увеличением длины и веса тела. Однако увеличение длины тела значительно отстаёт от увеличения плодовитости. Так, если размер рыб по сравнению с исходной величиной, принятой за 100%, увеличивался примерно в 1,5 раза, плодовитость возрастала почти в 4 раза. Вес и плодовитость повышаются почти одинаковым темпом. Если вес увеличивался почти в 4 раза по сравнению с исходным - плодовитость повышалась в три раза

В пределах каждой возрастной группы число икринок значительно колеблется, однако с увеличением возраста отмечается повышение плодовитости. Так, плодовитость 3-летних рыб по сравнению с 2-хлетними увеличилась почти в два раза. Число икринок и особенно вес гонад увеличиваются с возрастом рыбы быстрее, чем вес рыбы, и особенно ее длина. "Не подлежит сомнению, что в природе в большинстве случаев имеет место увеличение числа яиц и веса гонад с возрастом рыб, повышением длины тела и его веса" [8]. Однако здесь следует заметить, что с достижением определенного возраста плодовитость начинает уменьшаться, вступают в силу дегенеративные процессы [9], так, по нашим данным, возраст снижения репродуктивных способностей у самок серебряного карася в Каховском водохранилище наступает на 9-10 годах жизни.

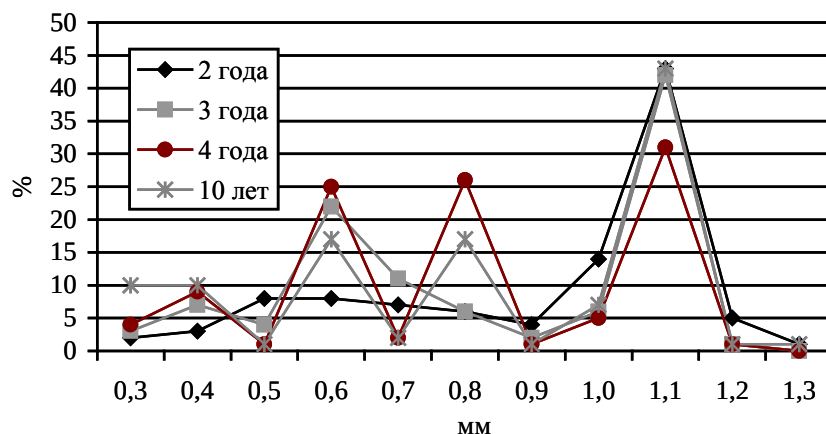
Таблица 1 - Плодовитость самок серебряного карася в зависимости от возраста (Каховское водохранилище, 1999 – 2000 гг.).

Возраст, годы	Плодовитость, тыс. икринок	
	1999 г.	2000 г.
2	-	60
3	138	107
4	153	128
5	161	155
6	253	206
7	282	302
8	(213)	382
9	-	416
10	-	380

Высокая численность молоди серебряного карася указывает на благоприятные условия для нереста данного вида. Можно отметить некоторое увеличение численности молоди в последние годы. Это обусловлено постепенным увеличением площадей, пригодных для нереста карася и нагула сеголеток.

Распределение молоди по районам водохранилища соответствует доле площадей пригодных для нереста

Рис. 1- Распределение овоцитов по размерам в яичниках серебряного карася IV стадии зрелости в зависимости от возраста



карася. Так, численность молоди наивысшая в верхней части, более низкая - в средней и наименьшая - в нижней.

При проведении массовых промеров молоди была получена размерная кривая, на которой отмечается наличие нескольких размерных групп молоди, что подтверждает данные по исследованию яичников и наблюдению за ходом нереста и указывает на наличие порционности в икротетании. Наличие трех размерных групп в составе уловов сеголетков карася обуславливает разное время созревания, и по результатам наблюдений Лапина [10], должно учитываться при прогнозировании возраста вступления рыб в промысел.

ВЫВОДЫ

1. Быстрорастущий серебряный карась является весенне-нерестующей, фитофильной, типичной туводной рыбой Каховского водохранилища.
2. Серебряный карась Каховского водохранилища характеризуется порционным типом икротетания. Порционность икротетания обусловлена прерывисто-асинхронным типом вителлогенеза, возникшим вследствие растянутого вступления овоцитов в период трофоплазматического роста.
3. Наличие трех размерных групп молоди серебряного карася в Каховском водохранилище указывает на разный возраст полового созревания, а, следовательно, и разные сроки вступления рыб одного поколения в промысел, что необходимо учитывать при составлении прогноза промысловых уловов.
4. Высокие показатели плодовитости, порционность нереста, численность молоди указывают на высокую воспроизводительную способность популяции серебряного карася в Каховском водохранилище.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляшенко О.Ф. Видовый склад, розміщення та врожайність молоді риб Кременчугського водоймища//Біологія риб Кременчугського водоймища. –К.: Наукова думка, 1970. –С. 119-147.
2. Залуми С.Г. Изменения в рыбном промысле в Низовьях Днепра, Южного Буга и Днепро-Бугского лимана после зарегулирования//Рыбное хозяйство. - Вып. 17. – К.: Урожай., -1973,-С. 81-88.
3. Правдин И.Ф. Руководство по изучению рыб. - Москва: Пищевая промышленность, 1966. – 376 с.
4. Демченко М.Ф. Некоторые вопросы биологии серебряного карася в Кременчугском водохранилище//Рыбное хозяйство. - Вып. 32.- К.: Урожай, 1981.- С 43-47.
5. Артюшик С. Т. О промысловой мере на серебряного карася *Carassius auratus gibelio* в бассейне Нижнего Днепра // Рыбное хозяйство. - Вып. 23. - К.: Урожай, 1976. - С.74-77.
6. Домбровский К.О. До вивчення нерестового стада срібного карася Каховського водосховища//Вісник Запорізького державного університету. Фізико-математичні науки. Біологічні науки.-Запоріжжя.:ЗДУ, 1997.-№1.-С. 112-113.
7. Гончаренко Н.І., Могильченко В.І. Динаміка стану яєчників сріблястого карася Кілійської дельти Дунаю в період нересту // Рибне господарство. - Вип. 19. - К.: Врожай, - 1991- С. 44-47.
8. Иоганзен Б.Г. Плодовитость рыб и определяющие ее факторы// Вопросы ихтиологии. - Вып.3.- 1955.-С. 59.
9. Кукурядзе А.М., Марияш Л.Ф. Материалы к экологии серебряного карася *Carassius auratus gibelio* (Bloch) низовья Дуная // Вопросы ихтиологии. - Т. 15, вып. 3(92).- 1975 г. – С. 456-462.
10. Лапин Ю.Е. Закономерности динамики популяций рыб в связи с длительностью их цикла. – М.: Наука, -1971. –173 с.

МУТАЦИОННАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ В M₂ У *LINUM GRANDIFLORUM* DESF. ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭТИЛМЕТАНСУЛЬФОНАТА. ЧАСТОТА МУТАЦИЙ

Лагрон В.А., аспирант, Лях В.А., д.б.н., профессор

Институт масличных культур УААН, г. Запорожье

В статье приведен анализ частоты индуцированных этилметансульфонатом (ЭМС) мутаций у красноцветковой (*rubrum*) и белоцветковой (*album*) форм у *L.grandiflorum* Desf. в M₂. У *L.grandiflorum rubrum* концентрации ЭМС 0,05 и 0,1% являлись наиболее оптимальными для получения наибольшего количества мутаций при достаточно высокой выживаемости растений. В этих вариантах половину составляли мутации с измененным содержанием хлорофилла и около трети – мутации с измененным габитусом растения. *L.grandiflorum album* характеризовался значительно меньшей частотой видимых мутаций, чем красноцветковая форма

Ключевые слова: *L.grandiflorum*, этилметансульфонат, частота мутаций, количество хлорофильных мутаций.

Лагрон В.А., Лях В.О. МУТАЦІЙНА МІНЛИВІСТЬ У M₂ У *LINUM GRANDIFLORUM* DESF. ПІД ДІЄЮ ЕТИЛМЕТАНСУЛЬФОНАТУ. ЧАСТОТА МУТАЦІЙ / Інститут олійних культур УААН, Україна

У статті наведено аналіз частоти індукованих етилметансульфонатом (ЕМС) мутацій у червоноквіткової (*rubrum*) та білокріткової (*album*) форм *L.grandiflorum* у M₂. У *L.grandiflorum rubrum* концентрації ЕМС 0,05 та 0,1% виявилися найбільш оптимальними для одержання найбільшої кількості мутацій при досить високій виживаності рослин. У цих варіантах половину склали мутації зі змінним вмістом хлорофілу та біля третини – мутації зі змінним габітусом рослини. *L.grandiflorum album* характеризувався значно меншою частотою видимих мутацій ніж червоноквіткова форма.

Ключові слова: *L.grandiflorum*, етилметансульфонат, частота мутацій, кількість хлорофільних мутацій.

Lağron V.A., Lyakh V.A. MUTATION VARIABILITY IN M₂ IN *LINUM GRANDIFLORUM* DESF. UNDER INFLUENCE OF ETHYLMETHANESULPHONATE. MUTATION FREQUENCY/ Institute of Oilseed Crops, Ukraine

The article concerns the analysis of induced with ethylmethanesulphonate (EMS) mutation frequency in M₂ in red-flowered (*rubrum*) and white-flowered (*album*) samples of *L.grandiflorum*. In *L.grandiflorum rubrum* EMS concentrations of 0,05 and 0,1% were the most optimal to receive the greatest number of mutations taking into account high survival rate of plants. In these variants the half of mutations was with the changed content of chlorophyll and one-third of mutations was with the changed habitus of plant. *L.grandiflorum album* was characterized by the significantly less frequency of visible mutations in comparison with red-flowered sample.

Key words: *L. grandiflorum*, ethylmethanesulphonate, mutation frequency, number of chlorophyll mutations.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из методов создания нового разнообразного исходного материала является экспериментальный мутагенез, хорошо зарекомендовавший себя на сельскохозяйственных и некоторых цветочно-декоративных культурах. В области декоративного цветоводства экспериментальный мутагенез (радиационный и химический) широко используется для получения новых сортов гладиолуса [1,2,3], пиона [4], хризантемы [5], портулака [6] и некоторых других растений.

Лен крупноцветковый (*L. grandiflorum*) является популярной культурой на европейском рынке декоративных растений, где он в основном используется как клумбовая культура. Вместе с тем *Linum grandiflorum* не отличается большим генетическим разнообразием. Его цветовая гамма до сих пор остается скудной, а изменения формы цветка, играющие немаловажную роль в продвижении любой декоративной культуры на потребительский рынок, неизвестны. Предполагалось, что химический мутагенез может оказаться в этом плане полезным, существенно расширив, по сравнению со спонтанным мутированием, спектр и частоту мутаций.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДИКА

Исследования проводились на двух формах однолетнего дикого вида льна крупноцветкового (*L.grandiflorum* Desf.) – красной (*rubrum*) и белой (*album*, сорт Bright Eyes).

Методика обработки семян и анализа растений описана в [7]. Приведенная в статье частота мутаций является отношением количества мутаций в данном концентрационном варианте к общему количеству выживших семей. Частота мутантных семей представляет собой их долю среди общего количества выживших семей. Статистическая обработка данных осуществлялась по Рокицкому [8], а также с использованием программы Microsoft Excel.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В M_2 нами был выявлен целый ряд мутаций различного типа. Растения, несущие мутации, встречались во всех 4-х концентрационных вариантах у *L.grandiflorum rubrum* и в 2-х из 3-х вариантов у *L.grandiflorum album* [7]. Частота мутаций в различных вариантах обработки ЭМС была неодинаковой (таблица 1).

Таблица 1. - Частота мутаций и мутантных семей у *L.grandiflorum* в M_2 в разных вариантах обработки

Генотип	ЭМС, %	Выживших семей, %	Частота мутантных семей, %	Частота мутаций, %
<i>L.grandiflorum rubrum</i>	Контроль	94,3±2,8	0	0
	0,01	95,8±2,4	5,9±2,9*	10,3±3,7*
	0,05	91,2±3,4	30,6±5,9***	69,5±5,9***
	0,1	86,1±3,9*	32,4±5,7***	51,5±6,1***
	0,5	40,0±15,5***	25,0±21,7	25,0±21,7
<i>L.grandiflorum album</i>	Контроль	87,1±6,0	0	0
	0,01	76,9±8,3	20,0±8,9*	20,0±8,9*
	0,05	73,9±9,2	11,8±7,8	11,8±7,8
	0,1	50,0±14,4*	0	0

*, *** – отличия от контроля значимы при $p < 0.05$ и 0.001 , соответственно.

Как видно из таблицы 1, у *L.grandiflorum rubrum* с увеличением концентрации этилметансульфоната с 0,01 до 0,1% существенно возрастает как количество мутантных семей, так и частота мутаций. При этом частота мутаций в варианте 0,05% несколько выше, чем в варианте 0,1%. С возрастанием концентрации ЭМС до 0,5% количество наследуемых изменений заметно снижается. У белоцветковой формы наибольшая частота мутаций отмечена в варианте с минимальной (0,01%) концентрацией ЭМС. С увеличением концентрации мутагена частота мутаций снижается, и при ЭМС 0,1% наследуемые изменения не обнаружены. Понижение частоты мутаций во втором поколении в вариантах с более высокой концентрацией мутагена у обеих форм крупноцветкового льна, по-видимому, связано с гибелью большего количества мутантных растений, чем в вариантах с низкой концентрацией ЭМС. Так, у *L.grandiflorum rubrum* частота мутаций в снижается с 69,5% (0,05% ЭМС) до 25,0% (0,5% ЭМС), а выживаемость – с 95,8% до 40,0%. У белоцветковой формы частота мутаций снижается с 20% (0,01% ЭМС) до 0 (0,1% ЭМС), а выживаемость семей – с 76,9% до 50 % соответственно.

Данные по частоте мутантных семей, занесенные в таблицу 1, указывают на то, что в одной и той же семье часто выделяли мутации нескольких типов. Чаще всего наблюдали появление растений с хлорофильной недостаточностью и измененным габитусом.

В таблице 2 представлена частота мутаций по каждому мутантному типу у *L.grandiflorum rubrum*. Как было видно из табл.1, наибольшая частота наследуемых изменений имела место в вариантах с концентрацией ЭМС 0,05 и 0,1%. В них почти половину составляли мутации с измененным содержанием хлорофилла и около трети – мутации с измененным габитусом растения. Только в данных вариантах были обнаружены суперкарлики (растения с сильно укороченными междоузлиями) и изменения окраски венчика. В целом следует отметить, что более высокая частота мутаций в варианте 0,05% (69,5%) в сравнении с 0,1% обусловлена более высокой частотой указанных выше мутантных типов. Вариант с минимальной концентрацией ЭМС, в отличие от двух предыдущих, содержал значительно меньшее количество мутантных типов. При этом в нем совершенно отсутствовали мутации с измененным содержанием хлорофилла. Всего один достаточно редко встречающийся мутантный тип - форма венчика - выявлен в варианте с максимальной концентрацией мутагена. Такой тип изменений, как форма венчика, также встречался и у *L.grandiflorum album* в двух концентрационных вариантах - 0,01 и 0,05% ЭМС, причем с большей частотой в первом случае. При этом никаких других наследуемых изменений у белоцветкового льна обнаружено не было.

Таблица 2. - Частота мутантных типов в M_2 у *L.grandiflorum rubrum*

Тип изменений	0,01% ЭМС		0,05% ЭМС		0,1% ЭМС		0,5% ЭМС		Контроль, %
	кол-во изменений	%	кол-во изменений	%	кол-во изменений	%	кол-во изменений	%	
Содержание хлорофилла	0	0	21	33,9±6,0***	17	25,0±5,3***	0	0	0
Восковый налет	1	1,5±1,5	1	1,6±1,6	1	1,5±1,5	0	0	0
Окраска венчика	0	0	3	4,8±2,7	1	1,5±1,5	0	0	0
Форма венчика	0	0	1	1,6±1,6	0	0	1	25,0±21,7	0
Размер цветка	2	2,9±2,0	4	6,5±3,1*	5	7,3±3,2*	0	0	0
Габитус растения:									
а)карлики:									
-укороченные междоузлия	1	1,5±1,5	5	8,1±3,4*	4	5,9±2,9*	0	0	0
-сильно укороченные междоузлия	0	0	4	6,5±3,1*	1	1,5±1,5	0	0	0
б)низкорослые	3	4,4±2,5	4	6,5±3,1*	6	8,8±3,4*	0	0	0
Всего	7	10,3±3,7*	43	69,5±5,9***	35	51,5±6,1***	1	25,0±21,7	0

*, *** – отличия от контроля значимы при $p < 0.05$ и 0.001 , соответственно

Частота встречаемости различных типов хлорофильных мутаций у *L.grandiflorum* отражена в таблице 3. В ней имеются данные только по красноцветковой форме, так как у белоцветковой мутаций с нарушением синтеза хлорофилла обнаружено не было. Среди проанализированных пяти групп хлорофильных мутаций наименее распространенными являются растения с темно-зеленой окраской листьев и желтыми жилками на листьях. Растения, имеющие мутации с нарушением синтеза хлорофилла типа *albina*, *xantha* и *viridis*, были отмечены в двух концентрационных вариантах - 0,05 и 0,1% ЭМС. Растения, принадлежащие к мутантному типу *xantha*, встречались с наибольшей частотой и составляли почти половину всех мутаций с измененным синтезом хлорофилла. Различия между вариантами с концентрацией мутагена 0,05 и 0,1% ЭМС в последнем случае выражались в отсутствии темно-зеленых растений и растений с желтыми жилками на листьях, а также значительно меньшем количестве растений типа *viridis*.

Таблица 3. - Частота встречаемости хлорофильных мутаций в M_2 у *L.grandiflorum rubrum*

ЭМС, %	белые (<i>albina</i>) %	желтые (<i>xantha</i>), %	светло-зеленые (<i>viridis</i>), %	темно-зеленые, %	желтые жилки на листьях, %
Контроль	0	0	0	0	0
0,01	0	0	0	0	0
0,05	4,8±2,7	16,1±4,7***	8,0±3,4*	1,6±1,6	3,2±2,2
0,1	5,9±2,9	16,2±4,5***	2,9±2,0	0	0
0,5	0	0	0	0	

*, *** – отличия от контроля значимы при $p < 0.05$ и 0.001 соответственно.

В статьях по индуцированному мутагенезу можно встретить утверждение, что наибольшее количество мутаций в M_2 следует ожидать в вариантах с наибольшим количеством хлорофильных соматических мутаций в M_1 [9, 10, 11, 12]. У красноцветковой формы льна изменения частоты мутаций согласуются с вышеупомянутым мнением только в концентрационных вариантах 0 – 0,05% ЭМС. Действительно, частота появления химер в M_1 [13] и мутаций в M_2 в варианте 0,01% ЭМС ниже, чем в следующем варианте – 0,05% ЭМС. В последнем случае обнаружено максимальное количество мутаций. Частота мутаций в двух последующих вариантах постепенно снижается, хотя частота хлорофильных химер в M_1 возрастает. Данную картину можно объяснить сильным действием мутагена, что привело к появлению большого количества летальных мутаций. Растения, несущие такие мутации, выпали на ранних этапах своего развития, поэтому их частота в вариантах обработки максимальными концентрациями ЭМС оказалась ниже, чем в вариантах с более щадящим действием мутагена.

ВЫВОДЫ

1. *L.grandiflorum rubrum* характеризовался высокой частотой видимых мутаций. Наибольшее количество наследуемых изменений выявлено в вариантах с концентрацией ЭМС 0,05 и 0,1%. Из них почти половину составляли мутации с измененным содержанием хлорофилла и около трети – мутации с измененным габитусом растения. Большинство хлорофильных мутаций относилось к мутациям типа *xantha*.
2. *L.grandiflorum album* характеризовался значительно меньшей частотой мутаций в сравнении с красноцветковой формой. У него выделен всего один тип изменений – по форме венчика – с наибольшей частотой в варианте с минимальной концентрацией ЭМС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Генетика культурных растений (лен, картофель, морковь, зеленые культуры, гладиолус, яблоня, люцерна) /Под ред. д-ра биол. наук В.А. Драгавцева и д-ра биол. наук Т.С. Фадеевой.— СПб.: ВИР, 1998.— 193 с.
2. Добындз Е.Д. Исследование влияния гамма радиации на каллусогенез и органогенез у *Gladiolus hybridus* “in vitro” // Матер.VIII Междун. симпоз. (9 – 19 сент. 1999 г.) “Нетрад. растений., экология и здор.” – Симферополь— 1999.— С.351.
3. Мурин А.В., Лысков В.Н. Генетические основы создания исходного материала гладиолуса. Кишинев: Штиинца, 1989.— 200 с.
4. Ravikesavan, R., T. Kalaimagal and R. Rathnaswamy, An extra early mutant of pigeonpea // Mutation Breeding Newsletter.— Viena. – 2001.—July.— P. 19-20.
5. Ramirez, G.Z. and M.A. Hernandez, Development of new varieties of chrysanthemum by mutagenesis in vitro // Mutation Breeding Newsletter.— Viena. – 2001.—July.— P.52-53.
6. Bennani, F. and B.D. Rossi-Hassani, Seed mutagenesis in *Portulaka grandiflora* (Hook) // Mutation Breeding Newsletter.— Viena. – 2001.—July.— P.43-44.
7. Лагрон В. А., Лях В.А. Мутационная изменчивость в M_2 у *Linum grandiflorum* Desf. под действием этилметансульфоната. Спектр мутаций // Вісник ЗДУ. Біологічні науки –2002. – №2 – С.125-129.
8. Рокицкий П.Ф. Биологическая статистика. Изд. 2-е, испр. – Минск: ВШ, 1967. – 328 с.
9. Дынник В. П. Влияние некоторых химических мутагенов и условий выращивания мутантных форм на изменчивость льна-долгунца: Дис. ... канд. с-х. наук. – 1973. – 145 с.
10. Бачалис К. П. Закономерности мутагенного действия нитрозоэтилмочевины, нитрозометилмочевины и этилметансульфоната при создании селекционно-ценных форм льна-долгунца: Автореф. дис. ... канд. биол. наук. Минск.— 1978. – 26 с.
11. Моргун В. В., Логвиненко В. Ф. Мутационная селекция пшеницы. – К.: Наукова думка, 1995. 630 с.
12. Шаров И. Я. Индуцированные мутации льна // Сб. Мутационная селекция. – М.: Наука, 1968. С. 127-133.
13. Лагрон В. А., Лях В.А. Влияние этилметансульфоната на растения *Linum grandiflorum* Desf. в поколении M_1 //Науково-технічний бюлетень ІОК УААН.— Запоріжжя. –2000. - Вип. 5. – С. 3-8.

УСЛОВИЯ КУЛЬТИВИРОВАНИЯ ИЗОЛИРОВАННЫХ НЕОПЛОДОТВОРЕННЫХ СЕМЯПОЧЕК ЛЬНА МАСЛИЧНОГО ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ГАПЛОИДНЫХ РАСТЕНИЙ

Могилевская Л.А., аспирант, Сорока А.И., к.б.н., ст.научный сотрудник, Лях В.А., д.б.н., профессор

Институт масличных культур, г. Запорожье

В настоящей работе изучались условия ввода в культуру изолированных неоплодотворенных семяпочек льна масличного и их дальнейшего культивирования после опыления культурного льна пыльцой дикого вида *Linum grandiflorum* L. Оптимальный срок для введения в культуру *in vitro* незрелых семяпочек составил 6 суток после опыления. Выявлен состав фитогормонов, при использовании которых на средах LMA-1 и N₆ идет формирование эмбрионного каллуса из неоплодотворенных семяпочек льна масличного.

Ключевые слова: лен масличный, *Linum grandiflorum* L., неоплодотворенные семяпочки, *in vitro*, каллус, эмбриогенез, питательная среда, фитогормоны.

Могилевська Л.О., Сорока А.І., Лях В.О. УМОВИ КУЛЬТИВУВАННЯ ІЗОЛОВАНИХ НЕЗАПЛІДНЕНИХ НАСІННИХ ЗАЧАТКІВ ЛЬОНУ ОЛІЙНОГО ДЛЯ ОТРИМАННЯ ГАПЛОЇДНИХ РОСЛИН / Інститут олійних культур УААН, Україна

У цій роботі вивчали умови введення в культуру ізолюваних незапліднених насінних зачатків льону олійного та їх подальшого культивування після запилення культурного льону пилом дикого виду *Linum grandiflorum* L. Оптимальний термін для введення в культуру *in vitro* незрілих насінних зачатків склав 6 діб після запилення. Виявлено склад фітогормонів, при використанні яких, на середовищах LMA-1 та N₆ йде формування ембріонного калусу з незапліднених насінних зачатків льону олійного.

Ключові слова: льон олійний, *Linum grandiflorum* L., незапліднені насінні зачатки, *in vitro*, калус, ембріогенез, поживне середовище, фітогормони.

Mogilevska L.A., Soroka A.I., Lyakh V.A. CULTIVATING CONDITIONS OF ISOLATED UNFERTILIZED OVULES OF OIL FLAX FOR THE HAPLOID PLANTS PRODUCTION / Institute of Oilseed Crops UAAS, Ukraine

In the given paper the conditions of introduction of isolated unfertilized ovules of oil flax into *in vitro* culture and their further cultivating were studied. An optimum period for introduction of isolated unfertilized ovules into *in vitro* culture equaled 6 days after pollination. The composition of phytohormones was found for formation of embryogenic callus out of unfertilized ovules of oil flax on the LMA-1 and N₆ nutrient media.

Key words: oil flax, *Linum grandiflorum* L., unfertilized ovules, *in vitro*, callus, embryogenesis, nutrient medium, phytohormone.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы все более широкое применение в селекции культурных растений находят методы культуры изолированных тканей и органов, среди которых особое место занимает метод культивирования неоплодотворенных семяпочек вследствие возможности получать гаплоидные и ди гаплоидные растения.

Интерес к получению гаплоидов определяется большими возможностями, которые они открывают для селекционных программ. Так, ди гаплоиды представляют собой константные, нерасщепляющиеся формы, пригодные для использования в качестве сортов или как исходный материал для дальнейшей работы.

Впервые гаплоидные растения из культивируемых *in vitro* неоплодотворенных завязей, были получены во Франции в 1976 году у ячменя [1]. К настоящему времени гаплоиды соответствующего происхождения получены у целого ряда культур: ячменя, пшеницы, риса, табака, герберы, геви, сахарной свеклы, кукурузы, подсолнечника, а также хлопчатника и картофеля [цит. по 2]. На льне масличном работы подобного рода единичны [3, 4].

Селекция многих возделываемых культур невозможна без привлечения генофонда их дикорастущих сородичей. Однако число видов, вовлекаемых в отдаленную гибридизацию, ограничивается проблемами, связанными с прогамной и постгамной несовместимостью [5, 6]. В то же время, при межвидовых скрещиваниях используют пыльцу диких видов для стимуляции партеногенетического развития клеток зародышевого мешка [7]. Поэтому межвидовую гибридизацию нередко используют для получения гаплоидных растений.

Экспериментальные исследования ряда авторов показали, что способность завязей и семяпочек к индуцированному гиногенезу и каллусообразованию контролируется генетически [2, 8, 9], а также зависит от стадии развития зародышевого мешка [1, 9, 10].

Как отмечено многими исследователями, гиногенез *in vitro* идет двумя путями: образование эмбриоидов или же формирование каллусной ткани, а для некоторых культур характерны оба пути развития [2]. Существует мнение, что регенерация растения из каллуса, через соматический эмбриогенез более выгодна, чем органогенез, поскольку соматический зародыш происходит из одной клетки, тогда как при органогенезе побег может формироваться из многих клеток. Поэтому растения, полученные путем соматического эмбриогенеза, генетически однородны, в отличие от растений, полученных посредством органогенеза [11].

Для многих видов, как однодольных, так и двудольных растений, подобраны условия индуцирования каллусной ткани. Однако существуют виды, трудно регенерирующие в культуре и с низким выходом регенерантов. К их числу относятся и представители семейства *Linaceae*. Культивирование клеток и тканей *Linum usitatissimum* представляет, прежде всего, практический интерес, так как лен одна из важнейших технических культур, которая дает два очень важных для народного хозяйства продукта – волокно и масло.

В настоящей работе делается попытка изучить и оптимизировать условия ввода в культуру изолированных неоплодотворенных семян льна масличного и их дальнейшего культивирования с целью получения гаплоидных и дигаплоидных растений.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

В качестве материнской формы для культуры семян использовали гибриды льна масличного (*Linum usitatissimum* L.) M12 × M24 и M24 × M12, а также сорт Айсберг. Для стимуляции партеногенетического развития клеток зародышевого мешка применяли пыльцу однолетнего дикого вида *Linum grandiflorum* L., а также многолетних диких видов *L. Komarovii* Juz., *L. violascens* Bge., *L. hirsutum* L., *L. tenuifolium* L., *L. austriacum* L., *L. perenne* L.

Бутоны льна кастрировали за день до раскрытия цветков и изолировали ватными изоляторами. В день кастрации завязи опыляли чужеродной пыльцой. Через 6, 8 и 14 дней после опыления коробочки срывали, стерилизовали этанолом и раствором хозяйственного отбеливателя, а затем выделяли семяпочки в асептических условиях. Наименее травмированные семяпочки эксплантировали на питательную среду LMA-1 [12] с добавлением 1 мг/л БАП и 0,05 мг/л ИУК, выдерживали в темноте двое суток ($t=25\pm 4^{\circ}\text{C}$), а затем культивировали при 16-ти часовом фотопериоде ($t=25\pm 4^{\circ}\text{C}$).

Для индукции органогенеза в культуре гаплоидной ткани, использовали питательные среды N₆ [13] и LMA-1 с различной концентрацией фитогормонов.

Для цитологического изучения эмбриогенную каллусную ткань фиксировали в фиксаторе Чемберлена и окрашивали препараты гематоксилином и ацетокармином [14].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Как видно из табл. 1, опыление кастрированных бутонов культурного льна пыльцой однолетнего дикого вида стимулировало образование коробочек. Как правило, в трех из четырех случаев при нанесении пыльцы *Linum grandiflorum* L. на рыльца *Linum usitatissimum* L. наблюдали формирование коробочек.

Анализ показал, что семяпочки, выделенные через 14 дней после опыления, были непригодными для посадки на питательную среду. В большинстве случаев они были высохшими либо с видимыми погибшими зародышами, либо с недоразвитыми прозрачными структурами. Пригодными для последующего культивирования были семяпочки, выделенные через 6 и 8 дней после опыления. В зависимости от комбинации скрещивания количество выделенных семяпочек на одну сформировавшуюся коробочку варьировало от 1,0 до 4,2.

Отличий в количестве семяпочек на одну коробочку, также как и визуальных отличий в развитии семяпочек, при выделении их через 6 и 8 дней не наблюдали. Вместе с тем, высаженные на питательную среду 8-ми дневные семяпочки не развивались, независимо от комбинации скрещивания, тогда как часть 6-ти дневных семяпочек в дальнейшем формировала либо эмбриогенный каллус, либо развивалась по пути эмбриогенеза.

При опылении культурного льна (сорт Айсберг) пыльцой других диких видов (*L. Komarovii*, *L. violascens*, *L. hirsutum*, *L. tenuifolium*, *L. austriacum*) коробочки не завязывались.

Всего через 6 и 8 дней после опыления нами было собрано 165 коробочек, из которых было выделено 331 семяпочку, пригодную для посадки на питательную среду, что составило 20,1% от общего количества семяпочек. Другие 1319 семяпочек были непригодными для дальнейшего культивирования. Из 113-ти 6-ти дневных семяпочек, высаженных на питательную среду, 10 (8,8%) сформировали эмбриогенный каллус и 2 (1,8%), развивались по пути эмбриогенеза (Табл. 1).

Таблица 1. - Результаты развития неоплодотворенных семязпочек льна масличного при их культивировании на искусственной питательной среде.

Рост in vivo, дн.	Буто- нов опыле- но, шт.	Коробочек собрано		Количество выделенных семязпочек		Кол-во высажен- ных на пит.среду семязпочек, шт.	Среда	Тип развития семязпочек		Образо- вание сомати- ческих зароды- шей	Регене- рация побегов из каллуса
		шт	% от опылен. бутонов	Всего, шт.	На одну короб., шт.			Каллусо- генез, шт	Эмбрио- генез, шт		
М12 х М 24											
6	15	14	93,3	23	1,6	10	LMA-1+	1	-	-	-
8	13	11	84,6	46	4,2	28	1мг/л	-	-	-	-
14	7	5	71,4	1	0,2	-	БАП+ 0,05мг/л ИУК	-	-	-	-
М24 х М12											
6	28	23	82,1	85	3,7	43	—"–	4	2	2	3
8	19	18	94,7	50	2,7	26		-	-	-	-
14	14	13	92,8	-	-	-		-	-	-	-
Сорт Айсберг											
6	61	50	81,9	108	2,1	60	—"–	5	-	5	5
8	23	17	73,9	18	1,0	-		-	-	-	-
14	17	14	82,3	-	-	-		-	-	-	-

Культивирование неоплодотворенных семязпочек на питательных средах приводило, в одном случае, к прямому гиногенезу, при котором гаплоидные зародыши формировали небольшой побег или корешок, в другом случае - к дедифференциации зародышей в клетки эмбрионного каллуса (Табл.1).

В первом случае, у основания побега и корешка через некоторое время сформировался каллус белого цвета. После пересадки побега на питательную среду МС для укоренения, рост его прекратился. Каллус, образованный у корешка, пассировали на питательную среду N₆ с добавлением 1 мг/л БАП. При этом наблюдалось формирование зеленых морфогенных участков.

Во втором случае из всех каллусов, культивировавшихся в течение двух месяцев на питательной среде N₆ с 1мг/л БАП, начинали регенерировать побеги. В настоящее время материал находится в культуре *in vitro*.

В комбинации Айсберг × *Linum grandiflorum* каллусную ткань, полученную из незрелых зародышей на питательной среде LMA-1 с добавлением 1мг/л БАП и 0,05мг/л ИУК, некоторое время культивировали (I пассаж) на среде LMA-1 с гормонами (1-й вариант) и безгормональной среде N₆ (2-й вариант) (Табл.2).

Затем каллусы обоих вариантов в течение 9-ти дней культивировали на питательных средах LMA-1 и N₆ с повышенным содержанием фитогормонов (II пассаж), после чего материал переносили на среду N₆ с уменьшенным (3мг/л БАП) содержанием фитогормонов (III пассаж). После пассирования каллуса на питательную среду N₆, содержащую 3мг/л БАП, видно, что наилучшая регенерация была достигнута во втором варианте, в котором каллусную ткань в течение определенного времени культивировали на безгормональной среде N₆. В первом же варианте лишь в отдельных случаях наблюдали небольшие участки регенерации (Табл.2).

Таблица 2. - Влияние состава питательных сред на процессы развития каллуса и регенерации у льна масличного.

Вариант	Среда для роста зародышей	I пассаж	II пассаж	III пассаж	Регенерация, +/-	Развитие каллуса, +/+++
1	LMA-1+1мг/л БАП+0,05мг/л ИУК	LMA-1+1мг/л БАП+1мг/л ИУК	LMA-1+2мг/л кинетин +0,5мг/л ИУК+0,25мг/л ИУК LMA-1+2мг/л БАП+0,5мг/л ИУК N ₆ +2мг/л кинетин +0,5мг/л ИУК+0,25 мг/л ИУК N ₆ +2мг/л БАП+0,5мг/л ИУК	N ₆ +3мг/л БАП — — —	+ + - - -	+ + + + + + + + + +
2	LMA-1+1мг/л БАП+0,05мг/л ИУК	N ₆	LMA-1+2мг/л кинетин +0,5мг/л ИУК+0,25мг/л ИУК LMA-1+2мг/л БАП+0,5мг/л ИУК N ₆ +2мг/л кинетин +0,5мг/л ИУК+0,25 мг/л ИУК N ₆ +2мг/л БАП+0,5мг/л ИУК	N ₆ +3мг/л БАП — — —	+ + + + -	+ + + + + + + +

Что касается характера развития каллусной ткани в процессе культивирования, было отмечено, что на средах LMA-1 и N₆ с 2мг/л БАП и 0,5мг/л ИУК она развивалась более интенсивно, чем на средах

содержащих 2мг/л кинетина, 0,5мг/л ИУК и 0,25мг/л НУК, на которых наблюдалось значительное угнетение роста и развития каллуса (Табл.2). Однако после пересадки каллусов на новую среду (без кинетина, НУК и ИУК) частота регенерации побегов была выше в том случае, когда каллусную ткань в предыдущем пассаже культивировали на среде с добавлением кинетина.

Полученные результаты согласуются с литературными данными [15-17], согласно которым при увеличении срока культивирования ткани в условиях, индуцирующих стеблевой морфогенез, количество побегов, возникающих в ткани, возрастает, причем оно пропорционально увеличению срока действия экзогенных фитогормонов. Полагают, что компетенция основной массы клеток каллусной ткани, неорганизованно растущей в культуре *in vitro*, не позволяет им участвовать в морфогенетическом процессе. Однако компетентные клетки могут возникать в процессе культивирования каллуса в условиях, индуцирующих стеблевой морфогенез. Временной интервал, в течение которого происходит индукция компетентных клеток, а затем детерминация индуцированных клеток, является величиной постоянной, равной приблизительно 9-12 дням.

ВЫВОДЫ

1. Оптимальный срок для введения в культуру *in vitro* незрелых семян культурного льна составил 6 суток после его опыления пылью дикого вида; 8-ми дневные семечки в культуре *in vitro* не развивались, а 14-ти дневные были нежизнеспособными уже в момент их выделения. В большинстве случаев (около 9%) развитие семян *in vitro* шло по пути каллусогенеза, и лишь 1,8% семян развивались по пути эмбриогенеза.
2. Регенерация из каллуса от незрелых зародышей была лучшей при его культивировании в одном из пассажей на безгормональной среде, чем на среде с постоянным наличием гормонов.
3. Развитие каллусной ткани было более интенсивным на средах с добавлением БАП и ИУК, чем с ИУК, НУК и кинетином, однако культивирование каллусной ткани на питательных средах, содержащих кинетин, в отдельных случаях усиливало процессы регенерации с образованием множества побегов.

ЛИТЕРАТУРА

1. San Noeum L.H., Haploids d`Hordeum, *Vulgaris* L. par culture in vitro non fecondis //Animal Amelior. Plantes.-1976.-№ 26.-Р.751-754.
2. М.К. Павлова. Культура неоплодотворенных завязей и семян: возможности и перспективы.// Сельскохозяйственная биология. - 1987, № 1. - С.27-33.
3. Поляков А.В., Кельнер Е.В., Лемешко И.И., и др. Органогенез и регенерация у льна-долгунца в культуре *in vitro*: Технические культуры: селекция, технология, переработка. - М.: Агропромиздат, 1991. – 272 с.
4. Каляева М.А., Захарченко Н.С., Бурьянов Я.И. Особенности регенерации льна-долгунца (*Linum usitatissimum* L.) // Биотехнология. – 2000. - № 6 - С. 34-40.
5. Основы сельскохозяйственной биотехнологии / Г.С. Муромцев, Р.Г. Бутенко, Г.И. Тихоненко, М.И. Прокофьев. - М.: ВО Агропромиздат, 1990. - 320 с.
6. Суриков И.М., Гавриленко Т.А., Дунаева С.Е., и др. К вопросу о преодолении и использовании межвидовой несовместимости сельскохозяйственных растений с помощью методов *in vitro* // Сельскохозяйственная биология. – 1986. - №4. - С. 3-9.
7. Никитина Н.И., Федоренко Т.С., Боровков А.Ю. Культура неоплодотворенных семян подсолнечника // Научно-технич. бюлл. ВНИИМК. – 1989. – Вып. 3. - №106.- С. 14-16
8. Zhy Z.C., Liu Z.Y., Wu H.S. Development of embryoids from unpollinated *Nicotiana* ovaries cultured in vitro // Acta Botanica Sinica. – 1981. – Vol. 23. – P.499-501.
9. Zhou C., Jang H.Y. Induced of haploid rice plantlets by ovary culture // Plant Sci. – 1981. – Vol. 20. – P.231-237.
10. Huang Q.H., Jang H.Y., Zhou C. Embryological observations on ovary culture of unpollinated young flowers in *Horfeum vulgare* L. // Acta Botanica Sinica. – 1982. – Vol. 24, № 4. – P.295-300.
11. Антонова Т.С., Боровков А.Ю., Зезуль Т.Г., Краснянский Е.Ф. Соматический эмбриогенез в каллусе от незрелых зародышей подсолнечника // Сельскохозяйственная биология. – 1992. - №1. - С. 36-41.
12. Питательная среда для культивирования пыльников льна: ПАТ. 2120741 РФ. - 1988. - Бюлл. №30.
13. Chu C.C. The N₆ medium and its application to anther culture of cereal crops: Proc of Synp. on Plant Tissue Culture. - Peking: 1978. – 43p.

14. Паушева З.П. Практикум по цитологии растений. – М.: Агропромиздат, 1988. – 271с.
15. Моисеева Н.А. Молекулярные и клеточные механизмы морфогенеза в культуре клеток растений // Биология культивируемых клеток и биотехнология растений. – М.: Наука, 1991. – С. 166-185.
16. Christianson M.L., Warnick D.A. Phenocritical times in the process of in vitro shoot organogenesis // Ibid. - 1984. – Vol.1, № 101. - P.382-390.
17. Flinn B.S., Webb D.T., Newcamp W. The role of cell clusters and promeristomoids in determination and competence for caulogenesis by *Pinus strobus* cotyledons in vitro // Canad J. Bot. - 1988. - Vol. 66. - P.1556-1565.

УДК 639.2.053.3

О РОСТЕ ПЛОТВЫ (*RUTILUS RUTILUS* (L.)) В КАХОВСКОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ

Спесивый Т.В., студент

Запорожский государственный университет

В статье рассматриваются характеристики темпа роста популяции плотвы Каховского водохранилища в сравнении с аналогичными характеристиками популяций плотвы других водохранилищ Днепроовского каскада. Выявлены общие закономерности изменения темпа роста плотвы разных популяций. С возрастом абсолютные приросты длины, характеристики линейного роста, относительные величины приростов изменяются синхронно. Указанные показатели линейного роста имеют четкую тенденцию к снижению от младшего к старшему возрасту. У плотвы водохранилищ Днепроовского каскада максимальный прирост длины тела сохраняется в период до 4-6 лет, притом, что половая зрелость наступает в возрасте 2-4 лет. Высокие темпы роста плотвы указанных водоемов в период после полового созревания связываются с изменениями в характере питания.

Ключевые слова: темп роста, удельная скорость роста, константа роста, характеристика роста.

Спесивий Т.В. ПРО РОСТ ПЛІТКИ (*RUTILUS RUTILUS* (L.)) У КАХОВСЬКОМУ ВОДОСХОВИЩІ / Запорізький державний університет, Україна

У статті розглядаються характеристики темпу росту популяції плітки Каховського водосховища в порівнянні з аналогічними характеристиками популяцій плітки інших водоймищ Дніпровського каскаду. Виявлено загальні закономірності зміни темпу росту плітки різних популяцій. З віком абсолютні прирости довжини, характеристики лінійного росту, відносні величини приростів змінюються синхронно. Зазначені показники лінійного росту мають чітку тенденцію до зниження від молодшого до старшого віку. У плітки водосховищ Дніпровського каскаду максимальний приріст довжини тіла зберігається в період до 4-6 років, притім, що статева зрілість настає у віці 2-4 років. Високі темпи росту плітки зазначених водойм у період після статевого дозрівання зв'язуються зі змінами в характері харчування.

Ключові слова: темп росту, питома швидкість росту, константа росту, характеристика росту.

Spesiviy T. ABOUT BODY HEIGHT ROACH (*RUTILUS RUTILUS* (L.)) IN KAHOVSKY RESERVOIR / Zaporizhzhya State University, Ukraine

The article presented the characteristics of body height population Roach (*RUTILUS RUTILUS* (L.)) of Kahovsky reservoir in comparison with the similar characteristics of populations Roach of the other reservoirs of the Dneper cascade. The general laws of change of rate of body height Roach of different populations were revealed. Absolute accretions of length, characteristic of a linear growth, the relative sizes of accretions variate synchronously with their age. The specified parameters of a linear growth have the precise tendency to decrease from younger to the senior age. At Roach of reservoirs of the Dneper cascade the maximal accretion of body length is kept in the term till 4-6 years, besides, that the sexual maturity comes in the age of 2-4 years. The high rates of body height Roach of the specified reservoirs in the term after a puberty connected to changes in character of a feeding.

Key words: rate of body height, specific growth rate, growth constant, characteristic of body height.

Ведение промысла в отдельных водоемах требует изучения популяций промысловых видов рыб с целью определения антропогенного влияния на них и соответственно уточнения прогнозов их дальнейшего использования. Одной из характеристик популяции, изменение которой напрямую зависит от промыслового давления, является линейный рост рыб.

По данным контрольных ловов и анализу промысловых уловов в 2000 – 2002 гг. плотва занимает в контрольных и промысловых уловах четвертую часть общего вылова охраняемых видов рыб. И в

настоящее время этот вид требует к себе пристального внимания. В связи с этим целью нашего исследования стало определение показателей роста популяции плотвы Каховского водохранилища. Данные, полученные в исследованиях, будут использованы для составления биологического обоснования с целью установления возраста начального промыслового освоения стада.

МЕТОДИКА И МАТЕРИАЛЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Материал отбирали при проведении контрольных ловов весной 2000 – 2002 года в верхней части Каховского водохранилища.

Анализ данных линейного роста плотвы производился по общепринятым методикам (Правдин И.Ф. 1966, Чугунова Н.И. 1952, Шмальгаузен Н.И. 1935, Васнецов В.В. 1934) [1, 2]. Для исследования были отобраны пробы чешуи плотвы общим количеством 494 шт. из уловов контрольных сетей шагом ячеи 30-120 мм.

Рост рыб из отобранных проб был определен методом «реконструкции» или обратного расчета (Э. Леа, 1910) [2]. Данным методом были рассчитаны и усреднены величины длин рыб каждого возраста (L). Имея средние показатели длин рыб каждого возраста, нами были рассчитаны средние показатели абсолютного прироста длины рыбы каждого возраста (t_n), а также проанализированы различные показатели роста:

удельная скорость роста (Шмальгаузен Н.И., 1935)

$Cl = (lgL_n - lgL_{n-1}) / 0,4343(t_n - t_{n-1})$, где t – возраст рыбы в годах, и в результате того, что у нас имеется весь возрастной ряд, $(t_n - t_{n-1})$ принимается равным одному году;

константа роста (Шмальгаузен Н.И., 1935)

$Cl_t = (lgL_n - lgL_{n-1}) / 0,4343(t_n - t_{n-1}) * ((t_n - t_{n-1}) / 2)$;

характеристика роста (Васнецов В.В., 1934)

Характеристика роста = $(lgL_n - lgL_{n-1}) / 0,4343(t_n - t_{n-1}) * l_{n-1}$;

Указанные показатели дали возможность оценить различными способами возрастные особенности роста плотвы в Каховском водохранилище.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Предельный наблюдаемый возраст популяции плотвы Каховского водохранилища в период исследования составляет 13 лет, средний возраст – 5-7 лет. Половая зрелость наступает в возрасте около 3-х лет, однако отдельные самцы становятся половозрелыми в возрасте 2-х лет.

У плотвы Каховского водохранилища с возрастом абсолютные приросты длины, характеристики линейного роста, относительные величины приростов изменяются более или менее синхронно. Указанные показатели линейного роста имеют четкую тенденцию к снижению от младшего к старшему возрасту (Таб. 1,2).

Анализируя полученные данные, можно отметить, что у плотвы Каховского водохранилища наибольшие абсолютные приросты длины тела, удельная скорость роста, константа и характеристика роста наибольшие в период жизни, определенный 1-5 годами, в тоже время у плотвы Кременчугского водохранилища - 1-4 год [3], Каневского водохранилища - 1-6 годами [4]. Темпы роста в 6-8 -летний возраст плотвы на Каховском водохранилище снижаются по абсолютным приростам в 2 раза, по удельной скорости роста - в 5 раз, и в период - 9-10 лет соответственно 5 и 30 раз (Таб. 1,2).

Исходя из возрастных изменений размеров тела в росте плотвы Каховского водохранилища, можно выделить следующие периоды: 1) высокий прирост длины тела в 1- 5 летнем возрасте, 2) средний прирост тела в 6-8 летнем возрасте и 3) низкий прирост тела в возрасте от 8 лет. Подобные периоды видны также у плотвы Кременчугского водохранилища : 1) в 1-4 года, 2) 5-8 лет и 3) 9 и более лет [3]. У плотвы Каневского водохранилища отмечено также три периода: 1) максимальный прирост сеголетков, 2) относительно высокий прирост 2-6 летков, 3) низкий темп роста, начиная с 7-летних особей [4]. Различное время прекращения высокого прироста длины тела плотвы из различных водоемов, вероятно, связан с изменением в возрастном характере питания. Ввиду перехода плотвы на питание моллюском - дрейссеной при достижении размеров тела около 16-20 см темпы ее роста в водохранилищах Днепровского каскада остаются довольно высокими и в период после достижения половой зрелости. В результате чего определить период достижения половой зрелости по методу В.В. Васнецова [2], исходя из данных относительных значений прироста, весьма затруднительно.

Таблица 1. - Абсолютные значения роста плотвы

Год жизни	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Каховское водохранилище (уловы контрольных сетей, весна 2000-2002 гг.)										
L	6,2	11,3	16,5	20,8	25,3	27,6	29,8	32,1	32,8	33,8
t _n	x	5,1	5,2	4,3	4,5	2,3	2,2	2,3	0,7	1,0
Кременчугское водохранилище (1977-1981 гг.)										
L		11,2	14,4	18,5	21,8	24,6	27,6	30,1	31,7	33,7
t _n			3,2	4,1	3,3	2,8	3,0	2,5	1,6	2,0
Каневское водохранилище (1975-1980 гг.)										
L	6,0	9,3	12,7	16,0	18,8	21,6	23,6	25,6	26,8	27,9
t _n		3,3	3,4	3,3	2,8	2,8	2,0	2,0	1,2	1,1

Таблица 2. - Относительные значения роста плотвы.

Год жизни	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Каховское водохранилище (уловы контрольных сетей, весна 2000-2002 гг.)										
Cl	x	0,597	0,382	0,230	0,194	0,089	0,075	0,075	0,021	0,029
Cl _t	x	0,90	0,95	0,81	0,87	0,49	0,49	0,56	0,17	0,28
Характеристика роста	x	3,711	4,309	3,812	4,035	2,239	2,080	2,241	0,660	0,958
Кременчугское водохранилище (1977-1981 гг.)										
Cl	x	x	0,25	0,25	0,16	0,12	0,12	0,09	0,05	0,06
Cl _t	x	x	0,63	0,88	0,74	0,66	0,75	0,65	0,44	0,58
Характеристика роста	x	x	2,81	3,61	3,04	2,63	2,83	2,39	1,56	1,94
Каневское водохранилище (1975-1980 гг.)										
Cl	x	0,44	0,31	0,23	0,16	0,14	0,09	0,08	0,05	0,04
Cl _t	x	0,66	0,78	0,80	0,72	0,77	0,58	0,60	0,42	0,38
Характеристика роста	x	2,64	2,88	2,92	2,56	2,63	1,94	1,89	1,28	1,07

ВЫВОДЫ

В росте плотвы Каховского водохранилища отмечены три периода роста, как и в других водохранилищах Днепровского каскада.

Показатели линейного роста исследуемой популяции плотвы имеют четкую тенденцию к снижению от младшего возраста к старшему.

В отличие от других рыб у плотвы Каховского водохранилища высокие темпы роста наблюдаются и в период после полового созревания, в результате чего точно определить период достижения половой зрелости по методу В.В. Васнецова, исходя из данных относительных значений прироста, весьма затруднительно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Правдин И.Ф. Руководство по изучению рыб. – М.: Пищевая промышленность, -1966. – 376 с.
2. Чугунова Н.И. Методика изучения возраста и роста рыб. – М.: Советская наука, - 1952. – 109 с.
3. Вятчанина Л.И., Демченко М.Ф., Снежина К.А., Полторацкая В.И. Промыслово-биологическая характеристика плотвы Кременчугского водохранилища // Рыбное хозяйство. – К.: Урожай, вып. 37, -1983,-С. 38-43.
4. Снежина К.А. О росте леща и плотвы в Каневском водохранилище // Рыбное хозяйство. – К.: Урожай, вып. 34, -1982,-С. 30-37.

КЛАССИФИКАЦИЯ ЛИШАЙНИКОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ПОЛОЖЕНИЯ МИКОБИОНТА И ЭКОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

Фендюр Л.М., к.б.н., доцент, Галица В.В., студент

Запорожский государственный университет

В статье приведена классификация лишайников, включающая большое количество известных родов, в основе которой лежит систематическое положение микобионта и влияние экологических факторов. В соответствии с систематическим положением микобионта выделены четыре класса лишайников: Фиколихенес – *Phycolichenes*, Сумчатые лишайники – *Ascolichenes*, Базидиальные лишайники – *Basidiolichenes*, Несовершенные лишайники – *Deuterolichenes*. В зависимости от экологических условий и формы таллома выделены четыре экологические группы лишайников: эпилитные, эпигейные, эпифитные и амфибические. Первые три группы представлены подгруппами с учетом таллома лишайников и родовой принадлежности.

Ключевые слова: лишайники, классификация, микобионт, экологические группы, субстрат, таллом.

Фендюр Л.М., Галица В.В. КЛАСИФІКАЦІЯ ЛИШАЙНИКІВ ЗАЛЕЖНО ВІД СИСТЕМАТИЧНОГО ПОЛОЖЕННЯ МІКОБІОНТА ТА ЕКОЛОГІЧНИХ УМОВ / Запорізький державний університет, Україна

У статті наведена класифікація лишайників, яка містить велику кількість відомих родів, в основі якої лежить систематичне положення мікобіонта та вплив екологічних умов. У відповідності до систематичного положення мікобіонту виділені чотири класи лишайників: Фіколіхенес – *Phycolichenes*, Сумчасті лишайники – *Ascolichenes*, Базидіальні лишайники – *Basidiolichenes*, *Deuterolichenes*. Залежно від екологічних умов та форм талому виділені чотири екологічні групи лишайників: епілітні, епігейні, епіфітні та амфібічні. Перші три групи представлені підгрупами з урахуванням талому лишайників та родової приналежності.

Ключові слова: лишайники, класифікація, мікобіонт, екологічні групи, субстрат, талом.

Fendur L.M., Galitsa V.V. CLASSIFICATION OF LICHENES IN DEPENDENCE OF SYSTEMATIC LOCATION OF MYCOBIONT AND ECOLOGICAL FACTORS / Zaporizhzhya State University, Ukraine

In the article the classification of lichenes, including a big quantity of known genera, in the foundation of which lies systematic location of mycobiont and influence of ecological factors is presented. According to systematic location of mycobiont four classes of lichenes are distinguished: *Phycolichenes*, *Ascolichenes*, *Basidiolichenes* and *Deuterolichenes*. In dependence of ecological factors and thallome forms four groups of lichenes are distinguished: epilytic, epigeinous, epiphytic and amphibical. The first three groups include subgroups taking into account thallome of lichenes and generic accessory.

Key words: lichenes, classification, mycobiont, ecological groups, substrat, thallome.

ВВЕДЕНИЕ

Значение лишайников в природе и жизни человека немаловажно. Как автогетеротрофные компоненты биогеоценозов, лишайники одновременно аккумулируют солнечную энергию и разлагают органические и минеральные вещества. Первыми колонизируя субстраты, которые непригодны для заселения высшими растениями (скалы, горные отвалы), лишайники постепенно разрушают их. В результате их жизнедеятельности как «пионеров растительности» подготавливается почва для постепенной сукцессии одних лишайников другими и поселения сосудистых растений. Лишайники, которые выделяют специфические биологически активные вещества, повышают плодородие почв. Последнему также благоприятствует разложение первичных талломов некоторых видов лишайников в почве (*Cladonia*). Как основные растения тундровой зоны некоторые лишайники (*Cladonia* и *Cetraria*) являются главной кормовой базой для северных оленей, марала, кабарги, лося, косули. В качестве примера можно взять видовой состав лишайников, которые составляют ягель: *Cladonia rangiferina*, *C. stellaris*, *C. alpestris*, *C. sylvatica*, *C. mitis* [1,2,3].

Велика роль лишайников в медицине и парфюмерной промышленности. Лишайники содержат большое количество разнообразных кислот, для которых характерно противомикробное действие, – фумарпротоцетрариевую, усниновую, барбатовую и др. В кладониях (*Cladonia*) найдена усниновая кислота. Исследования антибиотических свойств этой кислоты показало, что она довольно эффективна против *Bacillus subtilis*. На основе этих свойств были получены такие препараты, как «Эвозин», «Эвозин-2», «Уснин», «Бинан». Этим препаратам принадлежит широкое антимикробное действие против стафилококков, стрептококков, заболеваний кожи; они полезны в борьбе с патогенным развитием кожного грибка *Trichophyta*. Большое значение как материал для парфюмерной промышленности представляет *Evernia prunastri*. Из этого лишайника получают резиноид – концентрированный ароматический спиртовой экстракт, который используется как ароматическое начало большинства духов, а в дальнейшем как закрепитель запаха. Некоторые виды используются как вкусовые добавки к пищевым продуктам [2,4].

Лишайники дали начало одному из современных направлений экологии - лишеноиндикации, т.е. использованию некоторых видов лишайников в качестве реагентов на загрязнение окружающей среды тяжёлыми металлами и газообразными веществами, особенно SO₂, NO₂, SO₃ [5].

Со времён открытия лишайников (Теофраст 371-286г. до н.э.) учёные пытались составить наиболее полную их классификацию. Для этой цели они изучали либо экологическое положение лишайников, либо брали систематическое положение мико- и фикобионтов. Ещё А. Цальбрукнер (1922-1940) предложил классификацию, в основе которой лежит принцип размножения лишайников и систематическое положение микобионта [2]. В настоящее время общепринятыми являются классификации лишайников в зависимости от систематического положения микобионта, способа размножения лишайников и экологических условий [1,2,6]. Однако количество представленных родов в данных классификациях ограничено.

Нами предпринята попытка составить более полную классификацию, включающую большее количество известных родов лишайников. В основе классификации лежит систематическое положение микобионта и влияние экологических факторов (в нашем случае - субстрат).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Классификация лишайников в соответствии с систематическим положением микобионта

Отдел **Лишайники** – *Lichenophyta*

1. Класс **Фиколихенес** – *Phycolichenes*

Микобионты – грибы с неклеточным мицелием, фикобионты – сине-зелёные водоросли из рода *Nostoc*. Микобионты представлены грибами из двух классов – *Zygomycetes* и *Oomycetes*. Оба класса включают водные формы низкоорганизованных грибов, обитающих на растительных остатках и трупах животных или паразитов, водорослей, других грибов, беспозвоночных, амфибий, рыб. Представители этих классов в симбиозе с сине-зелёными водорослями в процессе эволюции образовали класс Фиколихенес. Класс включает один порядок геосифоновые – *Geosiphonales* с одним родом геосифон – *Geosiphon* [1,2].

2. Класс **Сумчатые лишайники** – *Ascolichenes*.

Большинство лишайников, более 20000 видов, относятся к этому классу. Их объединяет общий признак - споры развиваются внутри сумок. *Ascolichenes* филогенетически наиболее древняя группа, они произошли от довольно примитивных форм сапрофитных аскомицетов. Часть сапрофитов в симбиозе с зелёными и сине-зелёными водорослями, реже с бурыми и жёлто-зелёными, в процессе длительного эволюционного развития образовали разнообразные слоевища листоватых, накипных и кустистых лишайников. Плодовые тела лишайников – апотеции, перитеции и гастеротеции [1,7,8,9].

Подкласс Пиренокарповые – *Pyrenocarpeae*;

Порядок Пиренокарповые – *Pyrenocarpales*;

Семейство Пиренулевые – *Pyrenulaceae*;

Семейство Веррукариевые – *Verrucariaceae*;

Род *Verrucaria*;

Род *Staurothele*;

Семейство Дерматокарповые – *Dermatocarpaceae*;

Род *Dermatocarpon*;

Род *Endocarpon*;

Подкласс Гимнокарповые – *Gymnocarpeae*;

Порядок Калициевые – *Caliciales*;

Семейство *Caliciaceae*;

Род *Stenocybe*;

Род *Calicium*;

Род *Coniocybe*;

Семейство Цифелевые – *Cypheliaceae*;

Род *Cyphelium*;

Род *Pseudocolium*;

Семейство Сферофоровые – *Sphaerophoraceae*;

Род *Sphaerophorus*;

Монотипные роды: *Calcidium*, *Thysanophoron*, *Acroscyphus*;

Семейство Артониевые – *Arthoniaceae*;

Род *Arthonia*;

Семейство Рочелловые – *Roccellaceae*;

Род *Roccella*;

Семейство Опеграфовые – *Opegraphaceae*;

Род *Opegrapha*;
 Порядок Графидовые – *Graphidales*;
 Семейство Графидовые – *Graphidaceae*;
 Род *Graphis*;
 Порядок Круглоплодные – *Cyclocarpales*;
 Семейство Коллемовые – *Collemataceae*;
 Род *Collema*;
 Род *Leptogium*;
 Семейство Пельтигеровые – *Peltigeraceae*;
 Род *Peltigera*;
 Род *Solorina*;
 Род *Nephroma*;
 Семейство Стиктовые – *Stictaceae*;
 Род *Lobaria*;
 Род *Sticta*;
 Семейство Лецидеевые – *Lecideaceae*;
 Род *Lecidea*;
 Род *Biatora*;
 Род *Psora*;
 Род *Bacidia*;
 Род *Rhizocarpon*;
 Семейство Кладониевые – *Cladoniaceae*;
 Род *Cladonia*;
 Род *Thamnolia*;
 Семейство Стереокауловые – *Stereocaulaceae*;
 Род *Stereocaulon*;
 Семейство Умбиликариевые – *Umbilicariaceae*;
 Род *Umbilicaria*;
 Семейство Акароспоровые – *Acarosporaceae*;
 Род *Acarospora*;
 Семейство Пертузариевые – *Pertusariaceae*;
 Род *Pertusaria*;
 Семейство Леканоровые – *Lecanoraceae*;
 Род *Lecanora*;
 Род *Aspicilia*;
 Род *Haematomma*;
 Род *Placolecanora*;
 Семейство Пармелиевые – *Parmeliaceae*;
 Род *Parmelia*;
 Род *Hypogymnia*;
 Род *Parmeliopsis*;
 Род *Menegazzia*;
 Род *Cetraria*;
 Семейство Уснеевые – *Usneaceae*;
 Род *Usnea*;
 Род *Alectoria*;
 Род *Evernia*;
 Род *Neuropogon*;
 Семейство Телошистовые – *Teloschistaceae*;
 Род *Caloplaca*;
 Род *Teloschistes*;
 Род *Xanthoria*;
 Семейство Фисциевые – *Physciaceae*;
 Род *Buellia*;
 Род *Rinodina*;
 Род *Physcia*;
 Род *Anaptychia*.

3. Класс Базидиальные лишайники – *Basidiolichenes*.

Немногочисленный класс, около 20 видов. Микобионты – грибы порядков *Aphyllophorales* и *Agaricales*, фикобионты – *Cyanophyta* или *Chlorophyta*. Класс характеризуется кратковременными, часто одногодичными плодовыми телами. В отличие от сумчатых базидиальные лишайники не имеют особых жизненных форм и по внешнему виду близки к соответствующим свободноживущим грибам –

афиллофоровым и агариковым. В базидиальных лишайниках не обнаружены специфические лишайниковые вещества, характерные для других групп лишайников [1,2,9].

Семейство Кортициевые – *Corticiaceae*;

Род *Cora*;

Род *Odontia*;

Род *Athelia*;

Род *Dictionema*;

Семейство Рогатиковые – *Clavariaceae*;

Род *Coriscium*;

Род *Multiclavula*.

4. Класс **Несовершенные лишайники** – *Deuterolichenes (Lichenes imperfecti)*.

Класс включает лишайники со стерильным слоевищем, которые размножаются соредиями. Несовершенные лишайники составляют искусственный класс, так как у некоторых из них со временем иногда появляются аскокарпы и их переносят в класс *Ascolichenes*. Класс включает один род *Lepraria*, который представлен несколькими десятками видов [1,2].

Род включает следующие виды: *L. eruginosa*, *L. candelaria*, *L. chlorina*. Все виды существуют лишь в виде порошкообразных соредиезно-мучнистых слоевищ. Лепрарии образуют порошкообразные налёты различной окраски на камнях, скалах, стволах деревьев, мхах. К примеру, *L. candelaria* – золотисто-жёлтые мучнистые корочки, *L. eruginosa* – голубовато-зелёные слоевища, *L. chlorina* – зеленовато-жёлтые.

Классификация лишайников в зависимости от экологических условий и формы таллома

Морфо-экологическая классификация – отношения лишайников к разным типам субстрата с учётом морфологического строения таллома. Выделяют четыре экологические группы лишайников [1,6,10,11,12,13].

1-ая экологическая группа

Эпилитные лишайники, поселяющиеся на камнях и скалах. Группа делится на две подгруппы:

- **Кальциефильные** - виды, живущие на известковых породах;
- **Кальциефобные** – виды, живущие на кремнезёмных породах.

Роды лишайников:

Накипные: *Verrucaria*, *Biatora*, *Lecanora*, *Pertusaria*, *Haematomma*, *Lecidea*, *Aspicilia*, *Gasparrinia*, *Caloplaca*, *Rhizocarpon*.

Листоватые: *Dermatocarpon*, *Collema*, *Gyrophora*, *Umbilicaria*, *Parmelia*, *Cetraria*, *Xanthoria*, *Physcia*.

Кустистые: *Sphaerophorus*, *Stereocaulon*, *Cetraria*, *Siphula*.

2-ая экологическая группа

Эпигейные лишайники - напочвенные лишайники и лишайники замшелых субстратов. Виды этой группы должны выдерживать сильную конкуренцию со стороны быстрорастущих высших растений, особенно травянистых. Поэтому они редко встречаются на плодородных почвах и достигают максимума развития в местах, непригодных для произрастания высших растений в связи с незначительной питательностью субстрата или неблагоприятными климатическими условиями, например, на песчаных почвах, торфяниках, в тундре.

Группа делится на две подгруппы:

- **«Кочующие виды»** (переносятся ветром с места на место).
- **Прикреплённые к почве**

Накипные: *Lecidea*, *Icmadophila*, *Pertusaria*

Листоватые: *Lobaria*, *Solorina*, *Peltigera*, *Nephroma*, *Hypogymnia*, *Parmelia*, *Parmeliopsis*

Кустистые: *Cladonia*, *Ramalina*, *Stereocaulon*, *Thamnolia*, *Usnea*, *Cetraria*, *Aspicilia*, *Baeomyces*, *Cornicularia*, *Sphaerophorus*.

3-я экологическая группа

Эпифитные лишайники, поселяющиеся на деревьях и кустарниках:

- **Эпифилльные.**

Сравнительно немногочисленны. Распространены главным образом в тропиках и субтропиках на старых листьях вечнозелёных растений. Чаще всего они используют лист как опорный субстрат, но существуют и паразитические виды, разрушающие клетки эпидермиса.

- **Настоящие эпифитные лишайники.**

Поселяются на коре деревьев, многочисленны. Представлены накипными, листоватыми, кустистыми и нитчатыми формами. Нередко они сплошь покрывают ствол дерева на большом протяжении. На участке

коры величиной не более 10 см иногда можно насчитать до 38 видов лишайников, которые растут вплотную друг к другу и даже один на одном.

- **Эпибриофитные.**

Виды, обитающие на дернинках мхов, немногочисленны, растут в основном в тундровой зоне. Иногда эту подгруппу относят к **эпигейной** группе. Наиболее частые представители этой подгруппы – роды *Cetraria*, *Thamnolia*, *Cladonia*, виды рода *Parmelia*.

Накипные: *Graphis*, *Psora*, *Pertusaria*, *Lecanora*, *Icmadophila*, *Ochrolechia*.

Листоватые: *Hypogymnia*, *Collema*, *Xanthoria*, *Lobaria*, *Nephroma*, *Parmelia*, *Parmeliopsis*, *Cetraria*, *Candelaria*, *Physcia*, *Leptogium*, *Bacidia*, *Catillaria*.

Кустистые: *Cladonia*, *Evernia*, *Ramalina*, *Alectoria*, *Anaptychia*.

- **Эпиксилные.**

Лишайники, поселяющиеся на обнажённой или обработанной древесине. Обычно эта подгруппа близка к флоре лишайников, которые растут на коре деревьев, почве, иногда на скалах.

Накипные: *Biatora*, *Icmadophila*, *Lecanora*, *Ochrolechia*, *Psora*, *Pertusaria*.

Листоватые: *Hypogymnia*, *Xanthoria*, *Parmelia*, *Parmeliopsis*, *Physcia*, *Lobaria*, *Nephroma*, *Cetraria*.

Кустистые: *Cladonia*, *Evernia*, *Usnea*, *Ramalina*, *Anaptychia*.

4-я экологическая группа

Амфибические (водные) лишайники.

Довольно интересная экологическая группа лишайников, которые постоянно или большую часть года проводят под водой. Среди них есть пресноводные и виды, живущие в солёной воде. Они могут быть обитателями стоячих водоёмов и быстротекущих рек и ручьёв.

У водных лишайников есть некоторые приспособления к *существованию* в воде. Это главным образом защита плодового тела лишайникового гриба. Обычно оно бывает глубоко погружено в таллом и одето плотной оболочкой. Настоящие подводные лишайники обычно селятся в прозрачной, чистой воде и обитают на глубине в несколько метров.

Накипные: *Rhizocarpon obscuratum*, *Lecidea albicoerulescens*, *Dermatocarpon aquaticum*, *D. miniatum*.

Листоватые: *Hydrothyria venosa*.

ВЫВОДЫ

1. В соответствии с систематическим положением микобионта выделены 4 класса лишайников: Фиколихенес – *Phycolichenes*, Сумчатые лишайники – *Ascolichenes*, Базидиальные лишайники – *Basidiolichenes*, Несовершенные лишайники – *Deuterolichenes*.
2. В зависимости от экологических условий и формы таллома выделены 4 экологические группы лишайников: эпилитные, эпигейные, эпифитные и амфибические. Первые три группы представлены подгруппами с учетом таллома лишайников и родовой принадлежности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жизнь растений: В 6 т. – М.: Просвещение, 1976, - Т.3: Водоросли, лишайники. – 490 с;
2. Курс низших растений / Под ред. М.В. Горленко. – М.: Мысль, 1981. – 485 с.
3. Домбровская А. В., Шляков Р. Н. Лишайники и мхи севера Европейской части СССР. – Л., 1967.- 285 с.
4. Шлегель Г. Общая микробиология. – М.: Мир, 1972 – 471 с.
5. Відділ лишайники – *Lichenophyta*. Методичні вказівки до самостійної роботи студентів біологічного факультету з курсу “Систематика нижчих рослин”. Фендюр Л.М. та ін. Запоріжжя: ЗДУ, 2002. – 27 с.
6. Гарибова Л. В. и др. Справочник – определитель. Лишайники, водоросли, мхи СССР. - М.: Мысль, 1978. – 367 с.
7. Определитель лишайников СССР. - Вып. 1-3. - Л., 1971-1975.
8. Определитель низших растений: В 6 т. - М.: Мысль, 1960. - Т.5.
9. Dorfelt H., Gorner H. Die Welt der Pilze. – Berlin, 1989. – 362 s.
10. Голубкова И. С. Определитель лишайников средней полосы Европейской части СССР. М.-Л. 1966.- 245 с.
11. Кауричев И. С. Почвоведение. – М., 1989. – 719 с.
12. Томин М. П. Определитель листоватых и кустистых лишайников – Минск, 1938.-176 с.
13. Томин М. П. Определитель корковых лишайников Европейской части СССР. – Минск, 1956.- 135 с.

УРОВЕНЬ ПРОЛАКТИНА И КОРТИЗОЛА У ДЕВОЧЕК-ПОДРОСТКОВ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ АДАПТАЦИОННЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ОРГАНИЗМА

Шикаева Ф.В., д.б.н., профессор, Ефименко Н.Ф., к.б.н., доцент, Плотникова В.Н., к.м.н., доцент,
Зварич Л.И., к.м.н., ассистент

Запорожский государственный институт усовершенствования врачей

Изучен уровень пролактина (ПРЛ) и кортизола (К) на протяжении двух последовательных менструальных циклов у 35 девочек – подростков 13-16 лет, родившихся и проживающих постоянно в г.Запорожье, крупном промышленном центре Юга Украины, городе с не вполне благоприятной экологической ситуацией. Установлено, что у 13 обследованных девочек уровень ПРЛ и К соответствовал норме, индекс ПРЛ/К, как показатель адаптационных возможностей организма, у них был принят за 1, у 12 девочек имела место транзиторная гиперпролактинемия при нормальном уровне кортизола, индекс ПРЛ/К составил 1,5, у 10 девочек (28,5%) отмечалась стабильная гиперпролактинемия при повышенном уровне кортизола. Индекс ПРЛ/К равнялся 0,8. Полученные данные позволяют рассматривать девочек с постоянной и транзиторной гиперпролактинемией как группу риска по несостоятельности адаптационного гомеостаза, что может стать причиной нарушений становления овуляторного цикла и репродуктивной функции в последующем.

Ключевые слова: пролактин, кортизол, адаптация.

Шикаєва Ф.В., Єфіменко Н.Ф., Плотнікова В.М., Зварич Л.І. РІВЕНЬ ПРОЛАКТИНУ ТА КОРТИЗОЛУ В ДІВЧАТОК-ПІДЛІТКІВ ЯК ПОКАЗНИК АДАПТАЦІЙНИХ МОЖЛИВОСТЕЙ ОРГАНІЗМУ / Запорізький державний інститут удосконалення лікарів, Україна.

Вивчено рівень пролактину (ПРЛ) та кортизолу (К) протягом двох послідовних менструальних циклів у 35 дівчаток-підлітків 13-16 років, які народилися та постійно мешкають у м. Запоріжжі, великому промисловому центрі Півдня України, місті з поганою екологічною ситуацією. Встановлено, що у 13 дівчаток рівні ПРЛ та К відповідали нормі, індекс ПРЛ/К як показник адаптаційних можливостей організму, був прийнятий за 1. У 12 дівчаток спостерігалася транзиторна гіперпролактинемія при нормальному рівні кортизолу, індекс ПРЛ/К склав 1,5. У 10 дівчат була визначена стабільна гіперпролактинемія при підвищеному рівні кортизолу, індекс ПРЛ/К склав 0,8.

Наведені дані дозволяють зробити висновок, що дівчата як з постійною, так і з транзиторною гіперпролактинемією складають групу ризику щодо недостатності адаптаційних механізмів, що в подальшому може стати причиною порушення формування в них овуляторних циклів та репродуктивної функції.

Ключові слова: пролактин, кортизол, адаптація.

F. Shikaeva, N. Efimenko, V. Plotnikova, L. Zvarich THE PROLACTIN AND CORTISOL LEVELS IN GIRLS-ADOLESCENTS AS INDICATOR OF ADAPTATION POSSIBILITIES OF ORGANISM / Zaporizhzhye State Institute of physician improvement, Ukraine.

There was studied the level of prolactin (PRL) and cortisol (C) during 2 following menstrual cycles in 35 healthy adolescent girls of 13-16 years old, who were born and constantly live in Zaporozhye, the large industrial centre of Southern Ukraine and the city with not very good ecological situation. It was determined that 13 girls had normal level of PRL and C, index PRL/C as exponent of adaptive organism possibilities was taken as 1; 12 girls had transitory hyperprolactinemia and normal level of cortisol, index PRL/C accounted 1,5; 10 girls (28,5%) had stable hyperprolactinemia and high level of cortisol. Index PRL/C accounted 0,8. These data indicate that girls with stable and transitory hyperprolactinemia is a risk group because defect adaptation homeostasis and this fact can be the reason of disturbance of development ovulatory cycle and reproductive function in future.

Key words: prolactin, cortisol, adaptation.

Состояние здоровья девочек-подростков и его специфические особенности во многом определяют репродуктивное здоровье женщин в будущем. По данным научных исследований, среди основных причин бесплодия, которым страдают 15-20% семей, существенное место занимают расстройства репродуктивной функции в подростковом возрасте. Нарушения в состоянии здоровья подростков формируются под влиянием различных факторов – образа жизни, питания, вредных привычек, неблагоприятных экологических факторов. Кроме того, большое значение имеет интенсивность школьных и внешкольных нагрузок, психологический и эмоциональный стресс. При наличии нескольких факторов риска вероятность формирования патологии возрастает, поскольку возрастает вероятность нарушения механизмов адаптации. Принято считать, что стресс – это жизненная необходимость, защитная приспособительная реакция, но при определенных условиях стресс может превращаться в звено патогенеза многих заболеваний, обусловленных нарушением нейроэндокринной регуляции и иммунной защиты [1,2,3].

Общеизвестна роль стресс-лимитирующих систем, определяющих резистентность организма к широкому спектру повреждающих факторов и значение соотношения стресс-реализующих и стресс-лимитирующих систем, лежащего в основе адаптационного гомеостаза [4,5,6].

Учитывая то, что кортизол является наиболее ярким представителем стресс-реализующих гормонов, в то время как пролактину отводится роль гормона стресс-лимитирующего, целью настоящей работы было изучение стрессоустойчивости организма на основе системного подхода, а именно: изучения уровня пролактина и кортизола и соотношения между ними у девочек-подростков, родившихся и постоянно проживающих в г. Запорожье, крупном центре металлургической промышленности и энергетики Юга Украины, городе с не вполне благоприятной экологической ситуацией.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Обследовано 35 практически здоровых девочек 13 – 16 лет с установившимся клинически нормальным менструальным циклом. Возраст менархе составил в среднем $12,7 \pm 0,3$ года, продолжительность менструального цикла колебалась от 26 до 30 дней.

У всех девочек на протяжении двух последовательных менструальных циклов на 5-7-й день проводилось определение в крови содержания пролактина и кортизола радиоиммунным методом с применением стандартных наборов реактивов производства фирмы “IMMUNOTECH” (Чехия).

Полученные результаты обрабатывались статистически с использованием критерия Стьюдента и сравнивались с имеющимися данными литературы для данной возрастной группы.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На основании анализа результатов гормонального обследования все обследуемые были разделены на 3 группы. В первую вошли 13 человек, у которых содержание ПРЛ соответствовало возрастной норме и составило в среднем $264,5 \pm 29,0$ мМЕ/л при колебаниях от 124,7 до 346,6 мМЕ/л.

Уровень кортизола у них также находился в пределах возрастной нормы, колебался от 176,0 до 465,4 нмоль/л, составляя в среднем $278,7 \pm 16,2$ нмоль/л. Коэффициент пролактин/кортизол (ПРЛ/К), отражающий адекватность стресс-лимитирующих и стресс-реализующих систем, был равен $0,93 \pm 0,05$, и эта величина была условно принята за 1.

2-ю группу составили 12 девочек, у которых уровень пролактина в одном из циклов соответствовал норме, а во втором был значительно выше нормы и составил в среднем за два цикла $434,6 \pm 43,2$ мМЕ/л, различие, по сравнению с первой группой, статистически достоверно ($P < 0,05$). Содержание кортизола также было различным на протяжении двух циклов и имело тенденцию к повышению, хотя статистически недостоверному, составив в среднем $312,3 \pm 34,1$ нмоль/л. Индекс ПРЛ /К в этой группе оказался равным $1,4 \pm 0,05$, т.е. был выше нормы в 1,5 раза.

На основании полученных данных можно думать, что у девочек с транзиторной гиперпролактинемией адаптационно-защитная реакция неадекватна силе стрессора. Так, уровень кортизола превышал нормальный лишь в 1,1 раза, в то время как содержание пролактина увеличивалось более, чем в 1,6 раза, в связи с чем показатель ПРЛ/К оказался достоверно выше нормы ($P < 0,01$). Поскольку пролактин является показателем функционального состояния гипоталамуса, эти данные могут указывать на определенную несостоятельность именно нервного звена защитно-приспособительных механизмов у этой группы девочек-подростков, как за счет повышения активности гипоталамуса, так и за счет изменения его чувствительности к регулирующим сигналам, что в дальнейшем может привести к более выраженным и стойким нарушениям.

В 3-ю группу вошли 10 девочек, у которых в двух циклах уровень пролактина был достоверно выше, чем в первой группе, колебался от 406,6 до 984,8 мМЕ/л, составляя в среднем $480,1 \pm 54,7$ мМЕ/л ($P < 0,05$). Средняя величина концентрации кортизола у них была равна $618,8 \pm 98,7$ нмоль/л при индивидуальных колебаниях от 398,9 до 860,7 нмоль/л, что также было достоверно выше уровня гормона у девочек первой и второй групп ($P_1, P_2 < 0,05$). Индекс ПРЛ/К в группе пациенток со стабильной гиперпролактинемией равнялся $0,77 \pm 0,02$, что составляло 0,8 от нормы.

Эти данные свидетельствуют о том, что у девочек со стабильной гиперпролактинемией существенное повышение уровня кортизола (в 2,22 раза), сопровождается относительно менее выраженным повышением уровня пролактина (в 1,8 раза), показатель ПРЛ/К ниже нормы. Это может указывать на то, что стойкая гиперпролактинемия может быть одним из показателей нарушения механизма адаптации, в частности недостаточности его стресс-лимитирующего звена.

Учитывая представления о том, что дети, особенно в подростковом возрасте, наиболее восприимчивы к многочисленным стрессорным ситуациям, можно считать, что у девочек-подростков с транзиторной и стабильной гиперпролактинемией, составляющих, по данным настоящего исследования, более 63%, имеет место несостоятельность адаптационно-компенсаторных механизмов, выраженная в различной

степени. Гиперпролактинемия, в свою очередь, в 25-30% случаев является причиной хронической ановуляции, нарушений менструального цикла и стойкого бесплодия у женщин [7]. Поэтому с целью предупреждения у женщин различных заболеваний, в том числе расстройств менструальной и репродуктивной функции, необходимо уже в детском и подростковом возрасте предотвращать нежелательные последствия стресса. Для их профилактики в каждом конкретном случае, в зависимости от возраста, индивидуальных адаптационных особенностей, можно подобрать адекватные методы, как немедикаментозные, оздоровительные, так и фармакологические с использованием стрессопротекторов, адаптогенов, антиоксидантов, витаминов и пр., которые будут стимулировать механизмы устойчивости организма к эмоциональному и физическому стрессу.

ВЫВОДЫ

1. У девочек-подростков 13-16 лет в 63% случаев имеет место нарушение адаптационно-защитных механизмов, что проявляется транзиторной или стабильной гиперпролактинемией.
2. Для оценки адаптационно-компенсаторных возможностей организма может быть использован индекс пролактин/кортизол (ПРЛ/К).
3. Для предупреждения развития гиперпролактинемии и обусловленных этим нарушений менструальной и репродуктивной функции у женщин детородного возраста большое значение может иметь стабилизация адаптационного гомеостата в детском и подростковом возрасте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кобозева Н.В., Кузнецова М.Н., Гуркин Ю.А. Гинекология детей и подростков.- М.: Медицина, 1988.- 290 с.
2. Гаркави Л.Х., Квакина Е.Б., Уколова М.А. Адаптационные реакции и резистентность организма.- Рн/д., 1990.-223 с.
3. Древицька О.О. Проблема стресу та психічної адаптації у дітей шкільного віку: медико-генетичний аспект // Журнал практичного лікаря.-1999.- № 5.-С.4-6.
4. Меерсон Ф.З., Пшенникова М.Г. Адаптация к стрессорным ситуациям и физическим нагрузкам.- М.: Медицина, 1988.-251 с.
5. Пшенникова М.Г. Феномен стресса. Эмоциональный стресс и его роль в патологии // Пат.физиол. и эксперим.тер.-2000.-N 3.-С.20-26.
6. Судаков К.В. Механизмы устойчивости к эмоциональному стрессу: преимущества индивидуального подхода // Вестник РАМН.- 1998.-№ 8.- С. 8-12.
7. Репродуктивная эндокринология / Под ред.С.С.Йена,Р.Б.Джаффе. - М.: Медицина, 1998.-С. 318 – 353.

УДК

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ У “ВІСНИК ЗАПОРІЗЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ” ЗА ФАХОМ “ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ. БІОЛОГІЧНІ НАУКИ”

Іваненко В.А., д. ф.-м..н., професор

Запорізький державний університет

1. МАКЕТ СТОРІНКИ

Для оригінал-макета використовується формат А4 з такими полями:

Верхнє та нижнє поля – 2 см, ліве поле – 2 см, праве поле – 3 см.

Шрифт набору – Times New Roman.

У разі необхідності для шрифтових виділень у таблицях і рисунках дозволяється застосовувати шрифт Courier New (наприклад, для ілюстрації текстів програм для ЕОМ). Для стилістичного виділення фрагментів тексту слід вживати начертання *курсив*, **напівжирний**, *напівжирний курсив* зі збереженням гарнітури, розміру шрифту та інтервалу абзаца.

Гарнітури, розміри шрифтів та начертання:

- a) для заголовку статті: Times New Roman, – 14 пт, напівжирний, усі великі.
- b) для підзаголовків: Times New Roman, – 12 пт, напівжирний, усі великі.
- c) для основного тексту, УДК, авторів, виносок, посилань, підписів до рисунків та надписів над таблицями: Times New Roman, – 10 пт.,
- d) для анотацій, ключових слів -9 пт.

Інтервал між абзацами – 6 пт, міжрядковий інтервал – одинарний.

2. ТИПОГРАФСЬКІ ПОГОДЖЕННЯ ТА СТИЛІ

УДК набирається в першому рядкові сторінки і вирівнюється за лівим краєм. Заголовок статті набирається у наступному за УДК рядкові і вирівнюється посередині. Потім указують: прізвища, ініціали авторів, їх посади, учені ступені, звання, нижче - *місце роботи (курсивом)*. Далі розташовуються анотації українською, російською, англійською мовами і ключові слова (також трьома мовами). Анотації повинні також містити: прізвища, ініціали авторів, назву статті, місце їх роботи або навчання.

Початок абзаца основного тексту виділяється збільшеним інтервалом між абзацами і не виділяється відступом або пустим рядком.

Усі ілюстрації мають бути оригінальними рисунками або фотографіями. Фотографії скануються у 256 градаціях сірого. Усі ілюстрації розташовуються у відповідних місцях тексту статті (по можливості угорі сторінки) і повинні бути послідовно пронумеровані: Рис. 1, Рис. 2,... (слід вживати арабську нумерацію).

Ілюстрації, так само як і підписи до них, вирівнюються на середину рядка (за виключенням невеликих рисунків – не більш 7 см, які можуть розташовуватися по декілька в ряд).

Усі таблиці розташовуються у відповідних місцях тексту (по можливості угорі сторінки) і повинні бути послідовно пронумеровані: Таблиця 1, Таблиця 2, ... (слід використовувати арабську нумерацію). Надписи розташовуються над таблицями.

Кожен рисунок та надписи до нього включаються до тексту публікації у вигляді одного графічного об'єкта з необхідним обтіканням і, при потребі, прив'язаним до тексту. Створення графічного об'єкта може здійснюватися будь-яким графічним редактором у форматі BMP файлів.

Виконання рисунків засобами Microsoft Word здійснюється через використання команд панелі "Рисование". Підписи здійснюються командою "Надпись". Усі графічні компоненти рисунка і надписи об'єднуються командою "Группировать" (меню "Действия" на панелі " Рисование ") і повинні мати необхідне обтікання.

Посилання на літературні джерела подаються у квадратних дужках і послідовно нумеруються (слід використовувати арабську нумерацію) у порядку появи виноски в тексті статті. Перелік літературних джерел розташовується в порядку їх нумерації, в останньому розділі статті з підзаголовком **ЛІТЕРАТУРА**.

3. СТИЛІСТИЧНІ ПОГОДЖЕННЯ

- Не допускається закінчення сторінки одним або декількома пустими рядками, за винятком випадків, спричинених необхідністю дотримання попереднього пункту (висячі підзаголовки і початок абзаца) та кінця статті.
- Не допускається починати сторінку незакінченим рядком (переноси в останньому рядкові заборонені).
- Не дозволяється підкреслювання в заголовках, підписах і надписах.
- Слід дотримуватися правила про мінімальні зміни в шрифтовому та стильовому оформленні сторінки для того, щоб максимально уникнути різноманітності макета і зберегти єдиний стиль журналу.
- Не допускається часте використання виносок (виноска повинна розглядатися як виняток і вживатися тільки у випадку дійсної необхідності).
- Ілюстрації мають бути підготовані та масштабовані таким чином, щоб розміри букв тексту на ілюстраціях не перевищували розмір букв основного тексту статті більш ніж на 50%.
- Сторінки тексту статті слід пронумерувати.
- На етикетці дискети треба обов'язково вказувати прізвище, ініціали автора, імена файлів.
- На дискеті повинно бути **два файли**:
 - ✓ **перший** - із текстом статті та анотацій з ключовими словами,
 - ✓ **другий** - з відомостями про авторів (прізвище, ім'я, по батькові; посада; вчений ступінь; учене звання; місце роботи або навчання; адреса електронної пошти; дом. адреса; номери контактних телефонів).

4. ДЛЯ ОПУБЛІКУВАННЯ СТАТТІ АВТОРУ НЕОБХІДНО ПОДАТИ ДО РЕДАКЦІЙНО-ВИДАВНИЧОГО ВІДДІЛУ:

1. Роздрукований текст статті з анотацією та ключовими словами.
2. Відомості про авторів.
3. Витяг з протоколу засідання вченої ради факультету.
4. Зовнішню рецензію.
5. Експертний висновок.
6. Дискету з текстом статті, анотації, ключовими словами та відомостями про авторів.
7. Лист-клопотання (для співробітників сторонніх організацій) на ім'я ректора ЗДУ з проханням опублікувати статтю.

Адреса редакції : Україна, 69063, м. Запоріжжя, МСП-41, вул. Жуковського, 66

Довідки за телефонами: (0612) 64-26-05 – відповідальний редактор

69-98-26 – редакційно-видавничий відділ

(IV корпус, кімн. 323)

Адреса електронної пошти: sveta@zsu.zp.ua

Для нотаток

Збірник наукових статей.

Вісник Запорізького державного університету

Фізико-математичні науки. Біологічні науки

№3, 2002

Технічний редактор - Толок О.В.

Підписано до друку 2.01.2003. Формат 60 x 90/8.

Папір Data Copy. Гарнітура "Таймс".

Умовн. друк. арк. 18,3. Обл.-вид. арк. 23,9.

Замовлення № 1. Наклад 100 прим.

Верстка, дизайн-проробка, оригінал-макет і друк виконані
у лабораторії видавничих технологій та комп'ютерної графіки
Запорізького державного університету

69063, м. Запоріжжя, 63,
вул. Жуковського, 66, к.21,
тел. 64-55-54



